

## Aliran Fluida Lewat Partikel Tunggal dan Unggun Diam (Mekanika Fluida, Perpindahan Massa Dan Panas)

Mubiar Purwasasmita

Program Studi Teknik Kimia, Fakultas Teknologi Industri

Institut Teknologi Bandung

Jalan Ganesha 10 Bandung, 40132

Email: [mubiar@che.itb.ac.id](mailto:mubiar@che.itb.ac.id)

### Abstrak

Aliran fluida melewati sebuah partikel tunggal dan unggun diam telah dikaji secara menyeluruh. Suatu analisis kinetika fisika diterapkan pada aspek fenomena perpindahan di seputar butiran tunggal yang kaku, sehingga dapat dikemukakan persamaan-persamaan yang dapat digunakan untuk memperkirakan semua karakteristik perpindahannya, termasuk perpindahan gerak, massa dan panas. Atas dasar pengetahuan karakteristik perpindahan pada sebuah butir tunggal, kemudian dikembangkan metoda untuk memperkirakan karakteristik perpindahan pada kumpulan banyak butiran yang berupa unggun diam. Juga dikemukakan wawasan pengembangannya lebih lanjut seperti pada fenomena gelembung, tetesan dan unggun terfluidakan.

*Kata Kunci: partikel tunggal, fluida, kinetika fisika, unggun diam, gelembung*

### 1 Pendahuluan

Hanya sebagian kecil proses teknik kimia berlangsung dalam sistem yang homogen, umumnya berlangsung dalam sistem yang melibatkan lebih dari satu fasa. Sistem duafasa padatan dengan fluida merupakan sistem heterogen yang paling sederhana dan paling awal dikenal para mahasiswa, seperti dalam pengaliran fluida dengan perpipaan proses sedimentasi dan reaksi dengan katalis padat.

Sejak tahun 1960-an upaya abstraksi dan sintesis dalam pemahaman proses teknik kimia membawa kepada konsepsi yang lebih sederhana yaitu kinetika fisika fenomena perpindahan dalam satufasa maupun antarfasa. Pemahaman yang lebih baik pada contoh system yang lebih awal ternyata mampu membantu pemahaman pada system yang lebih lanjut, baik dengan cara pemodelan maupun penerapan prinsip analoginya.

Dalam pustaka banyak dijumpai bahasan mengenai hasil eksperimen pada berbagai alat perpindahan yang prinsip maupun bentuknya sangat berbeda. Bahasannya jarang sekali bersifat simultan atas semua sifat perpindahannya dan hasilnya seringkali dinyatakan dalam bilangan tak berdimensi yang sangat beragam. Oleh karena itu kemampuan untuk memahami bahasan tersebut secara menyeluruh akan sangat diperlukan agar dapat menangani berbagai informasi serupa itu dengan lebih berhasilguna dan berdayaguna.

Suatu bentuk latihan ke arah hal tersebut adalah bahasan makalah berikut ini yang berupaya menarik pemahaman atas aliran fluida dalam perpipaan, sedimentasi butiran tunggal dan aliran melewati media unggun tetap menjadi kemampuan untuk memahami seluruh alat perpindahan.

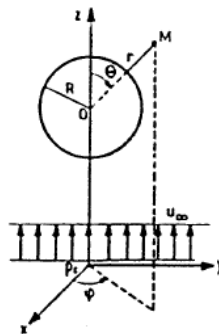
## 2 Analisis Mekanika Fluida

### 2.1 Aliran di Seputar Butiran Tunggal

Dalam sistem koordinat pada gambar 2.1 disebelah ini terdapat sebuah butiran padat kaku berbentuk bola yang dilewati aliran dengan kecepatan  $U_\infty$  seragam ke arah  $z$ , dan hipotesa aliran laminar dan fluida Newtonian.

$$\nabla P + \rho g z = \mu \nabla^2 U \quad (1)$$

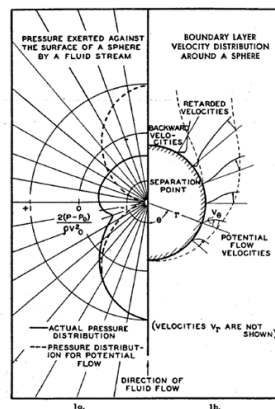
Pemecahan persamaan ini telah dilakukan oleh berbagai penulis dalam rangka menetapkan distribusi kecepatan dan tegangan tangensialnya.



**Gambar 1 Sistem koordinat bola**

Secara umum terdapat dua jenis gaya tahanan yang bekerja pada butiran tersebut, yaitu 'tahanan karena bentuk' dan 'tahanan karena gesekan'. Tahanan karena bentuk merupakan resultan gaya tekan yang dilakukan oleh fluida secara normal terhadap butiran. Sementara tahanan gesek merupakan resultan tegangan tangensial yang disebabkan oleh gesekan fluida terhadap permukaan butiran. Pemahaman lebih baik atas situasi fisik yang terjadi di seputar butiran ini secara kualitatif dan kuantitatif diberikan atas dasar "teori lapis batas" (boundary layer theory).

