



TEORI KENDALI KLASIK VERSUS PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN DALAM PEMBENTUKAN STRATEGI KENDALI POROS TUKIK SATELIT SIARAN LANGSUNG

Oleh: *Adi Sadewo Salatun **

ABSTRACT

This paper describes the development of pitch control strategy for spacecraft possessing a Direct Broadcasting Satellite configuration which is assumed to consist of a main rigid body plus large flexible solar arrays. The bias momentum concept of the double gimbaled reaction wheel is applied for generating the pitch control torques. It is found that the wheel acceleration/deceleration produces an undesired cross coupling in roll, yaw, and pitch axis. In order to minimize this coupling, the pitch control strategy is then constructed based on the Pontryagin's Maximum principle. For comparison the classical second order theory is also applied. It can be shown that the application of maximum principle results in a better control strategy.

SARI

Tulisan ini menyajikan perancangan strategi kendali poros tukik suatu wahana antariksa yang memiliki konfigurasi Satelit Siaran Langsung yang terdiri dari badan utama kaku dan panel surya lentur berukuran besar. Konsep pengubahan momentum roda reaksi dua engsel diterapkan untuk membangkitkan torsi kendali poros tukik. Dalam analisis di sini ditemukan kopling silang (*cross coupling*) pada ketiga poros olah gerak wahana. Untuk memperkecil kopling tersebut, strategi kendali poros tukik dibangun berdasarkan prinsip maksimum dari Pontryagin. Sebagai pembandingan, teori kendali klasik orde dua juga diterapkan. Di sini dapat ditunjukkan kelebihan prinsip maksimum Pontryagin.

Daftar lambang utama

$D_{x,z}$	= koefisien peredaman
E	= harga riil negatif akar karakteristik
H	= fungsi Hamilton
H_b	= momentum sudut roda reaksi

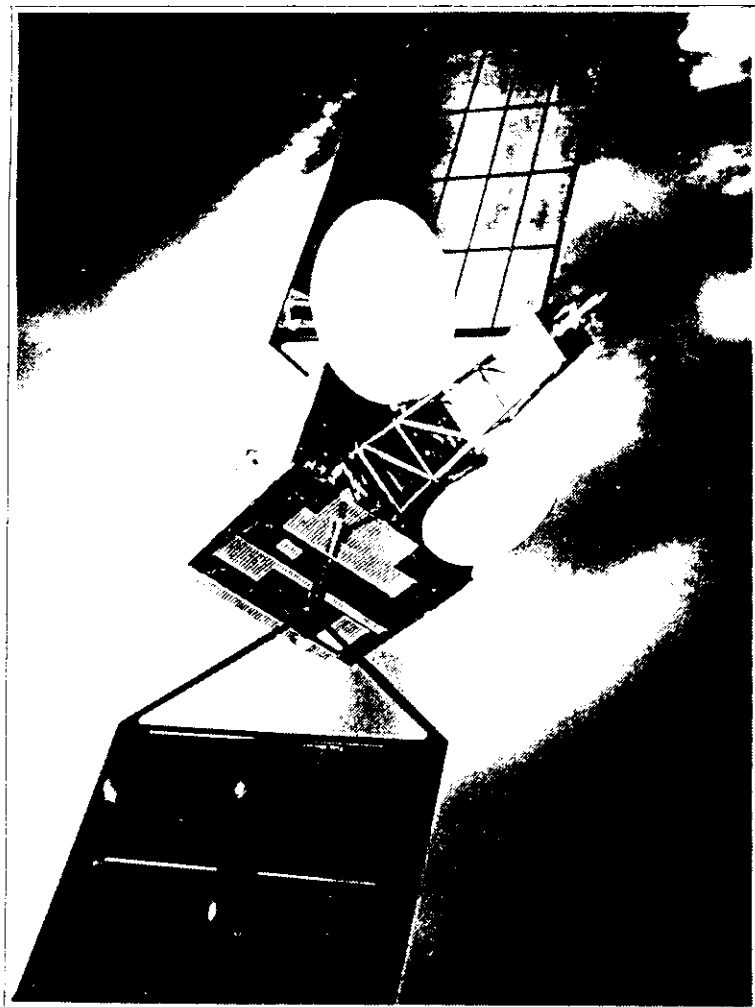
*) Staf Proyek Sainsat-LAPAN (Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional); peserta program S3, Lab. Motor Bakar dan Sistem Propulsi, Jur. Mesin-ITB; anggota AIAA (the American Institute of Aeronautics and Astronautics); anggota Sigma Xi (the Scientific Research Society).

$I_{x,y,z}$	= momen inersia utama wahana
$I_{w_{i,y}}$	= momen inersia transversal dan kutub roda reaksi
J_p	= fungsi bobot poros tukik
$K_{x,z}$	= tetapan pegas
$K_{l,m}$	= tetapan torsi dan kecepatan motor DC penggerak roda
P_c	= masukan langkah satuan
$P_{1,2}$	= momentum dinamika poros tukik
R_o	= tahanan armatur motor DC
s	= operator Laplace
$S_{1,2}$	= akar-akar persamaan karakteristik
t	= parameter waktu
U_p	= fungsi kendali tukik nondimensional
U_p^*	= fungsi kendali yang diperkenankan (<i>admissible control function</i>)
V	= tegangan masukan motor DC
$X_{p_{1,2}}$	= variabel keadaan poros tukik
$\delta(t)$	= fungsi unit impuls (<i>Dirac delta function</i>)
ϕ, ψ, θ	= sudut Euler poros guling, toleh, dan tukik
ω_0	= kecepatan sudut orbit (7.26×10^{-5} rad/detik)
Ω	= kecepatan roda
τ	= parameter waktu nondimensional

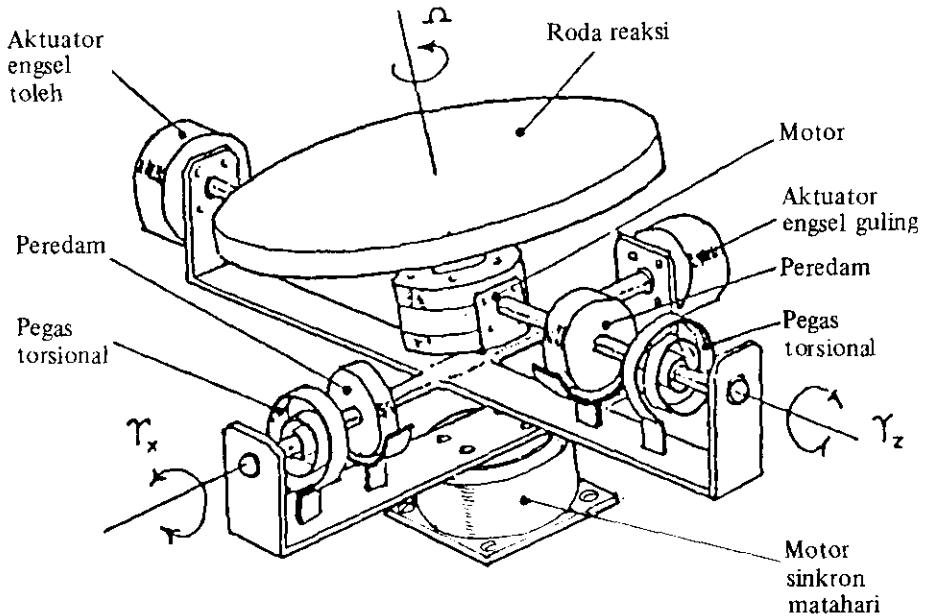
Pendahuluan

Sistem dalam perancangan ditunjukkan dalam gambar 1 berupa suatu wahana antariksa yang terdiri dari badan utama kaku dan panel surya simetrik lentur berukuran besar. Seperti diketahui, konfigurasi struktur semacam ini pada umumnya diterapkan pada satelit yang memerlukan penyediaan daya listrik yang besar seperti pada Satelit Siaran Langsung (SSL). Sebagai pembangkit torsi pengendalian digunakan roda reaksi tunggal berkecepatan tinggi yang dipasang pada suatu sistem engsel berderajat kebebasan dua. Di sini bekerja pegas berperedam torsional pada setiap poros engsel. Roda reaksi tersebut digerakkan oleh sebuah motor yang dapat diatur kecepatannya, sedangkan kedua rangka engselnya digerakkan masing-masing oleh sebuah aktuator yang dipasang secara seri, seporos dengan pegas berperedam torsional. Struktur dasar stabilisator satelit ini ditunjukkan pada gambar 2. Dengan piranti ini, satelit dapat dikendalikan dalam dua mode, pasif dan aktif. Torsi kendali pasif dihasilkan melalui aksi pegas berperedam torsional, sedangkan torsi kendali aktif diperoleh baik melalui pengaturan kecepatan roda reaksi (poros tukik) maupun pengaturan arah sudut momentum roda reaksi melalui aktuator engsel (poros guling-tolch).

