

Model Refraksi-Difraksi Gelombang Air oleh Batimetri dengan Mengerjakan Persamaan Kekekalan Energi

Syawaluddin Hutahaean

Kelompok Keahlian Teknik Kelautan, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha No. 10 Bandung 40132, E-mail: syawaluddin@ocean.itb.ac.id

Abstrak

Penelitian ini merupakan kelanjutan dari penelitian sebelumnya mengenai model refraksi gelombang dengan menggunakan potensial aliran gelombang nonlinier yaitu Hutahaean (2007c) dan (2008c). Adapun pengembangan yang dilakukan adalah dengan mengerjakan persamaan muka air yang merupakan gabungan antara persamaan kontinuitas dan persamaan kekekalan energi, Hutahaean (2005) dan (2007a) serta dengan mengerjakan persamaan momentum terbatas, Hutahaean (2008a) dan (2008b). Perkembangan yang dihasilkan adalah bahwa terjadinya breaking ganda yang jelas pada model, tetapi masih diperlukan koefisien breaking sebagaimana halnya dengan model terdahulu.

Kata-kata Kunci: Gelombang pecah, persamaan momentum terbatas, koefisien breaking.

Abstract

This paper presents extended researches of earlier version about model of water wave refraction using nonlinear flow potential, Hutahaean (2007c) and (2008c). The extension is the using of surface water equation, which is superposition of continuity equation and energi conservation equation, and the working of limited momentum equation, Hutahaean (2008a) and (2008b). The improvement from the earlier version is that the model can show double breaking clearly, but the model still need a breaking coefficient as the earlier models need.

Keywords: Wave breaking, limited momentum equation, breaking coefficient.

1. Pendahuluan

Penelitian ini adalah kelanjutan dari penelitian sebelumnya yang dilakukan penulis dalam mengembangkan model transformasi gelombang dari perairan dalam menuju perairan dangkal, dimana transformasi tersebut meliputi *refraksi gelombang*, yaitu pembelokan arah gelombang oleh kontur batimetri dasar perairan, *difraksi* yaitu penyebaran gelombang, *shoaling* yaitu pembesaran tinggi gelombang ketika gelombang bergerak menuju perairan yang lebih dangkal dan *breaking* atau gelombang pecah, dimana bagian yang paling mendapat perhatian dari penulis adalah pada pengembangan kemampuan model dalam mensimulasikan gelombang pecah.

Hutahaean (2007b), mengembangkan persamaan gelombang nonlinier dimana potensial aliran gelombang mengandung fenomena *breaking*. Berdasarkan persamaan ini maka dikembangkan persamaan gelombang nonlinier pada dasar perairan

miring, dengan menggunakan metoda dan persamaan dasar yang sama dan diaplikasikan pada pemodelan *refraksi* gelombang dengan menggunakan persamaan refraksi dari Noda, Hutahaean (2007c). Model refraksi gelombang yang dihasilkan dapat memodelkan *breaking*, dengan sejumlah keterbatasan antara lain *breaking* yang terjadi hanya satu kali, dan perubahan tinggi gelombang kurang kontinu. Meskipun *breaking* adalah suatu peristiwa yang cepat, tetapi perubahan tinggi gelombang tetap kontinu.

Selanjutnya, dalam usaha memperbaiki fenomena *breaking* pada model, Hutahaean (2008a) mengembangkan suatu persamaan gelombang nonlinier dengan merumuskan dan mengerjakan persamaan keseimbangan momentum dimana pada persamaan ini terdapat suatu koefisien yang disebut dengan koefisien momentum. Pada penelitian tersebut digunakan koefisien momentum berharga satu, namun demikian persamaan gelombang nonlinier yang dihasilkan membaik pada fenomena *breaking*-nya.

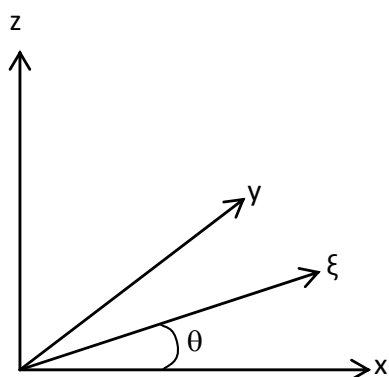
Hutahaeen (2008b) memperbaiki koefisien momentum dengan menggunakan pendekatan asimtotis gelombang panjang dari Dean (1984) dan menggunakan persamaan keseimbangan momentum tersebut untuk merumuskan persamaan momentum arah vertikal- z dan mengaplikasikannya pada persamaan gelombang panjang dari Airy yang disempurnakan yang dikembangkan oleh Hutahaeen (2005) dan (2007a), dan didapatkan perbaikan pada model gelombang panjang tersebut. Dari hal ini maka dikembangkan persamaan gelombang nonlinier dengan mengerjakan persamaan keseimbangan momentum dengan koefisien momentum dirumuskan berdasarkan persamaan gelombang nonlinier. Penyempurnaan lainnya pada perumusan persamaan gelombang nonlinier adalah dengan mengerjakan persamaan kekekalan energi.