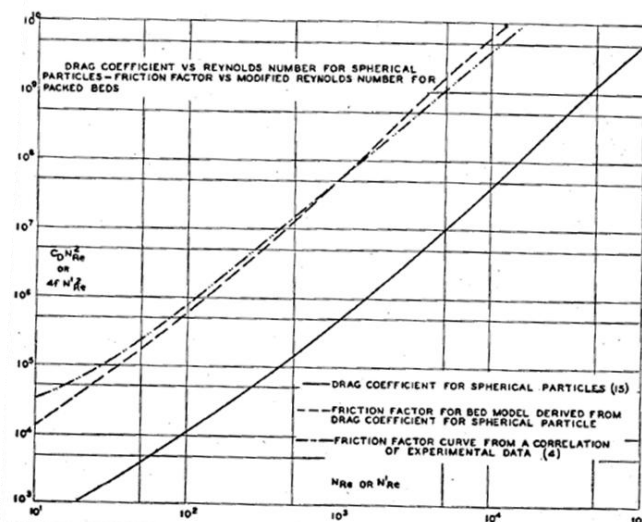
Gambar 2a berikut ini menunjukkan distribusi tekanan normal pada permukaan butiran pada  $Re < 105$ . Resultan tahanan bentuk merupakan bagian utama dari tahanan total yang dialami butiran. Sementara itu gambar 2b disebelahnya menyatakan secara sederhana lapis batas di seputar butiran, dimana aliran fluida yang tak terganggu di luar lapis batas mengikuti secara baik pola aliran potensialnya.



**Gambar 2 Distribusi tekanan dan lapis batas partikel**

Gaya tangensial yang dilakukan fluida terhadap permukaan butiran berbanding langsung dengan  $(\partial v_{\theta})/\partial r$ . Karena adanya tahanan bentuk, gaya balik pada permukaan yang tertarik tidak sebesar gaya tertinggal pada permukaan di depannya, sehingga resultan tahanan gesek akan memberikan tahanan total pada permukaan bola.

Penetapan besaran tahanan total ini secara teoritis jarang sekali dilakukan. Biasanya lebih mudah dan lebih sering menggunakan hasil pengukuran experimental yang berupa 'koefisien tahanan'  $C_p$  (drag coefficient) yang dinyatakan sebagai fungsi dari bilangan Reynold  $Re$ . Hubungan antara besaran  $(C_p \cdot Re)$  terhadap  $Re$  untuk butiran tunggal dapat dilihat dalam gambar 3.



**Gambar 3 Hubungan bilangan Reynold dan  $(C_p \cdot Re)$**

## 2.2 Aliran dalam Model Unggun Diam

Analisis hilang tekan pada unggun diam biasanya diturunkan dengan menganggap bahwa unggun merupakan suatu sistem saluran kapiler yang saling berhubungan. Persamaan Ergun [7] misalnya diturunkan menurut model ini yang hasilnya menunjukkan adanya sifat penjumlahan dari unsur pembentuknya. Untuk lebih masuk ke dalam pemahaman mekanisme dasar fenomena yang terjadi, seringkali dikemukakan pula metoda perkiraan dengan menggunakan model yang dikembangkan atas pengetahuan yang lebih baik terhadap karakteristik partikel tunggal pembentuk unggun seperti yang akan di bahas dalam makalah ini.

Sekalipun keberadaan suatu butiran dalam unggun diam dikelilingi oleh butiran yang lainnya, butiran tersebut masih akan memiliki lapis batas individualnya. Pada kenyataannya, dalam unggun tersebut memang tidak ada saluran kontinu aliran fluida, dan kebanyakan hilang tekan serta fenomena perpindahan lainnya terjadi pada permukaan yang berhadapan antara masing-masing butiran dan bukan pada titik persinggungannya.

Misalnya hilang tekan pada lingkaran tengah butiran tidak memberikan resultan tahanan bentuk, dan karena  $(\partial v_{\theta})/\partial r$  pada titik ini adalah nol berarti tidak pula memberikan tahanan gesek. Sehingga hilang tekan untuk keseluruhan unggun tidak sekedar merupakan penjumlahan biasa dari tahanan butiran-butiran pembentuknya, melainkan harus melihat model mikro bagaimana butir-butir tersebut membentuk ruang unggun.

Berikut ini dikemukakan suatu model unggun yang terbentuk oleh penyusunan butiran seragam secara rhombohedral, seperti ditunjukkan dalam gambar 4. Anggap bahwa prinsip penjumlahan yang berlaku dalam model ini adalah hilang tekan persatuan panjang unggun akan sama dengan gaya tahanan pada satu butiran dikalikan dengan jumlah butir persatuan volume unggun:

$$-\frac{\Delta P}{L} = F \cdot n = n \cdot A \cdot C_D \cdot \left(\rho \frac{v^2}{2}\right) \quad (2)$$

dengan  $n = \sqrt{2}/d^3$  dan  $A = (\pi d^2)/4$

Sehingga dapat diperoleh :

$$4f = \frac{2}{\rho L} \frac{d \Delta P}{v_o^2} A \cdot n \cdot d \cdot C_D \frac{v}{v_o} \quad (3)$$