Dalam tulisan ini analisis akan berorientasi pada rancangan sistem kendali poros tukik dengan pengaturan perubahan momentum roda. Masalah utama yang ditemui dalam rancangan sistem kendali ini adalah keterbatasan daerah deviasi kecepatan roda selama pengendalian berlangsung ($\pm 10\%$ dari kecepatan nominal 1000 rpm) dan kopling silang percepatan roda pada ketiga poros oleh gerak wahana. Sistem desaturasi momentum dilakukan melalui aksi sistem propulsi roket retro. Sistem ini secara otomatis akan bekerja jika kecepatan roda reaksi melampaui $\pm 10\%$ kecepatan nominalnya. Mengingat keterbatasan bahan bakar roket retro pada satelit, pengaturan deviasi kecepatan roda sekecil mungkin juga merupakan salah satu kriteria pembangunan strategi kendali poros tukik. Berbeda dengan metode kendali klasik, dengan penerapan prinsip maksimum dari Pontryagin, kecepatan roda akan kembali pada kecepatan nominalnya setiap akhir proses pengendalian. Di samping itu, pengeluaran energi dan waktu transisi pengendalian adalah minimum.



Gambar 1a Konfigurasi Satelit Siaran Langsung



Gambar 2 Konstruksi dasar roda reaksi dua engsel dengan pegas berperedam torsional (pustaka 2).

Persamaan gerak sistem

Persamaan gerak lengkap satelit dengan panel surya lentur berstabilisator RRDE telah diturunkan dengan metode quasi-Lagrangian berdasarkan energi kinetik total sistem dalam pustaka 1, yaitu :

1. Dinamika badan utama plus panel surya (Mode kaku)

$$\begin{aligned}
 \text{Guling/} & \quad I_{wT} \ddot{\gamma}_x + \bar{I}_x \ddot{\phi} + \{ \omega_o^2 (\bar{I}_y - \bar{I}_z) + H_b \omega_o \} \phi + \{ (\bar{I}_y - \bar{I}_x - \bar{I}_z) \omega_o + H_b \} \psi \\
 \text{Roll} & \quad + \{ \omega_o^2 (I_{wy} - I_{wT}) + H_b \omega_o \} \gamma_x + I_{wy} \dot{\Omega} \gamma_z + \{ \omega_o I_{wy} - 2I_{wT} \\
 & \quad + H_b \} \dot{\gamma}_z = T_{dx} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Toleh/} & \quad I_{wT} \ddot{\gamma}_z + \bar{I}_z \ddot{\psi} + \{ \omega_o^2 (\bar{I}_y - \bar{I}_x) + H_b \omega_o \} \psi - \{ (\bar{I}_y - \bar{I}_x - \bar{I}_z) \omega_o + H_b \} \phi \\
 \text{Yaw} & \quad + \{ \omega_o^2 (I_{wy} - I_{wT}) + H_b \omega_o \} \gamma_z - I_{wy} \dot{\Omega} \gamma_x - \{ \omega_o (I_{wy} - 2I_{wT}) \\
 & \quad + H_b \} \gamma_x = T_{dz} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tukik/} & \quad I_y \ddot{\theta} - I_{wy} \dot{\Omega} = T_{dy} \quad (3) \\
 \text{Pitch} &
 \end{aligned}$$

2. Dinamika engsel roda reaksi

$$\begin{aligned} \text{Guling/} \quad I_{w_T}(\gamma_x + \phi) + \{\omega_o^2 (I_{w_y} - I_{w_T}) + H_b \omega_o\} \gamma_x + \{\omega_o (I_{w_y} - 2I_{w_T}) \\ \text{Roll} \quad + H_b\} \gamma_z + \{\omega_o (I_{w_y} - 2I_{w_T}) + H_b\} \psi + \{\omega_o^2 (I_{w_y} - I_{w_T}) \\ + H_b \omega_o\} \phi + K_x \gamma_x + D_x \gamma_x = T_{\gamma_x} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Toleh/} \quad I_{w_T}(\gamma_z + \psi) + \{\omega_o^2 (I_{w_y} - I_{w_T}) + H_b \omega_o\} \gamma_z - \{\omega_o (I_{w_y} - 2I_{w_T}) \\ \text{Yaw} \quad + H_b\} \gamma_x - \{\omega_o (I_{w_y} - 2I_{w_T}) + H_b\} \phi + \{\omega_o^2 (I_{w_y} - I_{w_T}) \\ + H_b \omega_o\} \psi + K_z \gamma_z + D_z \gamma_z = T_{\gamma_z} \end{aligned} \quad (5)$$

3. Motor roda reaksi

$$I_{w_y}(\dot{\Omega} - \ddot{\theta}) = T_m \quad (6)$$

4. Dinamika elastik panel surya

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = (Q_p^{(n)} + Q_a^{(n)} + Q_g^{(n)} + Q_e^{(n)}) / M_n \quad (7)$$

5. Torsi gangguan luar

$$T_{d_i} = T_{p_i} + T_{g_i} + T_{g_i}^{(n)} + T_{e_i}, \quad i = x, y, z \quad (8)$$

I_{w_y}, I_{w_t} = momen inersia kutub dan transversal roda

H_b = momentum sudut roda

$T_{\gamma_i}, i=x, z$ = torsi yang dibangkitkan oleh aktuator engsel

$I_i, i=x, y, z$ = momen inersia utama wahana

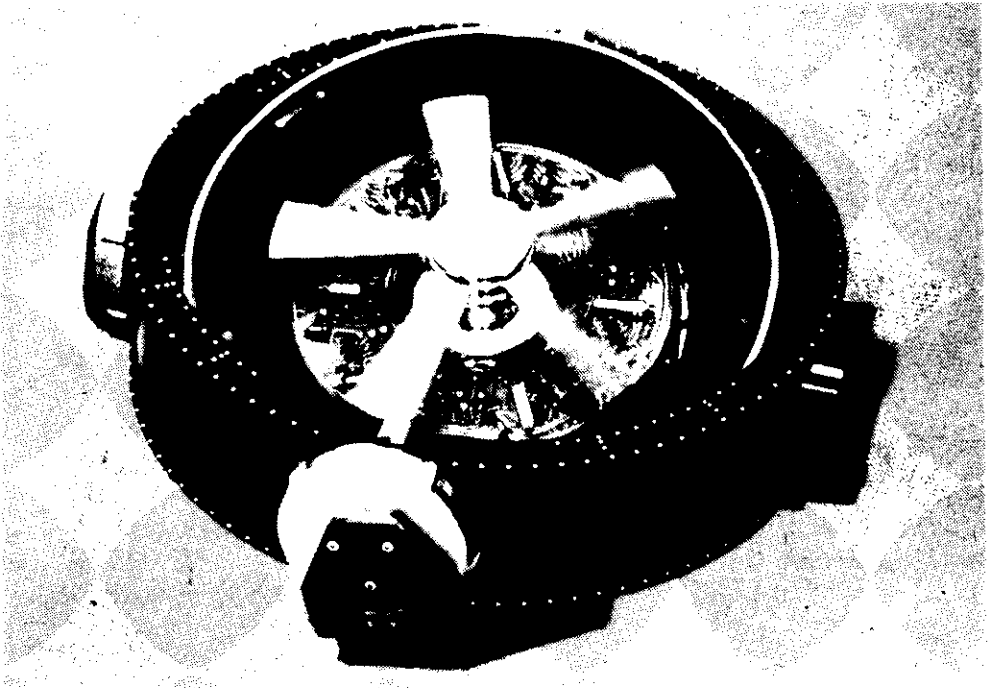
$T_{p_i}, i=x, z$ = torsi kendali pasif dari sistem pegas berperedam torsional