Pada Hutahaeen (2008c), dikembangkan persamaan *refraksi-difraksi* dengan menggunakan persamaan kontinuitas dan persamaan momentum serta dengan menggunakan persamaan gelombang nonlinier seperti yang digunakan pada model refraksi pada Hutahaeen (2007c). Pada model ini terdapat perbaikan pada hasil *breaking*-nya yaitu terlihat perubahan tinggi gelombang yang kontinu, tetapi fenomena *breaking* berulang hanya muncul pada satu kasus saja, meskipun digunakan gelombang dengan perioda dan amplitudo yang sama. Pada penelitian ini pengembangan pada persamaan *refraksi-difraksi* dilakukan dengan mengerjakan persamaan kekekalan energi. Jadi terdapat dua pengembangan baru pada penelitian ini yaitu pada perumusan persamaan gelombangnya dan persamaan *refraksi-difraksi*-nya.

2. Perumusan Persamaan Gelombang Nonlinier

2.1 Perhitungan bilangan gelombang k

Perhitungan bilangan gelombang k , dilakukan dengan menggunakan analisis satu dimensi untuk gelombang yang bergerak pada arah sumbu- ξ , dengan sistem sumbu seperti pada **Gambar 1**.



Gambar 1. Sistem sumbu yang digunakan

2.1.1 Persamaan potensial aliran

Potensial aliran gelombang yang bergerak pada arah sumbu- ξ , berdasarkan Hutahaeen (2007c) dan (2008a) adalah

$$\phi = Ge^{kh} \beta(z) \cos kx \sin \sigma t \quad (1)$$

$$\beta(z) = \alpha e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)} ; \beta_1(z) = \alpha e^{k(h+z)} - e^{-k(h+z)} \quad (2)$$

$$\beta(\eta) = \alpha e^{k(h+\eta)} + e^{-k(h+\eta)} ; \beta_1(\eta) = \alpha e^{k(h+\eta)} - e^{-k(h+\eta)} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{1 + \frac{\partial h}{\partial \xi}}{1 - \frac{\partial h}{\partial \xi}} \quad (4)$$

k = bilangan gelombang, h = kedalaman perairan, σ = frekuensi sudut = $2\pi / T$ dan T = perioda gelombang, ξ = sumbu horisontal dan z = sumbu vertikal. Pada persamaan potensial aliran tersebut terdapat kendala yaitu pada:

$$\frac{\partial h}{\partial \xi} = 1, \text{ maka } \alpha = \infty.$$

2.1.2 Persamaan untuk menghitung bilangan gelombang k

Untuk menghitung bilangan gelombang k dikerjakan persamaan momentum yang terbatas, Hutahaeen (2008a) dan (2008b), yaitu:

$$\left(-\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \phi_\eta}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} (u_\eta^2 + w_\eta^2) \right) = -\frac{g}{2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} - \left(-\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \phi_\eta}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u_\eta^2 + w_\eta^2) \right) \frac{1}{2c_u} \quad (5)$$

Dimana u adalah kecepatan horisontal pada arah- ξ , w adalah kecepatan vertikal- z sedangkan η adalah persamaan fluktuasi muka air terhadap muka air diam. Koefisien momentum c_u adalah:

$$c_u = \frac{w_\eta}{u_\eta}$$

$$\text{Substitusi } u = -\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \text{ dan } w = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

dengan potensial aliran ϕ dari **Persamaan (1)** kepersamaan momentum, akan terdapat variabel $k, G, \partial G / \partial \xi$ dan $\partial G / \partial t$. Pada suku $\partial G / \partial \xi$ akan terdapat suku $\partial \eta / \partial \xi$, selain itu pada persamaan momentum itu sendiri terdapat variabel kemiringan muka air $\partial \eta / \partial \xi$. Yang terakhir adalah bahwa pada suku $\partial G / \partial t$ akan

terdapat variabel $\partial \eta / \partial t$. Jadi terdapat 5 buah fungsi yang perlu dirumuskan sebelum dapat melakukan perhitungan bilangan gelombang k , yaitu G , $\partial G / \partial \xi$, $\partial G / \partial t$, $\partial \eta / \partial \xi$, dan $\partial \eta / \partial t$.

2.1.3 Formulasi G dan $\partial G / \partial \xi$

Persamaan untuk G dan $\partial G / \partial \xi$ dirumuskan dengan menggunakan persamaan kontinuitas yang terintegrasi terhadap kedalaman, Hutahaeen (2007b) (2007c) dan Hutahaeen (2008a). Persamaan kontinuitas yang terintegrasi terhadap kedalaman adalah:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-h}^{\eta} u \, dz = 0$$

Substitusi $u = -\frac{\partial \phi}{\partial \xi}$ dan persamaan muka air dari

teori gelombang linier yaitu $\eta = A \cos k\xi \cos \sigma t$ dan persamaan dikerjakan pada suatu kondisi dimana:

$$\cos k\xi = \sin k\xi = \cos \sigma t = \sin \sigma t = \frac{1}{2} \sqrt{2},$$

diperoleh persamaan untuk G yaitu:

$$G = \frac{\sigma A}{e^{kh} F} \quad (6)$$

$$F = \left(B_1 k + \frac{\partial B_1}{\partial \xi} + (2B_1 + B_2) k \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) \int_{-h}^{\eta} \beta(z) \, dz = \frac{\beta_1(\eta) - (\alpha - 1)}{k} = \frac{B_1}{k} \quad (7)$$

$$B_1 = \beta_1(\eta) - (\alpha - 1) \int_{-h}^{\eta} \beta_1(z) \, dz = \frac{\beta(\eta) - (\alpha + 1)}{k} = \frac{B_2}{k} \quad (8)$$

$$B_2 = \beta(\eta) - (\alpha + 1) \quad (9)$$

Persamaan untuk $\partial G / \partial \xi$ diperoleh dengan menurunkan persamaan untuk G , yaitu **Persamaan (6)**.

$$\frac{\partial G}{\partial \xi} = - \frac{\sigma A \left(F k \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)}{e^{kh} F^2} \quad (10)$$

Pada persamaan untuk G , **Persamaan (6)**, terdapat kandungan fenomena *breaking* yaitu pada harga $F \rightarrow 0$. Penjelasan kandungan *breaking* pada persamaan tersebut secara lengkap dapat dilihat pada Hutahaeen (2007b), (2007b) dan (2008a).