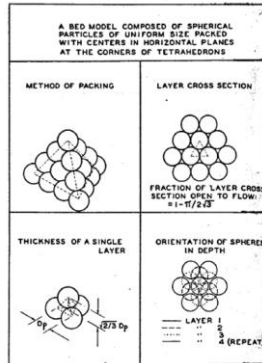
atau

$$4f Re^2 = 1,111 C_D Re^2 \quad (4)$$

dengan  $v_o$  adalah kecepatan superfisial,  $v$  adalah kecepatan nyata fluida lewat butiran, dan

$$\frac{Re}{Re'} = \frac{v}{v_o} = \frac{1}{1 - \pi/2\sqrt{3}} = 10,73 \text{ untuk model yang digunakan. Rumusan faktor gesekan}$$

menurut model unggun diam diatas dapat dilihat dalam gambar 3, sekaligus dapat diperbandingkan dengan korelasi eksperimentalnya dan korelasi untuk butiran tunggal.



Gambar 4 Model unggun Rhombohedral

### 3 Analogi Fenomena Perpindahan

#### 3.1 Di Seputar Butiran Tunggal

Agar bahasan lebih bersifat umum, kembali ditinjau model sederhana yang dikembangkan, yaitu 'butiran bulat unik dan terisolasi yang bergerak dengan kecepatan tetap  $U_m$  dalam fluida tenang dan diam'.

Realisasi model ini misalnya dapat berupa butiran padat porus dingin yang mengandung air, jatuh bebas dalam udara panas dan kering, seperti dikemukakan dalam gambar 3.1 disebelah ini. Dalam hal ini akan terjadi tiga peristiwa perpindahan, yaitu :

1. perpindahan panas dari fluida ke butiran,
2. perpindahan massa dari butiran ke fluida (penguapan air), dan
3. perpindahan gerak yang berupa gesekan butiran terhadap udara.

Untuk setiap elemen kecil permukaan bola dapat didefinisikan tiga densitas fluks perpindahan:

$$\phi_D = k(C_a - C_m) \quad (5)$$

$$\phi_T = h(T_m - T_a) \quad (6)$$

$$\phi_M = b(\rho U_m^2 - 0) \quad (7)$$

$C_m$ ,  $T_m$  dan  $U_m$  adalah konsentrasi terlarut, temperatur dan kecepatan fluida yang jauh dari butiran,  $k$ ,  $h$ , dan  $b$  adalah koefisien perpindahan (dalam hal ini tidak konstan tapi bergantung pada sudut  $\theta$  dari elemen permukaan  $dA$  terhadap arah aliran).

Ketiga fluks diatas harus diintegrasikan terlebih dahulu terhadap seluruh permukaan bola  $A$ , sehingga diperoleh fluks total untuk masing-masing perpindahan :

$$\dot{M}_D = \int_A \phi_D dA \quad (8)$$

$$\dot{Q} = \int_A \phi_T dA \quad (9)$$

$$\dot{W} = \int_A \phi_M dA \quad (10)$$

Bila kita ambil hipotesa bahwa permukaan bola 'iso-aktif' (Ca dan Ta seragam di seluruh permukaan), dengan mudah dapat diperoleh rata-rata ketiga konduktansi terhadap A:

$$\bar{k} = \frac{\dot{M}_D}{A (Ca - Cm)} \quad (11)$$

$$\bar{h} = \frac{\dot{Q}}{A (Ta - Tm)} \quad (12)$$

$$\bar{b} = \frac{\dot{W}}{A (\rho U_m^2 - 0)} \quad (13)$$

Kemudian dapat diperoleh harga berbagai bilangan tidak berdimensi yang mensifatkan fenomena perpindahan seperti 'Bilangan Stanton', 'Bilangan Colburn' dan 'Bilangan Nusselt' [1] :

$$j_D \equiv \frac{\bar{k}}{U_m} \cdot Sc^{2/3} \quad (14)$$

$$j_T \equiv \frac{\bar{h}}{c U_m \rho} \cdot Pr^{2/3} \quad (15)$$

$$f/2 \equiv \frac{\bar{b}}{U_m \rho} \quad (16)$$

$$Nu_D \equiv \frac{\bar{k} d}{D} \quad (17)$$

$$Nu_T = \frac{\bar{h} d}{\lambda} \quad (18)$$

$$Nu_M = \frac{\bar{b} \rho d}{\mu} \quad (19)$$

Pengukuran atas ketiga fenomena perpindahan pada objek diatas telah dilakukan oleh sejumlah peneliti, dan hasilnya dikemukakan dalam berbagai rumusan teoritis maupun empiris. Dalam makalah ini penulis hanya akan mengemukakan satu persamaan untuk setiap peristiwa perpindahan dalam bentuk yang setara (dalam Bilangan Colburn dan Bilangan Nusselt).