$T_{g_i}, i=x, y, z$ = torsi efek gradien gravitasi bumi badan utama wahana plus panel surya mode badan kaku

$T_{g_i}^{(n)}, i=x, y, z$ = torsi efek gradien gravitasi bumi struktur panel surya mode elastik

$T_{e_i}^{(n)}$, $i=x,y,z$	= torsi antaraksi gerakan elastik struktur panel surya
e	= posisi sudut roda (catatan: $\dot{e} = \Omega$)
T_m	= torsi penggerak dari motor roda
$Q_p^{(n)}$	= gaya mode elastik dari sistem kendali pasif
$Q_a^{(n)}$	= gaya mode elastik dari sistem kendali aktif (aktuator engsel)
$Q_g^{(n)}$	= gaya mode elastik dari efek gradien gravitasi bumi
$Q_e^{(n)}$	= gaya mode elastik dari gerakan lentur panel surya
M_n	= massa mode elastik
q_n	= koordinat mode elastik
ξ_n	= rasio peredaman mode elastik
ω_n	= frekuensi mode elastik
n	= nomor mode elastik

Dalam pustaka 1 ditunjukkan bahwa kopling dinamik tidak hanya timbul oleh adanya percepatan/perlambatan roda akan tetapi juga akibat adanya gerakan pelenturan-arah-dalam (*in-plane-bending*) dan gerakan elastik puntir (*twisting*) panel surya melalui pengaruh gradien gravitasi bumi dalam komponen $T_{e_i}^{(n)}$, $i=x,y,z$ pada persamaan gerak di atas. Kopling dinamik gerakan elastik struktur panel surya tersebut kenyataannya dapat dihilangkan dengan penerapan sistem konstruksi *Improved Composite Sandwich-Aluminium Honeycomb* sehingga panel surya dapat dianggap suatu badan kaku pada poros tukiknya. Akan tetapi, seperti yang dapat diamati dalam persamaan gerak lengkap di atas, komponen sumber torsi kendali poros tukik Ω , timbul pada poros guling-toleh badan utama kaku dan koordinat mode elastik panel surya (berada di dalam komponen $Q_a^{(n)}$ persamaan 7). Dengan adanya komponen tersebut, gerakan poros guling-toleh dan gerakan elastik akan terganggu setiap kali eksekusi kendali poros tukik dilakukan. Dengan kondisi seperti ini stabilitas wahana tidak akan dicapai. Untuk mengatasinya, faktor perubahan kecepatan roda akan dibatasi sekecil mungkin melalui strategi pengendalian yang akan disiratkan ke dalam *on-board computer* pengatur motor penggerak roda reaksi. Untuk memenuhi pembatasan deviasi kecepatan selama operasi kendali poros tukik berlangsung, dalam bab berikut ini akan dibangun strategi kendali optimum berdasarkan prinsip maksimum Pontryagin (pustaka 3). Sebagai pembanding, strategi kendali klasik orde dua juga akan diterapkan.



Gambar 3 Roda reaksi dua engsel buatan Teldix GmbH (tanpa pegas berperedam torsional dan motor sinkron matahari).

Pembangunan strategi kendali dengan metode klasik

Torsi kendali poros tukik dihasilkan melalui pengaturan percepatan/perlambatan roda menurut sinyal perbandingan antara posisi yang dikehendaki dan keluaran sensor posisi poros tukik (sensor horison bumi). Faktor peredaman di dalam hukum kendali yang dibangun akan disisipkan berdasarkan pemilihan penguat kendali K_1 dan K_2 (lihat gambar 4). Pengukuran langsung kecepatan sudut poros tukik wahana dengan sensor dihindari karena alat tersebut sampai generasi yang terakhir pun masih mempunyai karakteristik yang kurang menguntungkan, terutama untuk misi jangka panjang. Karakteristik tersebut untuk dua jenis sensor kecepatan yang dikenal saat ini dapat ditulis sebagai berikut :

1. Gyro-laju (mekanik)

- tidak dapat memantau kecepatan sudut wahana poros tukik yang sangat rendah;
- mengalami pergeseran arah sudut momentum (*drifting*);
- menghendaki daya listrik yang cukup besar dan stabil;
- mengalami keausan mekanik.

2. Gyro-laju-Laser (*solid state*)

- menghendaki daya listrik yang cukup besar;
- belum pernah dibuktikan kemampuannya dalam misi antariksa yang lama.

Informasi kecepatan sudut poros tukik wahana dalam perancangan di sini akan diperkirakan dengan suatu rangkaian diferensiator. Dari persamaan gerak poros tukik yang telah dilinierkan, fungsi kendali dapat ditulis dalam variabel transformasi Laplace s sebagai

$$I_{w_y} \dot{\Omega}(s) = 3\omega_o^2 (I_x - I_z) \theta_s(s) - (K_1 s + K_2) \{\theta_c(s) - \theta_s(s)\} \quad (9)$$

$\theta_s(s)$ = sinyal posisi poros tukik dari sensor (untuk sensor ideal $\theta_s(s) = \theta(s)$)

K_1, K_2 = penguat posisi dan kecepatan sudut tukik

$\theta_c(s)$ = masukan perintah posisi sudut tukik

Dinamika wahana poros tukik di bawah pengaruh sistem pengendalian aktif dengan demikian menjadi sistem klasik orde-dua-teredam. Dari diagram blok kendali (gambar 4) dan untuk wahana antariksa berbadan hampir simetrik seperti pada umumnya, ($I_x \approx I_z$), fungsi transfer rangkaian tertutup dapat dituliskan sebagai:

$$\theta_{(s)} = \frac{(K_2 s + K_2)/I_y}{\{s^2 + (K_1/I_y)s + K_2/I_y\}} \theta_c(s) \quad (10)$$

yang mengaitkan masukan perintah dan posisi tukik wahana. Kutub-kutub dari denominator persamaan di atas merupakan akar-akar persamaan karakteristik yaitu :