2.1.4 Formulasi persamaan untuk $\partial \eta / \partial t$ dan $\partial \eta / \partial \xi$

Persamaan untuk $\partial \eta / \partial t$ dan $\partial \eta / \partial \xi$ diperoleh dengan menggunakan persamaan muka air dari Hutahaeen (2005) dan (2007a), yang merupakan superposisi antara persamaan kekekalan masa atau persamaan kontinuitas dengan persamaan kekekalan energi. Dengan metoda ini maka terdapat interaksi antara persamaan kontinuitas dan persamaan kekekalan energi dengan persamaan momentum. Persamaan muka air tersebut adalah:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-h}^{\eta} u \, dz + \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial E_{k\xi}}{\partial t} + \frac{\partial E_{kz}}{\partial t} + \frac{\partial u E_{k\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial w E_{kz}}{\partial z} \right) dz = 0$$

Pada penelitian ini dilakukan pengembangan yaitu persamaan muka air menjadi:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-h}^{\eta} u \, dz + \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial E_k}{\partial t} + \frac{\partial u E_k}{\partial \xi} + \frac{\partial w E_k}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (11)$$

Persamaan (11) dapat ditulis menjadi persamaan untuk $\partial \eta / \partial t$ yaitu,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-h}^{\eta} u \, dz - \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial E_k}{\partial t} + \frac{\partial u E_k}{\partial \xi} + \frac{\partial w E_k}{\partial z} \right) dz \quad (12)$$

dimana $E_k = E_{k\xi} + E_{kz}$, $E_{k\xi} = \frac{u^2}{2g}$, adalah energi

kinetik dari kecepatan u , sedangkan energi kinetik dari kecepatan vertikal w adalah:

$$E_{kz} = \frac{w^2}{2g}. \text{ Substitusi } u = -\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \text{ dan } w = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

ke **Persamaan (12)**, diperoleh persamaan untuk $\partial \eta / \partial t$ yang merupakan fungsi dari k , G dan $\partial G / \partial \xi$ dimana persamaan ini digunakan untuk mensubstitusi suku $\partial \eta / \partial t$ pada persamaan momentum.

Bila **Persamaan (11)** diintegrasikan terhadap waktu, diperoleh persamaan muka air $\eta(\xi, t)$. Selanjutnya dengan menurunkan persamaan muka air tersebut terhadap ξ diperoleh persamaan kemiringan muka air $\partial \eta / \partial \xi$ yang juga merupakan fungsi dari k , G dan $\partial G / \partial \xi$. Pemakaian persamaan kemiringan muka air ini adalah untuk mensubstitusi suku $\partial \eta / \partial \xi$ pada persamaan momentum.

Dengan mensubstitusikan persamaan-persamaan untuk

$$G, \frac{\partial G}{\partial \xi}, \frac{\partial G}{\partial t}, \frac{\partial \eta}{\partial \xi}, \text{ dan } \frac{\partial \eta}{\partial t} \text{ dimana } \frac{\partial G}{\partial t} \text{ diperoleh}$$

dengan menurunkan **Persamaan (6)** terhadap waktu t , kepersamaan momentum, **Persamaan (5)**, maka diperoleh persamaan nonlinier untuk bilangan gelombang k yang dapat diselesaikan dengan metoda iterasi dari Newton-Rhapson.

3. Persamaan Arah Gelombang

Persamaan potensial aliran untuk gelombang yang bergerak pada arah sumbu x dapat diperoleh dari persamaan potensial aliran untuk gelombang bergerak pada arah sumbu ξ yang membentuk sudut sebesar θ dengan sumbu- x seperti terlihat pada **Gambar (1)**.

Persamaan potensial aliran yang bergerak pada arah sumbu ξ adalah diberikan oleh **Persamaan (1)**, yaitu $\phi = Ge^{kh}\beta(z)\cos k\xi \sin \sigma$. Untuk sumbu ξ yang membentuk sudut sebesar θ terhadap sumbu- x , maka berlaku persamaan $\xi = x\cos\theta + y\sin\theta$. Dengan relasi ini persamaan potensial aliran untuk gelombang yang bergerak pada bidang x - y adalah:

$$\phi = Ge^{kh}\beta(z)\cos k(x\cos\theta + y\sin\theta)\sin\sigma \text{ atau}$$

$$\phi = Ge^{kh}\beta(z)\cos(k_x x + k_y y)\sin\sigma \quad (13)$$

dimana $k_x = k\cos\theta$ dan $k_y = k\sin\theta$

Persamaan arah gelombang diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan potensial aliran, **Persamaan (13)** kepersamaan muka air untuk aliran yang bergerak pada arah x - y , yang merupakan superposisi antara persamaan kontinuitas dengan persamaan kekekalan energi,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz + \int_{-h}^{\eta} \left(\frac{\partial E_k}{\partial t} + \frac{\partial u E_k}{\partial x} + \frac{\partial v E_k}{\partial y} + \frac{\partial w E_k}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (14)$$