Untuk perpindahan massa adalah 'rumusan Froessling' [3] dan untuk perpindahan panas adalah 'rumusan Ranz-Marshall' [5] yang identik dengan hanya menggantikan Sc atau Pr.

$$J = 2 (Sc \text{ atau } Pr)^{-1/3} \cdot Re^{-1} + 0,6 Re^{-1/2} \quad (20)$$

Dalam Bilangan Nusselt :

$$Nu = 2 + 0,6 \cdot (Sc \text{ atau } Pr)^{1/3} \cdot Re^{-1/2} \quad (21)$$

Untuk perpindahan momentum (jumlah gerak) berbagai pustaka teknik tidak pernah mengemukakannya dalam bentuk yang setara dengan bentuk persamaan diatas. Biasanya digunakan bilangan tak berdimensi 'koefisien gesekan' Cx:

$$Cx = \frac{8}{\pi d^2} \cdot \frac{F}{\rho U_m^2} \quad (22)$$

Dimana F adalah 'gaya gesek' yang dikenakan fluida terhadap butiran.

Dalam bentuk bilangan tak berdimensi yang setara dapat diperoleh dengan mudah sebagai:

$$\frac{Cx}{8} = f/2 \text{ dan } Nu_M = Re \cdot f/2 \quad (23)$$

Maka hasil pengukuran experimentalnya dapat dikemukakan misalnya oleh 'rumusan Stokes-Newton [10], dalam rejim antara sebagai berikut:

$$f/2 = 3 Re^{-1} + 0,5 Re^{-1/2} + 0,055 \quad (24)$$

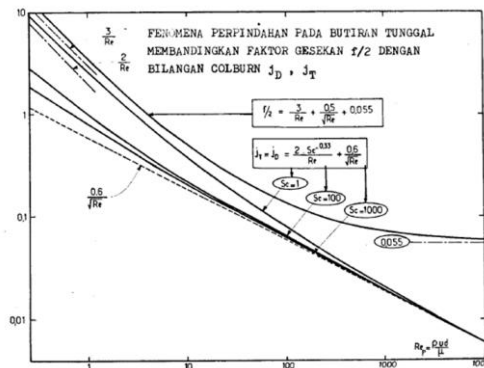
dan

$$Nu = 3 + 0,5 Re^{1/2} + 0,055 Re \quad (25)$$

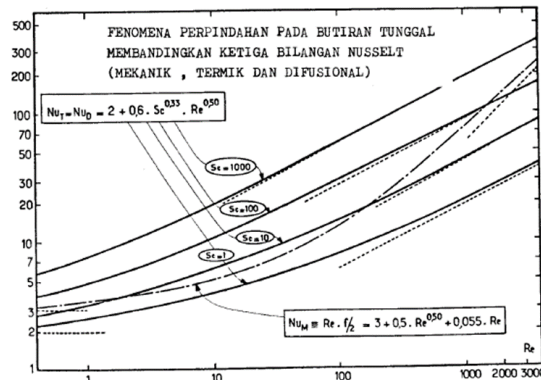
Ketiga rumusan diatas dapat dikemukakan dalam bentuk kurva seperti dalam gambar 5 dan gambar 6. Dalam gambar terlihat bahwa 'analogi Colburn' terpenuhi sebagian yaitu 'kedua bilangan Colburn dan jD dan jT bersesuaian, sementara factor gesekan harganya jelas lebih besar dari kedua harga sebelumnya'.

Atas dasar kenyataan di atas Le Goff [10] memperkenalkan bilangan tidak berdimensi Lf:

$$Lf = \frac{j_D}{f/2} = \frac{j_T}{f/2} \quad (26)$$



Gambar 5 Fenomena perpindahan pada butiran tunggal dalam perbandingan faktor gesekan



**Gambar 6 Fenomena perpindahan pada butiran tunggal dalam perbandingan bilangan Nusselt**

Bilangan tak berdimensi ini mempunyai arti fisik sebagai 'efisiensi energetik' dari perpindahan massa atau perpindahan panas. Bilangan ini akan sangat membantu dalam perhitungan 'unjuk kerja energetik' suatu alat perpindahan.

Untuk bahasan diatas akan diperoleh bilangan  $Lf$  sebagai :

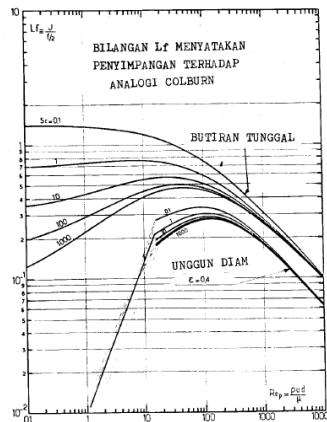
$$Lf = \frac{2 (Sc \text{ atau } Pr)^{-1/3} + 0,6 Re^{1/2}}{3 + 0,5 Re^{1/2} + 0,055 Re} \quad (27)$$