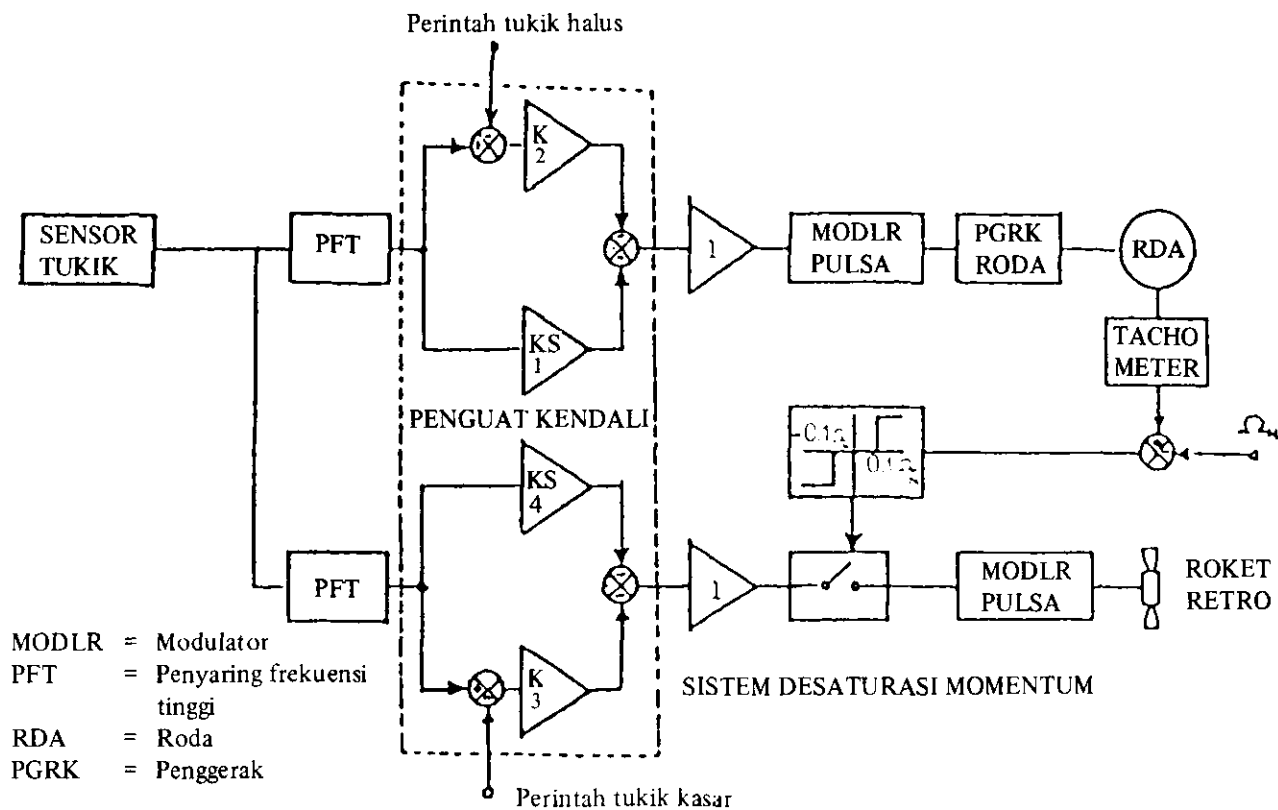
$$S_{1,2} = -\frac{K_1}{2I_y} \pm \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{K_1}{I_y} \right)^2 - \frac{4K_2}{I_y} \right\}^{1/2} \quad (11)$$

Jika E adalah besaran komponen negatif riil dari $S_{1,2}$, maka dengan mengatur penguat kendali $K_1 = 2EI_y$, $K_2 = E^2 I_y$, akan diperoleh respon olah-gerak teredam-kritis.

Respon posisi tukik untuk perintah langkah-satuan (*unit step*) ($\theta_c(s) = P_c/s$) dapat diturunkan berdasarkan persamaan 8. Setelah penerapan metode kebalikan transformasi Laplace diperoleh :

$$\theta(t) = P_c \{1 + e^{-Et} (t - 1/E)\} \text{ rad} \quad (12)$$

Pengaruh perintah pengarah poros tukik dalam dinamika roda dapat diteliti dengan mensubstitusikan persamaan (10) ke dalam persamaan (9). Dengan jalan yang sama, yaitu dengan metode kebalikan transformasi Laplace, percepatan



Gambar 4 Diagram blok sistem kendali poros tukik berdasarkan teori kendali klasik

roda dalam domain waktu dapat ditulis sebagai :

$$\dot{\Omega}(t) = P_c I_y E \{c^{-Et} E(3 - Et) - 2\delta(t)\} / I_{wy} \text{ rad/dt}^2 \quad (13)$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa torsi kendali percepatan maksimum terjadi pada waktu $t \rightarrow 0$ dengan harga $\dot{\Omega}_{max} = 3P_c I_y E^2$. Untuk dapat mengabaikan efek percepatan roda pada olah-gerak wahana poros guling-toleh, variasi torsi kendali dibatasi dalam daerah operasi yang kecil. Kecepatan roda dapat diperoleh melalui integrasi persamaan (13) dengan hasil :

$$\Omega(t) = -P_c I_y E [E^{-Et} \{3 + E(t + 1/E)\} - 4] / I_{wy} \text{ rad/dt} \quad (14)$$

Ungkapan di atas menunjukkan bahwa kecepatan roda keadaan-mantap (*steady-state*) terjadi pada $t \rightarrow \infty$ dan besarnya mendekati $\Omega_{ss} = 4P_c I_y E / I_{wy}$ rad/detik. Dalam analisis di sini diumpamakan kecepatan roda keadaan-mantap beroperasi dalam daerah $\pm 0,1 \times$ kecepatan nominal roda ($\pm 0,1 \times 1000$ rpm). Sistem desaturasi momentum akan diaktifkan jika kecepatan roda melebihi daerah operasi tersebut. Analisis dinamika nonlinier wahana poros tukik selama operasi desaturasi momentum merupakan hal di luar cakupan perancangan di sini.

Pembangunan strategi kendali dengan prinsip maksimum Pontryagin

1. Minimisasi waktu transisi

Gerakan linier wahana proses tukik bebas gangguan luar dapat di tulis dalam bentuk persamaan diferensial orde dua sederhana. Dalam kasus wahana antariksa berstruktur hampir simetri, $I_x = I_z$, persamaan poros tukik dapat ditulis sebagai:

$$\ddot{X}_{p1}(t) = I_{wy} \dot{\Omega}(t) / I_y \quad (15)$$

Di sini vektor variabel keadaan didefinisikan sebagai $X_{p1} = \theta$ dan $X_{p2} = \dot{\theta}$. Torsi kendali $I_{wy} \dot{\Omega}(t)$ misalkan mempunyai harga saturasi $I_{wy} \dot{\Omega}_{max}$ atau $|I_{wy} \dot{\Omega}(t)| \leq I_{wy} \dot{\Omega}_{max}$ yang dapat digunakan baik untuk menormalkan fungsi kendali tukik : $U_p(t) = I_{wy} \dot{\Omega} / I_{wy} \dot{\Omega}_{max}$ maupun untuk mendefinisikan tolok ukur waktu tak berdimensi, τ , sebagai $\tau = t \sqrt{I_{wy} \dot{\Omega}_{max} / I_y}$. Dengan kedua definisi itu, persamaan (14) dapat ditulis dalam bentuk dua persamaan diferensial orde satu yaitu:

$$\begin{aligned} X'_{p1}(\tau) &= X_2(\tau) \\ X'_{p2}(\tau) &= U_p(\tau) \end{aligned} \quad (16)$$

Notasi (') merupakan penurunan terhadap τ . Dalam persamaan di atas, vektor keadaan poros tukik $\bar{x}_p = (X_{p_1}, X_{p_2})$ dan fungsi kendali berdimensi satu $U_p(\tau)$ dibatasi berada dalam daerah interval $[-1,1]$. Sistem kendali ini dirancang untuk menjaga orientasi wahana pada suatu sikap olah gerak yang tetap. Dalam hal adanya torsi gangguan atau perintah komando perubahan orientasi, sasaran yang dituju dalam pembangunan strategi kendali di sini adalah pemberian torsi kendali untuk menggerakkan wahana kepada posisi tukik yang dikehendaki dalam waktu-transisi minimum. Pemecahan waktu-transisi minimum adalah ekuivalen dengan minimisasi fungsi bobot (*cost function*) yang dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$J_p(\tau) = \int_0^{\bar{\tau}} \phi(X_p, U_p) d\tau = \bar{\tau} \quad (17)$$