Persamaan (14) tersebut adalah merupakan pengembangan dari Hutahaen (2005) dan (2007a), dimana:

$$E_k = E_{kx} + E_{ky} + E_{kz}, E_{kx} = \frac{u^2}{2g}, E_{ky} = \frac{v^2}{2g} \text{ dan}$$

$$E_{kz} = \frac{w^2}{2g}. \text{ Harga } \frac{\partial \eta}{\partial t} \text{ didekati dengan persamaan}$$

muka air dari teori gelombang linier yaitu $\eta = A\cos k\xi \cos \sigma t$, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\sigma A}{2}. \text{ Substitusi } u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y},$$

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \text{ dan dengan menyelesaikan integrasi serta}$$

$$\text{dengan mengambil kondisi } \cos(k_x x + k_y y) =$$

$$\sin(k_x x + k_y y) = \cos \sigma t = \sin \sigma t = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

diperoleh persamaan arah gelombang adalah:

$$a_{11} \frac{\partial(\cos\theta)}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial(\sin\theta)}{\partial y} = b_1 \quad (15)$$

Harga G dan k pada persamaan arah gelombang ini diperoleh dari analisis satu dimensi. Pada persamaan arah gelombang ini terdapat suku yang mengandung $\partial G / \partial x$ dan $\partial G / \partial y$. Harga kedua besaran ini diperoleh dari persamaan momentum yang akan dibahas pada bagian berikut.

4. Persamaan untuk $\partial G / \partial x$ dan $\partial G / \partial y$

4.1. Persamaan momentum fluida ideal

Persamaan momentum terbatas fluida ideal adalah, Hutahaen (2008a) adalah,

4.1.1 Momentum- x yang terbatas

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) + \\ & \left(-\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) \frac{c_v}{2c_u} + \\ & \left(-\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) \frac{1}{2c_u} = -\frac{g}{2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{aligned} \quad (16)$$

4.1.2 Momentum- y yang terbatas

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) \frac{c_u}{2c_v} + \\ & \left(-\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) + \\ & \left(-\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u_\eta^2 + v_\eta^2 + w_\eta^2) \right) \frac{1}{2c_v} = -\frac{g}{2} \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{aligned} \quad (17)$$

Dimana c_u dan c_v disebut dengan koefisien momentum yang berharga

$$c_u = \frac{w_\eta}{u_\eta} \text{ dan } c_v = \frac{w_\eta}{v_\eta} .$$

Dari **Persamaan (16)** dan **(17)** tersebut akan diperoleh 2 persamaan simultan untuk $\partial G / \partial x$ dan $\partial G / \partial y$.

$$a_{11} \frac{\partial G}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial G}{\partial y} = b_1 \quad (18)$$

Dengan cara yang sama dikerjakan pada **Persamaan (17)**, diperoleh:

$$a_{21} \frac{\partial G}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial G}{\partial y} = b_2 \quad (19)$$

Dari kedua persamaan ini dapat diperoleh harga-harga $\partial G / \partial x$ dan $\partial G / \partial y$.

5. Persamaan Amplitudo Gelombang

Persamaan amplitudo gelombang dirumuskan dari persamaan muka air, yaitu **Persamaan (14)**. Persamaan diintegrasikan terhadap waktu t diperoleh persamaan muka air $\eta = \eta(x,y,t)$. Pada integrasi terhadap waktu tersebut akan terdapat suatu konstanta $c(t)$, dimana berdasarkan Dean (1984) dapat diambil $c(t) = 0$. Persamaan muka air dikerjakan pada kondisi $\cos(k_x x + k_y y) = \sin(k_x x + k_y y) = \cos \sigma t = \sin \sigma t =$

$\frac{1}{2} \sqrt{2}$, yaitu kondisi perumusan berbagai persamaan,

maka diperoleh satu harga elevasi muka air η , dimana pada kondisi ini

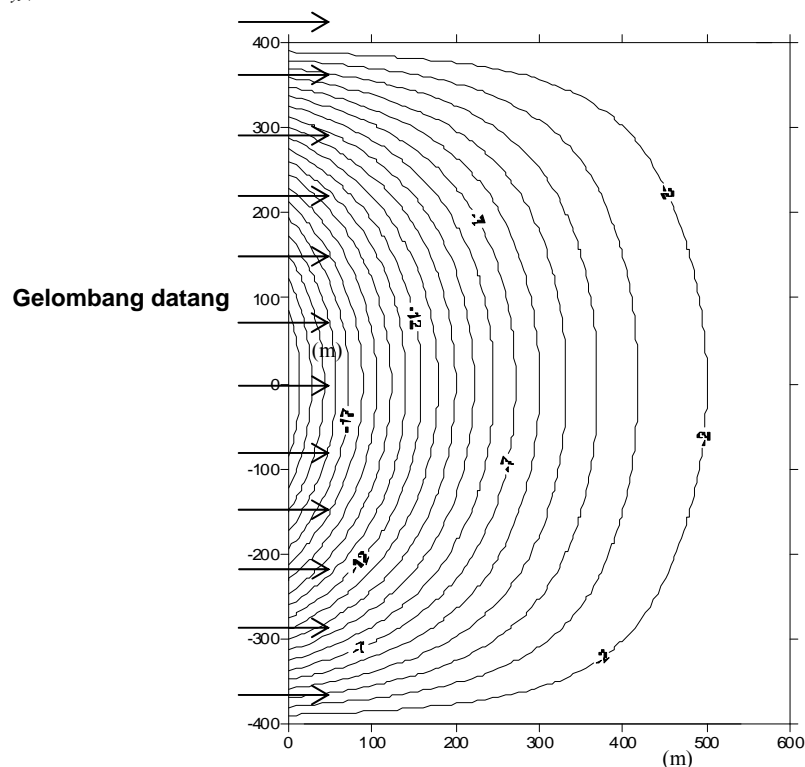
$$\eta = \frac{A}{2} \text{ dan } A = 2\eta$$