Dalam gambar 7 ditunjukkan harga  $Lf$  sebagai fungsi dari  $Re$  untuk 5 harga  $Sc$  atau  $Pr$ . Terlihat bahwa harga  $Lf$  hanya akan mencapai harga 1 bila bilangan  $Sc$  dan  $Pr$  telah menjadi lebih kecil dari satu. Terlihat pula bahwa untuk harga  $Re$  yang besar, harga  $Lf$  akan turun menurut  $Re$ , sementara untuk harga  $Re$  yang sangat kecil harga  $Lf$  cenderung mempunyai harga konstan :

$$Lf = 0,66 \cdot (Sc \text{ atau } Pr)^{-1/3} \quad (28)$$

Dalam rejim di antaranya  $Lf$  hanya akan mempunyai harga maksimum bila  $Sc$  atau  $Pr$  mempunyai harga yang cukup besar,



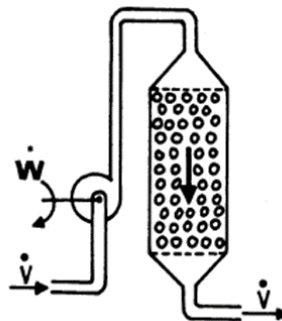


Gambar 7 Nilai bilangan  $L_f$  sebagai fungsi bilangan Reynold

### 3.2 Dalam Unggun Diam atau Unggun Terfluidakan

Sebagai model bahasan diambil alat perpindahan satu arah, berupa sebuah kolom unggun diam yang dialiri oleh suatu fluida dan beroperasi dalam rejim difusi eksternal, seperti ditunjukkan dalam gambar 8.

Untuk peristiwa perpindahan panas dan massa, bahasan ini mengangkat hasil eksperimen Ranz [4] tentang peristiwa perpindahan antara suatu fluida (gas atau cairan) dengan suatu unggun diam, dan hasil percobaan Fan [6] tentang fenomena perpindahan antara cairan dengan unggun butiran terfluidakan.



Gambar 8 Kolom unggun diam untuk percobaan

Berangkat dari hasil percobaan di atas Kunii dan Levenspiel [9] mengajukan rumusan sintetis berikut dalam bentuk bilangan Nusselt:

$$Nu_D = Nu_T \quad (29)$$

$$Nu_D = 2 + B (Sc \text{ atau } Pr)^{1/3} \cdot Re^{1/2} \quad (30)$$

$B=1,8$  untuk unggun diam dan  $Re > 100$

$B=1,5 \left[ (1-\varepsilon) \right]^{1/2}$  untuk unggun fluidisasi dan  $\varepsilon \leq 0,85$ . Untuk butiran yang sangat halus, diperoleh harga bilangan Nusselt yang lebih kecil dan menaik tajam dengan naiknya  $Re$ .

Atas dasar relasi yang dikemukakan oleh Richardson dan Skezely [11], Le Goff mengajukan relasi prakiraan sebagai berikut :

$$Nu = 0,37 \cdot (Sc \text{ atau } Pr)^{1/3} \cdot Re^{1,18} \quad (31)$$

untuk  $0,1 < Re < 15$

Untuk peristiwa perpindahan momentum, penulis menggunakan rumusan Ergun [7] tentang factor gesekan yang penulisannya dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$f/2 = 0,29 + 25 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{1}{Re} \quad (32)$$

Rumusan bilangan  $Le$  ini juga dinyatakan dalam gambar 3.4 diatas, untuk harga  $\varepsilon = 0,4$ . Terlihat dalam gambar- tersebut bahwa kurva ini terletak jauh dibawah rumusan  $Le$  untuk butiran tunggal. Gambar ini menunjukkan pula bahwa tambahan hilangnya energi interaksi antara butiran-butiran hanya memberikan kenaikan fluks perpindahan massa dan panas yang kecil saja.

## 4 Lebih Lanjut Tentang Gelembung dan Tetesan

### 4.1 Perubahan Bentuk Butiran Fluida

Perbedaan sifat fisik antara butiran padat yang kaku dengan butir cairan (tetesan) dan butir gas (gelembung) yang dapat berubah bentuk adalah karena hadirnya harga viskositas yang tidak lagi tak berhingga dan harga tegangan permukaan antara fasa kontinu dengan butiran yang bersangkutan.

Hadamard [13] menunjukkan bahwa untuk suatu butir fluida berbentuk bola yang tidak mengalami deformasi, tanpa osilasi dan berada dalam aliran laminar ( $Re < 1$ ), kecepatan jatuh bebasnya diberikan oleh persamaan Stokes yang harus dikalikan dengan faktor koreksi.

$$H = \frac{3\mu_f + 3\mu_b}{2\mu_f + 3\mu_b} \quad (33)$$

Untuk kabut  $H = 1$ , gelembung  $H = 1,5$ , emulsi cair – cair  $H$  antara 1 dan 1,5

Perubahan bentuk butir (globul) fluida ini akan merupakan fungsi dari bilangan tak berdimensi Eotvos ( $Eu$ ), bilangan Weber ( $We$ ) dan bilangan P. Sehingga dapat ditulis:

Perubahan bentuk =  $f(P, Eu)$  atau  $f(P, We)$

Dimana

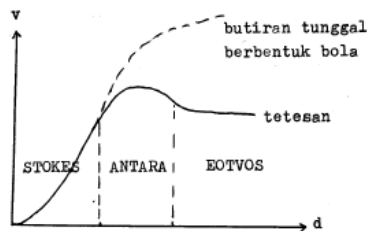
$$Eu = \frac{g(\rho_b - \rho_f)d}{\sigma} \quad (34)$$

$$We = \frac{\rho_f v^2 d}{\sigma}, \quad (35)$$

$$P = \frac{\sigma^3 \rho_f^2}{\mu_f^4 g(\rho_b - \rho_f)} \quad (36)$$

## 4.2 Profil Kecepatan Pergerakan Tetesan atau Gelembung

Pada saat cairan jatuh bebas dalam media gas atau media cairan lain yang berviskositas kecil ( $107 < P \leq 1011$ ) alur perubahan kecepatannya merupakan fungsi dari ukuran diameternya, seperti ditunjukkan dalam Gambar 9:



Gambar 9 Diagram Grace

Dari gambar ini dapat diidentifikasi adanya 3 rejim pergerakan tetesan, yaitu: Rejim Stokes, tetesan sangat kecil berbentuk bola kaku, kecepatannya sesuai dengan rumusan Stokes:

$$r = \frac{\rho_F v^2}{g d (\rho_b - \rho_f)} = \frac{Re}{18} \quad (37)$$

Dimana  $Fr$  = Bilangan Froude

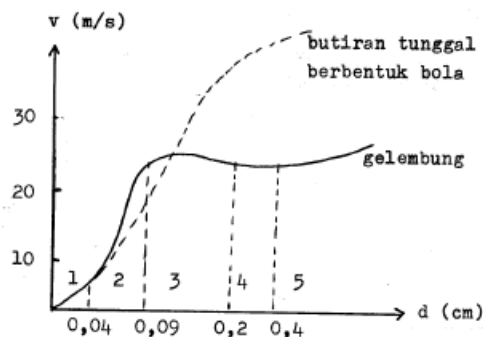
Rejim antara, tetesan berubah bentuk. Untuk kecepatan dalam rejim ini, Vignes (15) mengajukan persamaan empirik:

$$Fr = 0,116 Re^{1/2} \left(1 - \frac{Eo}{6}\right)^{3/2} \quad (38)$$

Rejim Eotvos, tetesan mencapai ukuran tertentu dan kecepatannya adalah konstan. Harmathu [15] mengusulkan persamaan empirik :

$$Fr = 2,3 Eo^{-1/2} \quad (39)$$

Pada saat gelembung gas naik secara bebas dalam cairan dikenal adanya 5 rejim pergerakan seperti dapat dinyatakan dalam gambar 10 berikut ini.



Gambar 10 Profil kecepatan terhadap diameter gelembung

Kelima rejim pergerakan tersebut dapat dirinci sebagai berikut :

1. Rejim bola kaku, bentuk tidak berubah
2. Rejim sirkulasi internal, kecepatan naik 50% lebih tinggi dari rumusan Stokes sesuai dengan koreksi dari Hadamard.
3. Rejim antara, gelembung berubah bentuk dan kecepatan akan mencapai suatu harga maksimum
4. Rejim Eotvos, perubahan bentuk sangat penting dan kecepatan sangat bergantung pada diameter.
5. Rejim Taylor, gelembung mengambil bentuk seperti cendawan.

Davies dan Taylor [16] menunjukkan bahwa kecepatan gelembung dalam rejim ini mengikuti rumusan:

$$v = \frac{2}{3} (g R)^{1/2} \quad (40)$$

dimana R = jari-jari lingkaran payung bentuk cendawannya.

### 4.3 Fenomena Perpindahan pada Putiran, Tetesan dan Gelembung

Pada peristiwa perpindahan dengan butiran kaku telah ditunjukkan bahwa bila  $h$  dan  $k$  adalah koefisien perpindahan panas dan massa,  $\alpha$  dan  $D$  adalah difusivitas panas dan massa, maka bilangan tidak berdimensi yang terkait adalah:

**Tabel 1 Bilangan tidak berdimensi**

$Nu_T = \frac{h d}{\lambda}$	$St_T = \frac{h}{\rho C_p U_m}$	$Pr = \nu/\alpha$	$Re \cdot Pr = \frac{U_m d}{\alpha}$
$Nu_D = Sh = \frac{k d}{\lambda}$	$St_D = \frac{k}{U_m}$	$Sc = \nu/D$	$Re \cdot Sc = \frac{U_m d}{D}$
$Nu_D = \frac{b d}{v}$	$\frac{f}{2} = \frac{T}{s} / \rho U_m^2$	$Le = \alpha/D$	$Re = \frac{U_m d}{v}$

Peranalogi  $j_D = j_T = \frac{f}{2}$  dengan  $j_D = St_D Sc^{2/3}$  dan  $j_T = St_T Pr^{2/3}$