$\phi(X_p, X_p) = 1$ untuk minimisasi waktu

$\bar{\tau}$ adalah suatu kuantitas yang tak diketahui

Menurut prinsip maksimum, minimisasi indeks fungsi bobot dapat dipenuhi dengan memaksimumkan fungsi Hamilton. Untuk masalah khusus ini, fungsi Hamilton dapat ditulis sebagai:

$$H = P_1 X_{p_2} + P_2 U_p - 1 \quad (18)$$

Di sini P_1 dan P_2 adalah momenta sistem yang didefinisikan sebagai :

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{d\tau} &= -\frac{\partial H}{\partial X_{p_1}} = 0 & \text{atau} & & P_1 &= C_{p_1} = \text{tetap} \\ \frac{dP_2}{d\tau} &= -\frac{\partial H}{\partial X_{p_2}} = -P_1 & \text{atau} & & P_2 &= -(C_{p_1} \tau - \hat{C}_{p_2}) \\ C_{p_2} &= \text{tetap} \end{aligned} \quad (19)$$

Setelah mensubstitusikan persamaan (18) ke dalam persamaan (17) fungsi Hamilton menjadi

$$H = C_{p_1} X_{p_2} + (C_{p_2} - C_{p_1} \tau) U_p - 1 \quad (20)$$

Fungsi Hamilton dapat dimaksimumkan terhadap seluruh kendali yang diperbolehkan (seluruh fungsi kendali kontinu $U_p(\tau)$ dengan $|U_p(\tau)| < 1$); sehingga untuk $|U_p| < 1$ kendali-yang-diperbolehkan mengikuti bentuk persamaan sebagai berikut :

$$U_p^*(\tau) = \text{sgn}(C_{p_2} - C_{p_1} \tau) \quad (21)$$

Persamaan ini menunjukkan $U_p^*(\tau)$ hanya mempunyai harga ± 1 , dan tanda plus atau minus dari $U_p^*(\tau)$ dapat berganti paling banyak satu kali. Hal ini menandakan suatu sistem kendali tipe kontaktor atau *on-off*. Waktu *on-off* dapat dihitung, yaitu pada saat $P_2(\tau) = (C_{p_1} - C_{p_1} \tau)$ berubah tanda.

Menurut prinsip maksimum, harga maksimum fungsi Hamilton adalah nol (pustaka 4). Harga maksimum ini terjadi ketika $U^*(\tau) = \pm 1$. Dengan menggunakan kondisi ini, tetapan tak diketahui C_{p_2} dapat dihitung, sedangkan tetapan tak diketahui lainnya C_{p_1} , dapat diturunkan dari fungsi *switching* berdasarkan $P_2(\tau_s) = 0$, dengan τ_s adalah waktu *switching*.

2. Minimisasi energi kendali

Pembentukan strategi kendali dalam hal minimisasi energi kendali tergantung pada karakteristik sistem pembangkit torsi kendali. Dalam hal penggunaan motor D.C. sebagai penggerak roda, maka persamaan dasar motor D.C. dan torsi yang dihasilkan adalah :

$$T_m = K_L (v + \Omega/K_m)/R_o \quad (22)$$

R_o adalah tahanan armatur, v adalah tegangan masukan, K_L (Kg-m/amp) dan K_m (rad/volt-detik) berturut-turut adalah tetapan torsi dan kecepatan motor. Persamaan daya motor itu sendiri dapat dituliskan sebagai :

$$P = v (v + \Omega/K_m)/R_o \quad (23)$$

Persamaan di atas akan diungkapkan dalam bentuk variabel keadaan sistem X_{p_1} , X_{p_2} , dan kendali U_p . Setelah beberapa langkah manipulasi aljabar terhadap persamaan (21), (22), ungkapan kendali nondimensional $U(\tau) = I_{wy} \dot{\Omega} / I_{wy} \dot{\Omega}_{max}$, dan $T_m = I_{wy} \dot{\Omega}$ diperoleh persamaan daya nondimensional :

$$P(\tau) = C_{p_3} U_p(\tau) \{U_p(\tau) + C_{p_4} X_{p_2}(\tau)\} \quad (24)$$

dengan

$$C_{p_3} = R_o I_{wy} \dot{\Omega}_{max} / K_L^2$$

$$C_{p_4} = K_L (I_y + I_{wy}) / I_{wy}^2 R_o \Omega_{max}$$

Masalah kendali yang dirancang adalah pemilihan kendali-yang-diperbolehkan $U(\tau)$ sedemikian rupa, sehingga wahana bergerak dari keadaan $(X_{p_1}^o, 0)$ ke suatu keadaan akhir (0,0) dengan fungsi bobot :

$$J_p(\tau) = \int_0^\tau U_p(\tau) \{U_p(\tau) + C_{p_4} X_{p_2}(\tau)\} d\tau \quad (25)$$

minimum. Dengan jalan yang sama diperoleh fungsi Hamilton :

$$H = P_1 X_{p_2} + P_2 U_p - U_p (U_p + C_{p_4} X_{p_2}) \quad (26)$$

sedangkan definisi persamaan momenta dalam hal ini adalah :

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{d\tau} &= -\frac{\partial H}{\partial X_{p_1}} = 0, \quad \text{atau} \quad P_1 = C_{p_5} \\ \frac{dP_2}{d\tau} &= -\frac{\partial H}{\partial X_{p_2}} = -P_1 + U_p C_{p_4}, \quad \text{atau} \end{aligned} \quad (27)$$

$$P_2 = (U_p C_{p_4} - C_{p_5})\tau + C_{p_6}$$

Persamaan Hamilton menjadi :

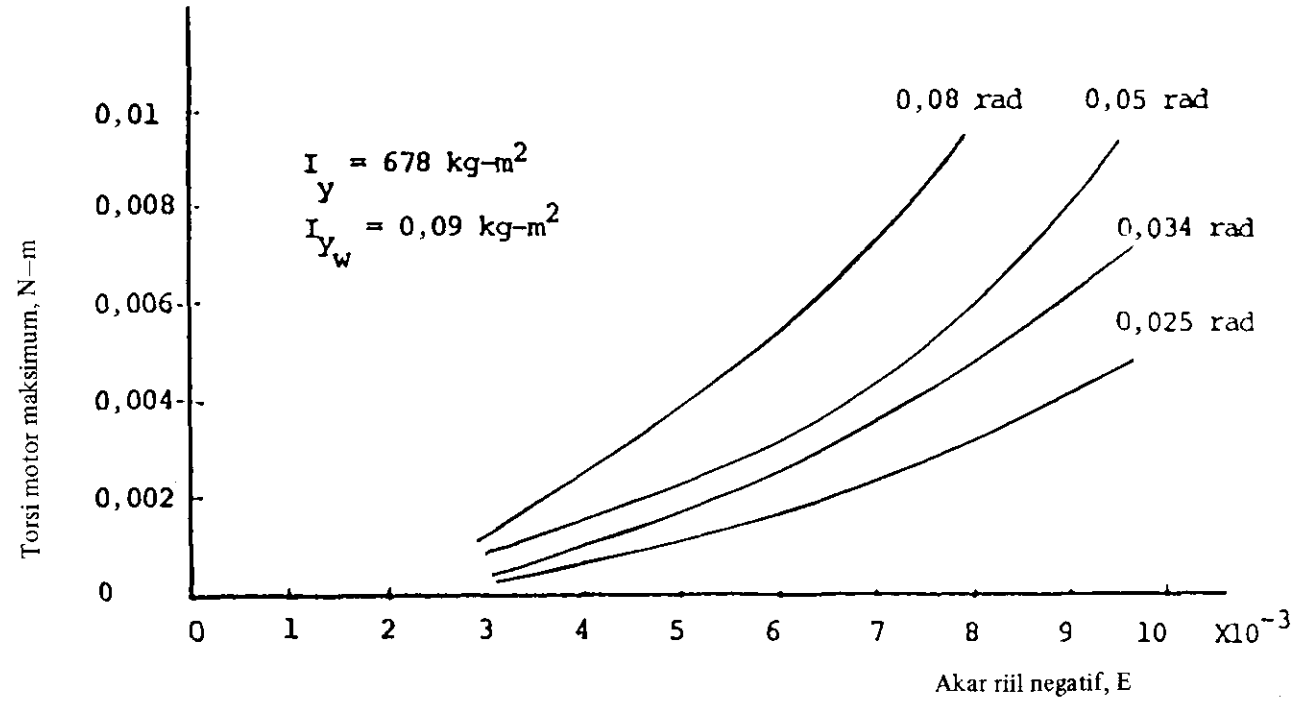
$$H = C_{p_5} X_{p_2} + U_p \{ \tau(U_p C_{p_4} - C_{p_5}) + C_{p_6} \} - U_p (U_p + C_{p_4} X_{p_2}) \quad (28)$$