6. Metoda Perhitungan

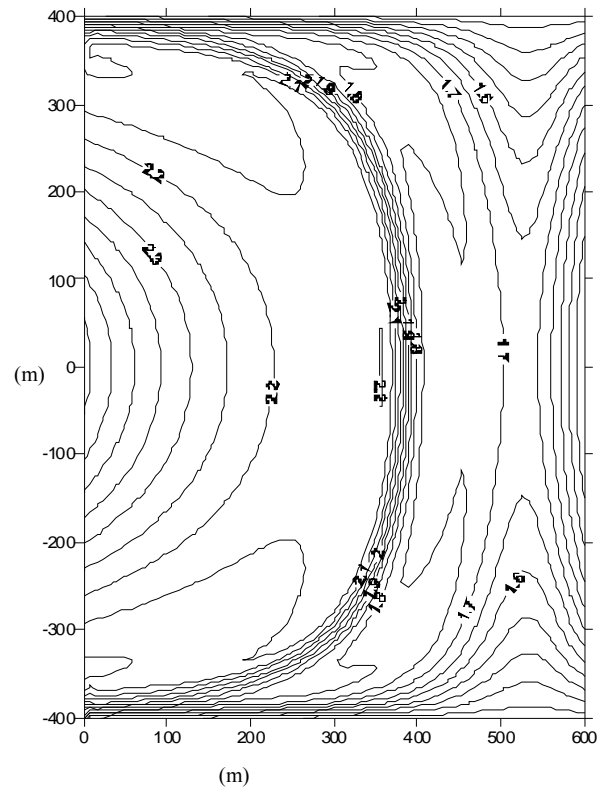
Perhitungan θ dan A pada suatu titik dilakukan dengan metoda selisih hingga dan integrasi, dengan pengerjaan secara iterasi. Penjelasan lengkap mengenai metoda perhitungan ini dapat dilihat pada Hutahaeen (2007c).

7. Contoh Hasil Model

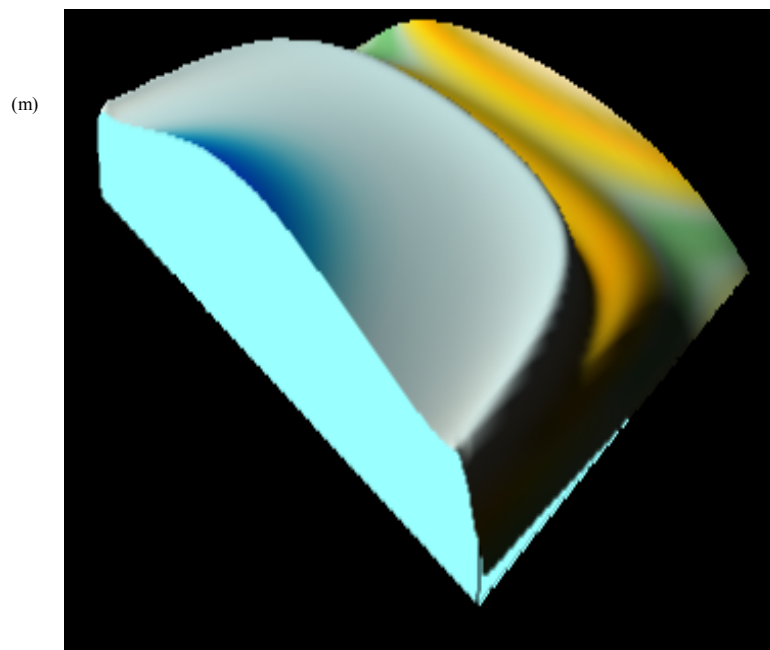
Untuk meninjau hasil model, maka model dikerjakan pada sejumlah konfigurasi batimetri pantai. Gelombang yang digunakan adalah gelombang dengan periode 6 detik dengan amplitudo gelombang $A_0 = 1.8$ m. Simulasi dilakukan pada suatu batimetri yang membentuk teluk, tanjung dan pulau tenggelam. Pada ke 3 hasil simulasi tersebut terlihat bahwa model yang dikembangkan dapat mensimulasikan peristiwa *refraksi-difraksi*, *shoaling* dan *breaking*, dimana *breaking* yang terjadi adalah berupa multi *breaking* yaitu *breaking-shoaling-braking*.