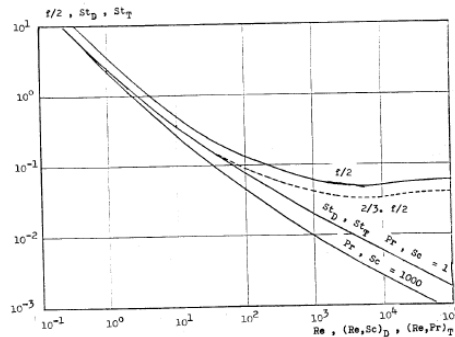
Dalam kondisi tanpa konveksi bebas,  $Re < 300.000$  akan dapat diperoleh karakteristik perpindahan sebagai berikut :

$$\frac{f}{2} = Cx/8 = \frac{3}{Re} + \frac{0,466}{Re^{1/2}} - \frac{6,04 \cdot 10^{-4} \cdot Re^{1/2}}{1 + 3 \cdot 10^6 Re^{3/2}} \quad (41)$$

$$St = \frac{Sh}{Re \cdot Sc} = \frac{2}{Re \cdot Sc} + fk \frac{(Re \cdot Sc)^{0,7}}{(Re \cdot Sc)^{1,2}} \quad (42)$$

Dengan  $fk = 0,66 [1 + (0,84 Sc^{1/6})^3]^{-1/3}$

Harga 'bilangan efisiensi'  $St_D, St_T$ , dan  $\frac{f}{2}$  dapat dinyatakan sebagai fungsi dari 'bilangan konveksi'  $(Re \cdot Pr)$ ,  $(Re \cdot Sc)$ , dan  $Re$ , seperti ditunjukkan dalam Gambar 11.



**Gambar 11** Harga bilangan efisiensi sebagai fungsi bilangan konveksi

Pada peristiwa perpindahan dengan gelembung, terdapat rumusan untuk 3 rejim utama seperti yang telah didefinisikan diatas sebagai berikut:

Pada Rejim gelembung berbentuk bola,  $Re \leq Re = 3,73 P^{0,209}$

$$\frac{f}{2} = \frac{2}{Re} + \frac{1,8625}{Re^{0,78}} (1 + 10 \cdot Re^{-0,6})^{-1} \quad (43)$$

Bila  $Re = 0$  dan  $Sc = \infty$ ,

$$Sh_{\infty} = 2 + \frac{0,651 \cdot (Re \cdot Sc)^{1,72}}{1 + (Re \cdot Sc)^{1,22}} \quad (44)$$

Bila  $Re = \infty$  dan  $Sc = 0$ .

$$Sh_0 = 2 + \frac{0,232 \cdot (Re \cdot Sc)^{1,72}}{1 + 0,205 (Re \cdot Sc)^{1,22}} \quad (45)$$

Untuk harga  $(Re.Sc)$  diantaranya

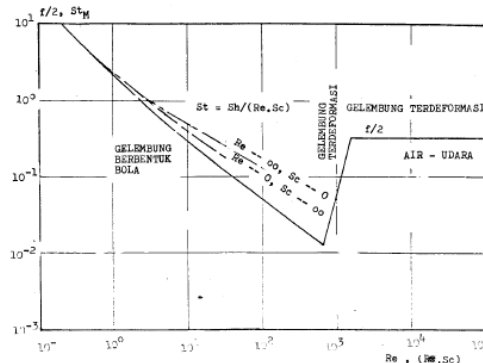
**Tabel 2** Harga  $Re.Sc$

Re.Sc	Sh/Sh <sub>∞</sub>
0,4	1
1	1,024
4	1,114
10	1,228
40	1,435
100	1,564
400	1,711
1000	1,728

Pada gelembung terdeformasi dengan  $Re \leq Re \leq Re = 3,1 P^{0,25}$  peristiwa perpindahannya tidak terdefiniskan dengan baik. pada gelembung terdeformasi dengan  $Re > Re_d$

$$Sh = 2 + 0.015 \cdot Re^{0.89} Sc^{0.7} \quad (46)$$

Dalam praktek, tahanan perpindahan di bagian dalam gelembung diabaikan. Demikian pula dalam hal perpindahan panas, seringkali dianggap bahwa gelembung berada pada kesetimbangan panas dengan cairannya. Semua rumusan diatas dinyatakan dalam Gambar 9.



**Gambar 12 Nilai Bilangan Tak Berdimensi pada Berbagai Rejim**

Pada peristiwa perpindahan dengan tetesan juga dikenal rumusan untuk beberapa rejim sebagai berikut:

Pada rejim tetesan berbentuk bola kaku, Rowe dkk<sup>(16)</sup> mengajukan persamaan empiric

$$Sh = 2 + 0.76 \cdot Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (47)$$

Pada Rejim Tetesan Berbentuk Bola Bersirkulasi, Boussinesq dan Thorsen<sup>(16)</sup> menyatakan bahwa

$$Sh = 1.13 \left( 1 - \frac{1.4426}{Re^{0.5}} \frac{1 + 4 \mu_D / \mu_c}{1 + (\rho_D / \rho_c) \cdot \mu_D / \mu_c} \right)^{1/2} Re^{1/2} Sc^{1/2} \quad (48)$$

Pada Rejim Tetesan Berosilasi, Hughmark<sup>(16)</sup> menyatakan

$$Sh = 2 + 0.084 \left[ Re^{0.484} \cdot Sc^{0.0339} \cdot \frac{g^{1/3} D}{\sigma^{2/3}} \right]^{0.072} \quad (49)$$

## 5 Kesimpulan

Pengenalan atas struktur mikro aliran seperti distribusi kecepatan, tekanan dan lapis batas akan merupakan sumbangan penting mekanika fluida untuk pengkonsepsian reactor dan alat perpindahan. Keterampilan mulai dari penulisan neraca sampai kepada analisis kinetika fisiknya harus merupakan sasaran penguasaan para mahasiswa teknik kimia.