Dengan adanya fungsi Hamilton yang tidak linier terhadap fungsi kendali U_p seperti tercermin pada persamaan di atas, maka dapat diperkirakan solusi kendali optimum tidak lagi merupakan fungsi *on-off* sederhana seperti masalah minimisasi waktu transisi pada bab sebelumnya. Dengan mengatur $\partial H / \partial U = 0$, didapatkan fungsi Hamilton maksimum dengan mengambil fungsi kendali yang diperbolehkan U_p^* sebagai berikut :

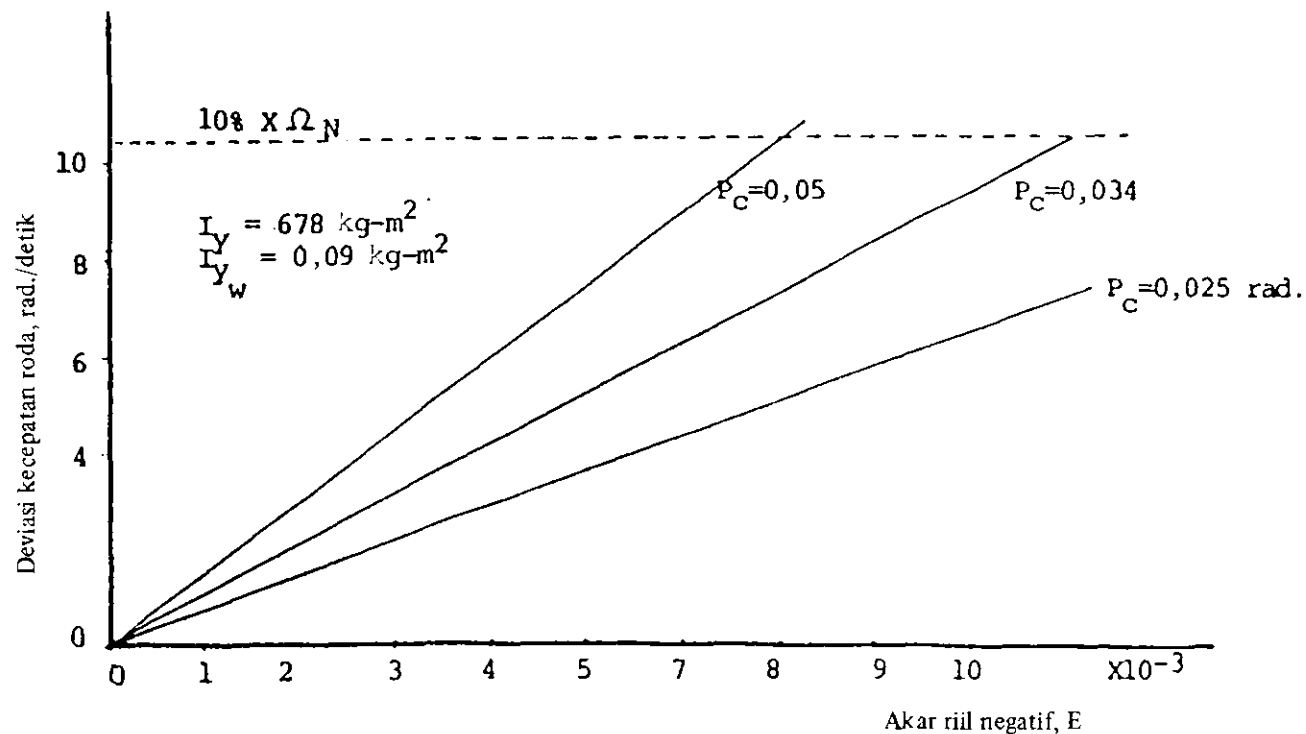
$$U_p^* = \begin{cases} (C_{p_4} - C_{p_6} + C_{p_4} X_{p_2}) / 2(\tau C_{p_4} - 1) & \text{untuk } |C_{p_4} - C_{p_6} + C_{p_4} X_{p_2}| \leq \\ & 2(\tau C_{p_4} - 1) \\ \text{sgn}(C_{p_4} - C_{p_6} + C_{p_4} X_{p_2}) / 2(\tau C_{p_4} - 1) & \text{untuk } |C_{p_4} - C_{p_6} + C_{p_4} X_{p_2}| > \\ & 2(\tau C_{p_4} - 1) \end{cases} \quad (29)$$

Penerapan numerik

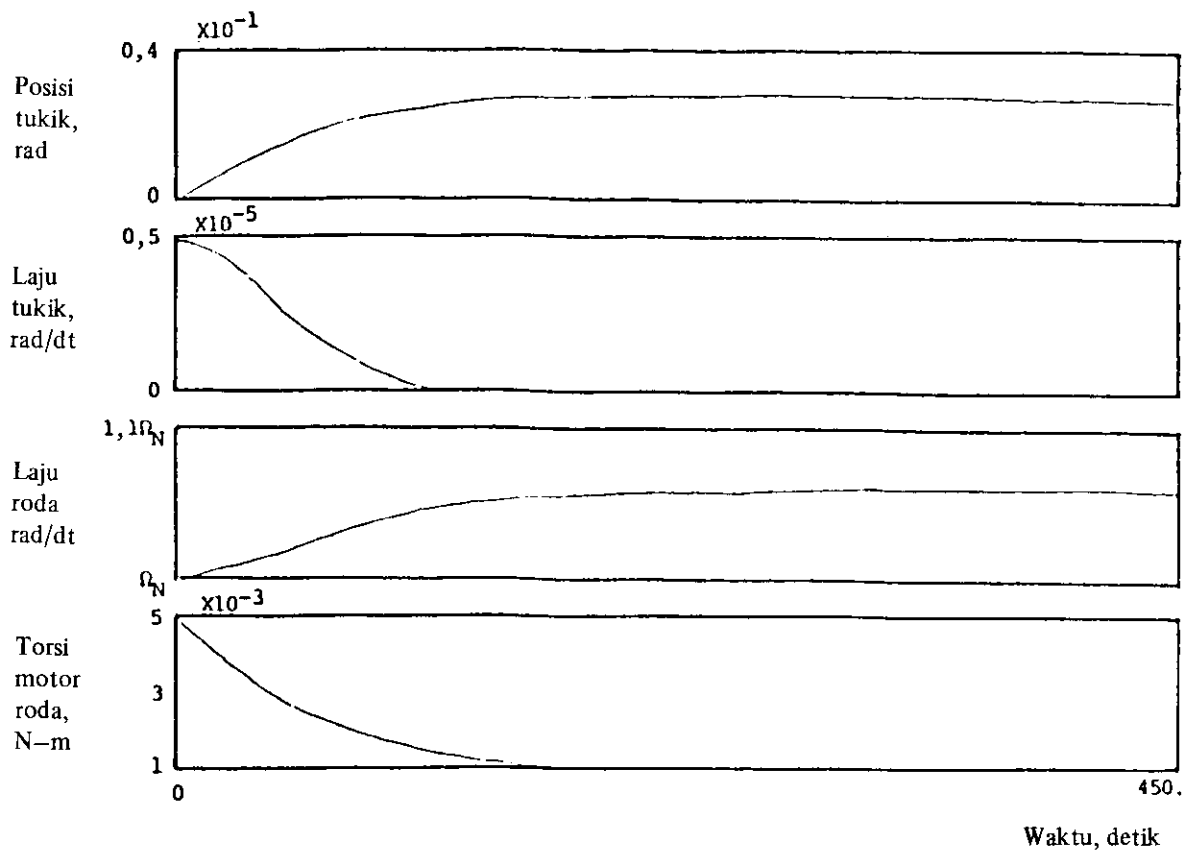
Strategi kendali yang telah diperoleh di atas akan diterapkan untuk suatu wahana antariksa dengan parameter fisik : $I_x = I_z = 1356 \text{ kg-m}^2$; $I_y = 678 \text{ kg-m}^2$; $I_{wy} = 0,09 \text{ kg-m}^2$; kecepatan nominal $\Omega_N = 1000 \text{ rpm}$. Untuk sistem kendali klasik, peramalan variasi torsi maksimum roda dan deviasi kecepatan roda dengan masukan pengarah poros tukik dan harga riil negatif akar-akar persamaan karakteristik yang diinginkan ditunjukkan dalam gambar 5 dan 6. Respon dinamik poros tukik wahana di bawah pengaruh sistem kendali aktif dengan strategi kendali klasik untuk masukan perintah $P_c = 0,025 \text{ rad}$ dan akar riil negatif yang diinginkan $= 0,01$, ditunjukkan pada gambar 7. Dapat dilihat adanya suatu olah-gerak teredam-kritis dengan waktu transisi 100 detik. Bagaimanapun juga kecepatan roda berdeviasi dari kecepatan nominal $\Omega_N = 1000 \text{ rpm}$ walau-