(a) Batimetri berkonfigurasi teluk

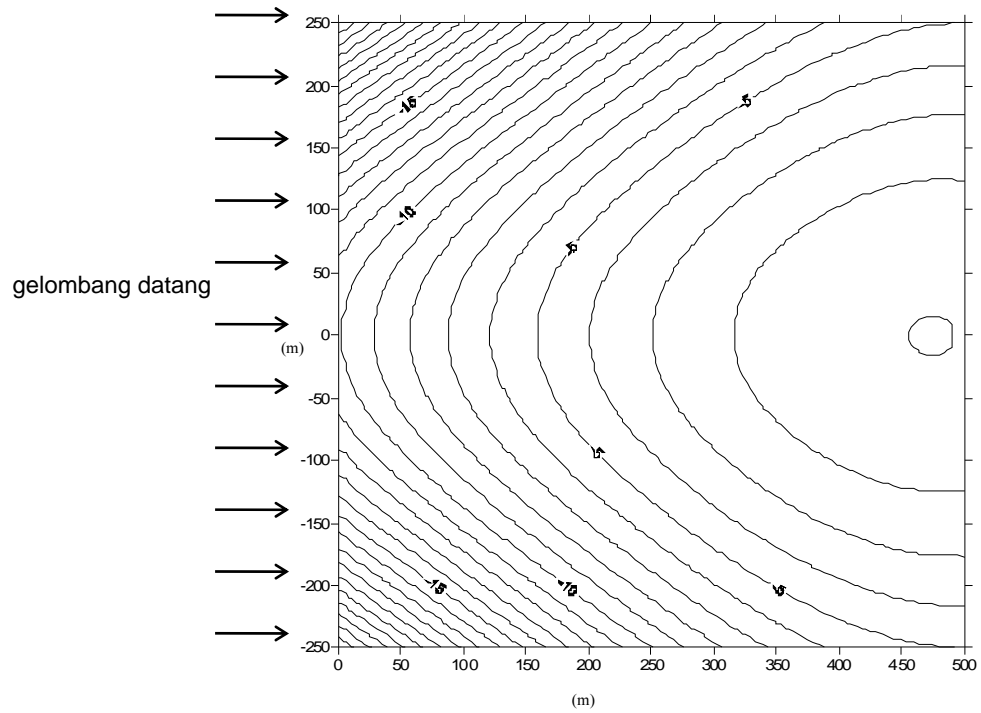


(b) Kontur tinggi gelombang pada teluk

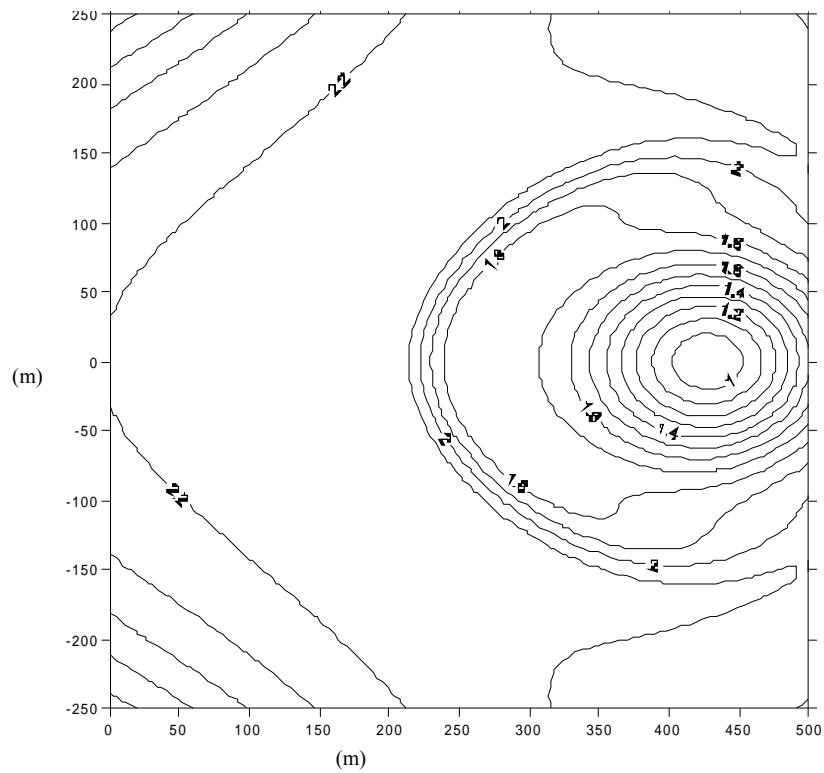


(c) Tinggi gelombang pada teluk

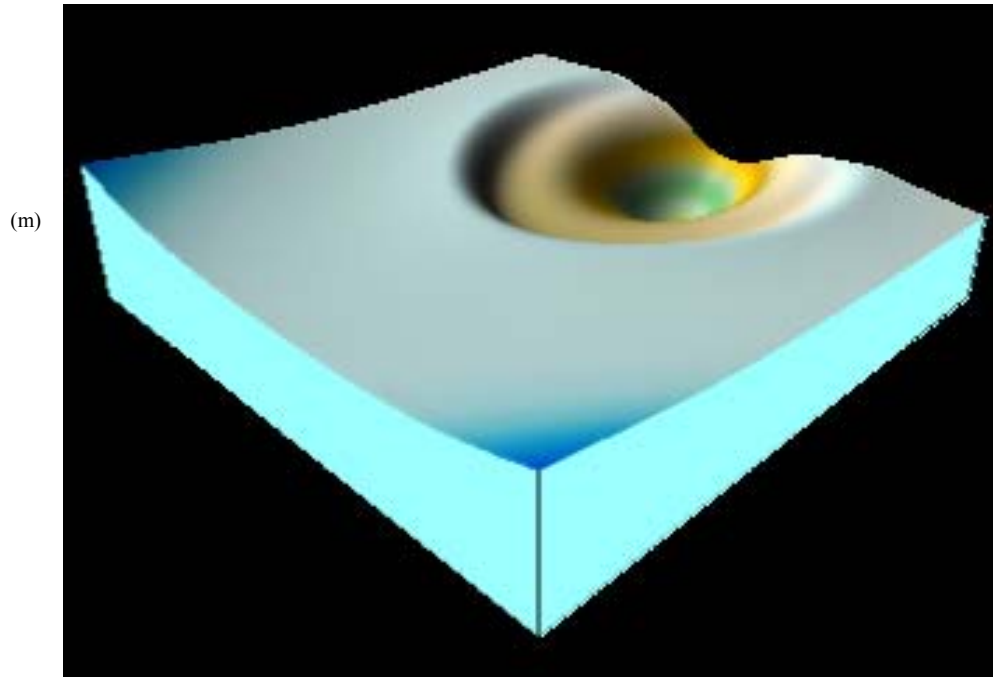
Gambar 2. Hasil simulasi refraksi-difraksi pada teluk (a, b, c)