Metoda analisis yang didasarkan pada pemahaman atas karakter peristiwa perpindahan suatu partikel tunggal sebegitu jauh dapat dikembangkan untuk mengestimasi hal serupa dalam system yang lebih rumit. Faktor dan laju perpindahan untuk butiran tunggal ternyata

dapat dikorelasikan terhadap factor dan laju perpindahan untuk unggun diam yang terbentuk dari susunan butiran tersebut melalui suatu aplikasi model yang sederhana.

Dengan dipenuhinya sejumlah analogi peristiwa perpindahan yang bersifat umum oleh berbagai system alat dan proses teknik kimia, terbuka kemungkinan untuk memanfaatkan secara maksimal informasi pada satu peristiwa perpindahan untuk peristiwa perpindahan lainnya. Kemampuan analogi dan modelisasi akan membawa bahasan yang selama ini bersifat parsial dan empiris menjadi lebih bersifat umum dan semi teoritis.

## 6 Daftar Pustaka

- [1] A. P. Colburn, Trans. Am. Inst. Chem. Eng., 29, 174 (1933).
- [2] T. H. Chilton dan A. P. Colburn, Ind. Eng. Chem., 27, 255 (1935).
- [3] N. Froessling, Gerland. Beitr. Geophys., 52, 170 (1938).
- [4] W. E. Kanz, Chem. Eng. Progr., 40, 247 (1952).
- [5] W. E. Ranz dan W. R. Marshall, Chem. Eng. Progr., 48, 141 (1952).
- [6] L. T. Fan, Y. C. Yang dan C. Y. Wen, AIChE Journal, 6, 482 (1960)
- [7] S. Ergun, Chem. Eng. Progr., 48, 89 (1952)
- [8] I. Colquhoun, Lee dan J. Stepanek, Chem. Eng., Feb., 108 (1974).
- [9] D. Kunii dan O. Levenspiel, "Fluidization Engineering", John Wiley (1979)
- [10] P. Le Goff, The Concept of a "Unit of Degradation of Energy" in Fluid Flow, The Chem Eng. J., 20, 185-195 (1980).
- [11] P. Le Goff, Energetique Industrielle, Tcane-1 : Analyse Thermodynamique et mecanique des economies d'energie. Technique et Documentation, Paris (1982).
- [12] N. Midoux, Mecanique et Rheologie des Fluides en Genie Chimique, Technique et Documentation, Paris (1985).
- [13] Mubiar Purwasasmita dan Herri Susanto, Diktat Kuliah Aliran Fluida untuk Teknik Kimia, Bagian-2: Aliran Fluida dan Butiran, Jurusan Teknik Kimia ITB (1986).
- [14] Mubiar Purwasasmita, "Efisiensi dan Performansi Energetik Alat perpindahan dan Reaktor Heterogen", PAU-Ilmu Rekayasa, Lab. Termodinamika - ITB (1988).
- [15] Gal'or, Klinzing dan Tavlarides, "Drops and bubble phenomena", Ind. Eng. Chem., 61, 21 (1969)
- [16] Tavlarides, Coulaloglou, Zeitlin, Klinzing dan Gal'or, Ind. Eng. Chem., 62, 6 (1970)

## 7 Daftar Notasi

- A luas permukaan perpindahan antara dua fasa,  $m^2$
- a luas permukaan perpindahan persatuan volume,  $m^{-1}$
- b konduktansi perpindahan momentum (jumlah gerak)
- C konsentrasi massa,  $kg/m^3$
- c kapasitas panas,  $J/(kg.K)$
- D difusivitas molekular,  $m^2/s$
- d diameter partikel, m
- g percepatan gravitasi,  $m/s$
- h konduktansi perpindahan panas,  $J/(m^2 K s)$
- k konduktansi perpindahan massa,  $m/s$

$\dot{M}$	debit massa, kg/s
$\dot{M}_D$	fluks massa, kg/(m <sup>2</sup> s)
$\dot{Q}$	fluks panas, J/s
$\dot{W}$	fluks daya yang digunakan, J/(m <sup>2</sup> .s)
$\varepsilon$	porositas unggun
$\phi$	densitas fluks panas, J/(m <sup>2</sup> .s)
$\mu$ ,	viskositas dinamik, Pa.s
$\rho$	densitas massa, kg/m <sup>3</sup>
$f/2$	faktor gesekan, $f/2 = b/\rho U_m$
$J$	bilangan Colburn
$Le$	bilangan Le Goff
$Nu$	bilangan Nusselt
$St$	bilangan Stanton
$Pr$	bilangan Prandtl
$Re$	bilangan Reynolds