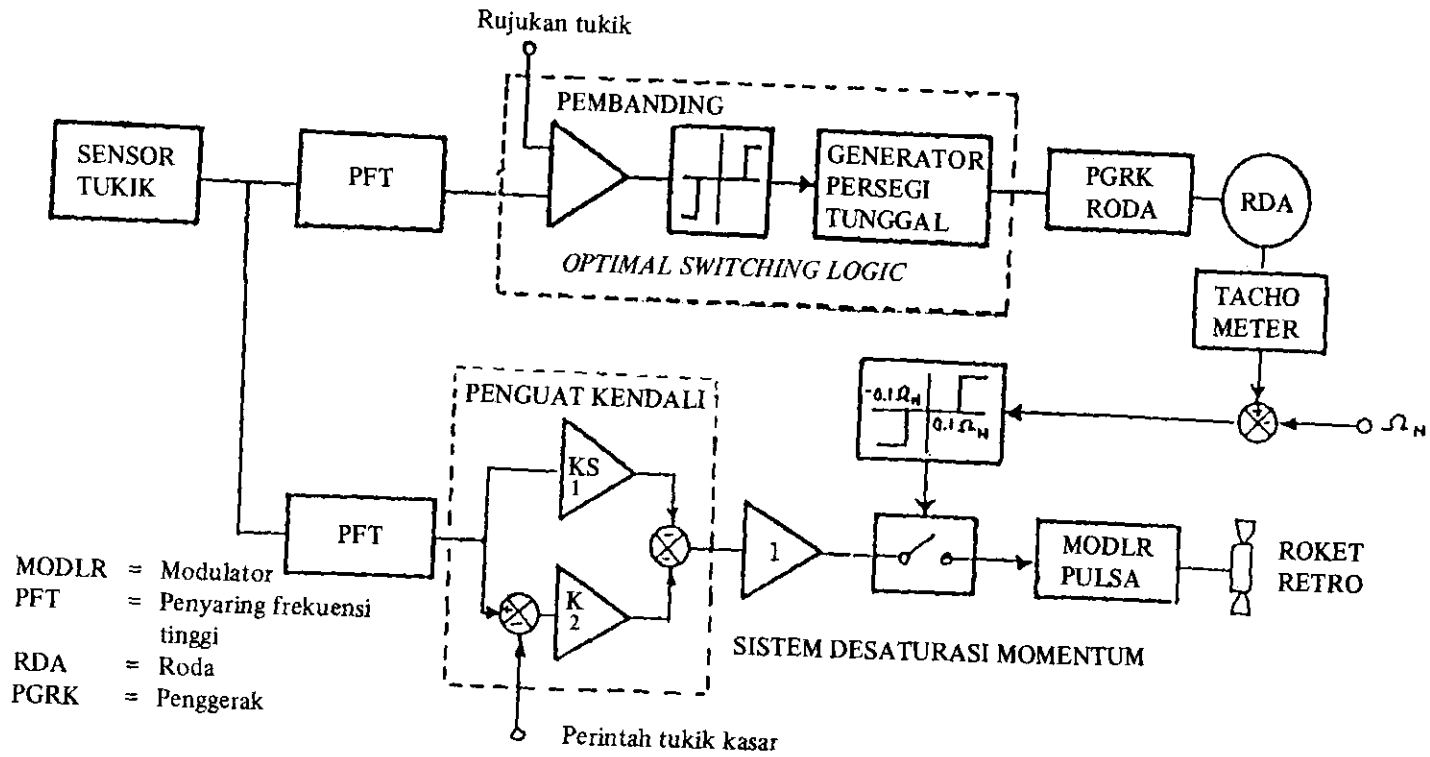
Gambar 5 Variasi torsi roda maksimum dan masukan perintah tukik dengan harga riil negatif akar karakteristik