(a) Batimetri berkonfigurasi tanjung

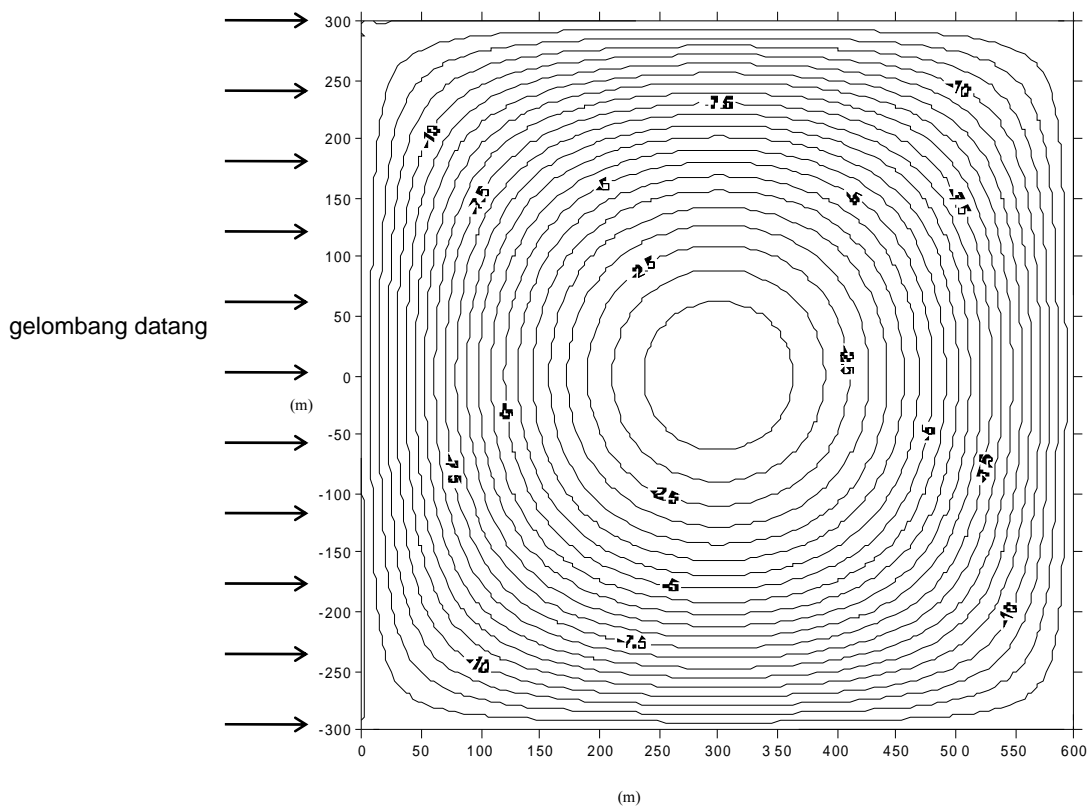


(b) Kontur tinggi gelombang pada tanjung

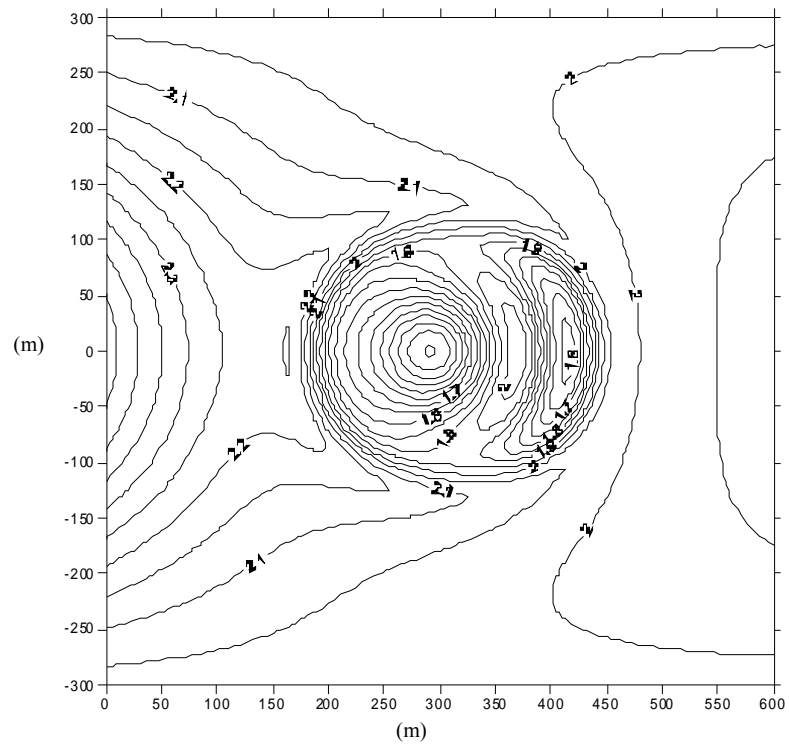


(c) Tinggi gelombang pada tanjung

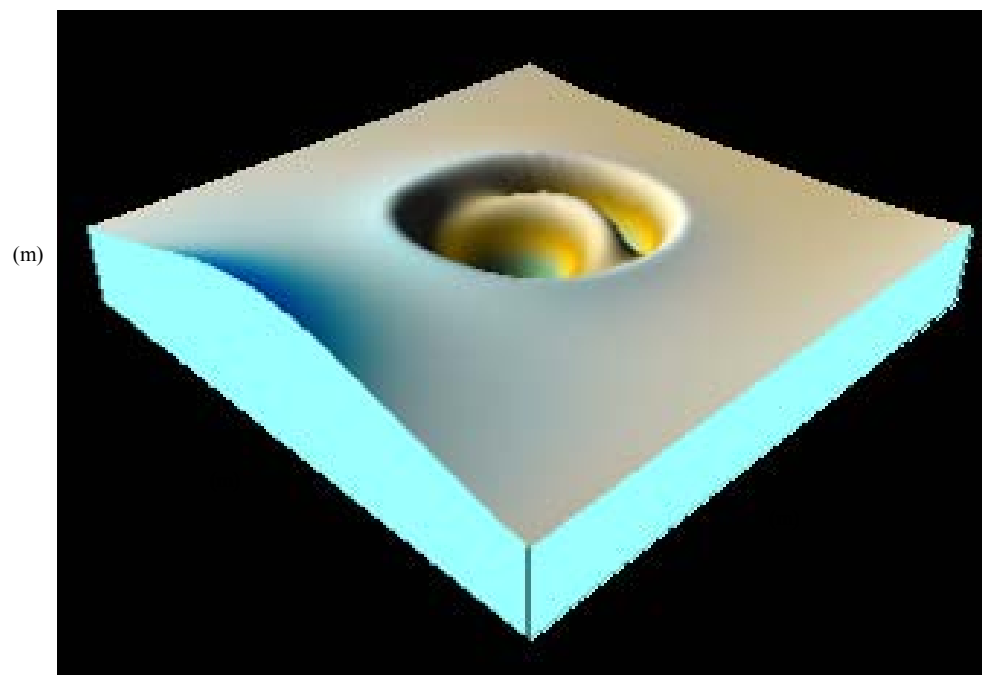
Gambar 3. Hasil simulasi refraksi-difraksi pada tanjung (a, b, c)



(a) Batimetri berkonfigurasi pulau tenggelam



(b) Kontur tinggi gelombang pada pulau tenggelam



(c) Tinggi gelombang pada pulau tenggelam

Gambar 4. Hasil simulasi Refraksi-difraksi pada pulau tenggelam (a,b,c)

8. Kesimpulan

Seperti telah ditunjukkan pada hasil model yaitu bahwa model dapat memberikan *breaking* ganda, yaitu *breaking-shoaling-breaking*, dimana hal ini merupakan suatu perkembangan dari model-model sebelumnya. Namun terdapat kendala pada model ini, yaitu bahwa konvergensi iterasi bilangan gelombang sangat lambat pada kemiringan besar dimana pada kemiringan batimetri lebih dari 0.18 tidak dapat dicapai konvergensi.

Perkembangan penting yang diharapkan yaitu terjadinya *breaking* secara otomatis tidak didapatkan dimana pada model ini dikerjakan kriteria *breaking* yaitu pada saat harga F pada **Persamaan (7)** kurang dari 1.8, maka dipaksa F berharga 1.8 dimana harga ini hanya untuk perioda gelombang 6 detik, harga ini diperoleh dengan mengamati fenomena *breaking* pada persamaan dispersi, karena itu masih diperlukan penelitian lebih lanjut untuk mendapatkan model yang dapat memodelkan *breaking* secara otomatis dengan kemungkinan perbaikan pada persamaan untuk G maupun F .