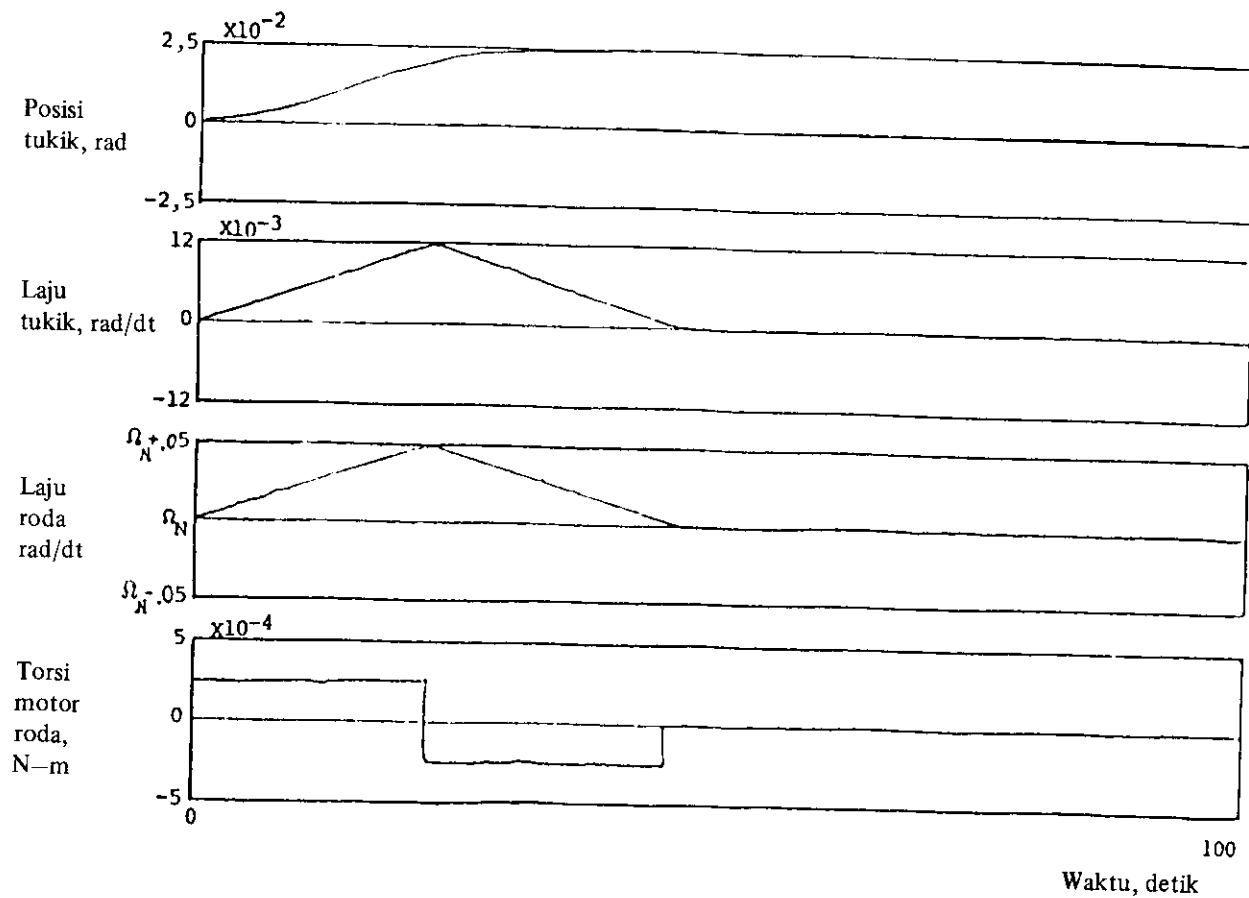
Gambar 6 Variasi kecepatan roda reaksi dan masukan perintah tukik dengan harga riil negatif akar karakteristik



Gambar 7 Respon dinamik badan utama poros tukik dan roda reaksi untuk masukan perintah tukik 0,025 rad. (Strategi kendali berdasarkan metode klasik)



Gambar 8 Diagram blok sistem kendali tukik berdasarkan prinsip maksimum



Gambar 9 Respon dinamik poros tukik badan utama dan roda reaksi untuk masukan perintah tukik 0,025 rad. (Strategi kendali berdasarkan penerapan prinsip maksimum Pontryagin)

pun ia tetap berada dalam daerah operasi yang telah ditentukan $\pm 0,1 \times \Omega_N$ setelah eksekusi kendali selesai. Hal ini merupakan kelemahan strategi kendali klasik, karena dengan adanya deviasi tersebut, kecepatan roda berada lebih dekat kepada batas daerah operasional. Pengaktifan sistem desaturasi momentum yang mempekerjakan motor roket retro akan lebih sering dilakukan. Keadaan seperti ini harus dihindarkan untuk mengefisienkan pemakaian bahan bakar roket retro yang sangat mempengaruhi umur satelit.

Diagram blok kendali poros *tukik* berdasarkan aplikasi prinsip maksimum Pontryagin untuk masalah minimisasi waktu transisi ditunjukkan dalam gambar 8. Sistem kendali ini terdiri dari tiga bagian utama yang diatur dalam bentuk rangkaian tertutup: roda reaksi sebagai pembangkit torsi kendali, sensor dinamika badan utama wahana, dan rangkaian *Optimal switching logic* (OSL). Di sini diandaikan torsi kendali diterapkan untuk membawa wahana ke suatu keadaan yang diinginkan berdasarkan hanya pada informasi posisi. Komparator dalam rangkaian OSL digunakan untuk memonitor pembelokan arah posisi relatif terhadap arah patokannya. Besar kesalahan yang diperbolehkan dipilih berdasarkan ketelitian pengarahan poros *tukik* wahana. Jika sinyal kesalahan melebihi harga yang diperbolehkan, suatu rangkaian pembangkit diaktifkan untuk mengeluarkan sinyal persegi dengan amplitude proporsi dengan torsi kendali maksimum $\pm I_{wy} \Omega_{max}$ dan periode sama dengan waktu transisi. Dari respon dinamik wahana dan roda dengan parameter fisik yang telah ditentukan (lihat gambar 9), dapat dilihat bahwa untuk kondisi mula yang sama penerapan prinsip maksimum Pontryagin hanya memerlukan daya kendali (*Impuls total*) yang lebih kecil dan waktu transisi yang lebih cepat dibandingkan dengan aplikasi teori kendali klasik. Tambahan pula, kecepatan roda selalu kembali ke kecepatan nominalnya ($\Omega_N = 1000$ rpm) dengan berakhirnya eksekusi pengendalian. Dengan penampilan ini, sistem kendali dengan prinsip maksimum untuk masalah minimisasi waktu telah memenuhi kriteria perancangan sistem kendali tiga poros SSL dengan menggunakan RRDE. Penerapan prinsip maksimum untuk masalah minimisasi energi mungkin akan lebih baik, tetapi ia menghendaki suatu sistem OSL yang lebih rumit.

Kesimpulan

Perbandingan karakteristik sistem kendali poros *tukik* yang dirancang berdasarkan prinsip maksimum Pontryagin dan metode kendali klasik dapat dituliskan sebagai berikut :

- dengan prinsip maksimum, jumlah impuls total selama operasi kendali berlangsung untuk waktu transisi dan input perintah *tukik* yang sama, ternyata lebih kecil;
- tidak ada deviasi kecepatan roda sesesainya eksekusi kendali. Pada sistem klasik kecepatan roda selalu berdeviasi setelah eksekusi kendali berakhir.

Strategi kendali yang dibangun berdasarkan prinsip maksimum memiliki prestasi yang lebih baik untuk diterapkan dalam perancangan sistem kendali aktif tiga poros SSL berstabilisasi RRDE. Dengan penerapan prinsip tersebut, efek perubahan kecepatan roda yang menimbulkan kopling dinamik pada ketiga poros olah-gerak badan utama wahana maupun gerakan elastik panel surva lentur dapat diperkecil secara optimum. Tambahan pula selama operasi stabilisasi berlangsung, sistem desaturasi momentum roket retro tidak perlu bekerja, sehingga seluruh bahan bakar dapat disediakan untuk operasi kendali lainnya seperti pengetriman orbit (*orbital trimming*), penjagaan orbit, dan pelontaran keluar orbit.

Penutup

Penulis mengucapkan terimakasih kepada LAPAN atas biaya penelitian ini. Juga terima kasih kepada Bapak Prof. Wiranto Arismunandar, Dr. Said D. Jenie, dan Dr. Harijono Djojodihardjo atas diskusi dan koreksi yang diberikan.

Pustaka

1. Salatun, A. S., Rancangan sistem kendali optimal-terpercaya Satelit Siaran Langsung dengan menggunakan roda reaksi dua engsel, riset program S-3 FPS-ITB di bawah bimbingan Prof. Wiranto Arismunandar dan Dr. Said D. Jenie, dalam pengerjaan
2. Salatun, A. S. dan P. M. Bainum, 1983, Analysis of a double gimbaled reaction wheel spacecraft attitude stabilization system, *Acta Astronautica, Journal of the International Academy of Astronautics*, 10, 2, 56-66
3. Takahashi, Y., M. J. Rabins, dan D. M. Auslander, 1972, *Control and dynamics systems*, Addison-Wesley, Massachusetts, 642-629
4. Brogan, W. L., 1970, *Modern control theory*, Quantum, New York, 311-313
5. Meirovitch, L., 1970, *Methods of analytical dynamics*, McGraw-Hill, New York