Daftar Pustaka

- Dean, Robert G., and Dalrymple, 1984, *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Hutahaeen, S., 2005, *Model Difraksi dengan Persamaan Gelombang Airy yang Disempurnakan*, Thesis S3, Bandung: Departemen Teknik Sipil, ITB.
- Hutahaeen, S., 2007a, Pemodelan Dinamika Gelombang dengan Mengerjakan Persamaan Kekekalan Energi, *Jurnal Teknik Sipil*, Volume 14, No. 1, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB.
- Hutahaeen, S., 2007b, Kajian Teoritis terhadap Persamaan Gelombang Nonlinier, *Jurnal Teknik Sipil*, Volume 14, No. 3, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB.
- Hutahaeen, S., 2007c, Model Refraksi Gelombang dengan Menggunakan Persamaan Gelombang Nonlinier, *Jurnal Infrastruktur dan Lingkungan Binaan*, Volume III, No. 2, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB.
- Hutahaeen, S., 2008a, Persamaan Gelombang Nonlinier pada Dasar Perairan Miring, *Jurnal Teknik Sipil*, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB, Volume 15 No.1.
- Hutahaeen, S., 2008b, Momentum Equilibrium Application in Airy's Long Wave Equation, *Jurnal Infrastruktur dan Lingkungan Binaan*, Volume IV, No.1, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB, Volume 15 No.1.
- Hutahaeen, S., 2008c, Model Refraksi-Difraksi Gelombang Air Oleh Batimetri, *Jurnal Teknik Sipil*, Bandung: Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, ITB, Volume 15 No.2.