

Simulasi Pengontrolan dan *Observer* pada Kompleksitas Pemodelan Sistem *Demo Set* Tangki Kering

¹Nurul Hikmah, ²Martha Anjela Saragih, ³Parsaulian I. Siregar & ⁴Estiyanti Ekawati*

¹²³⁴Institut Teknologi Bandung

¹nhikmah601@gmail.com

²marthanjela99@gmail.com

Abstrak

Kompleksitas pemodelan sistem *demo set* dilakukan dengan perubahan letak aksi kontrol, yang semula pada masukan menjadi pada keluaran untuk sistem 1 tangki hingga 3 tangki. Kompleksitas dilakukan agar sistem lebih sesuai dengan keadaan aktual. Pengontrolan dilakukan dengan metode penempatan *pole* dan penambahan kondisi integral dengan gangguan dan tanpa gangguan. Pada sistem dengan penambahan kondisi integral nilai *overshoot* yang dihasilkan lebih besar tetapi mengurangi nilai *offset* saat penambahan gangguan. Kemudian dirancang *observer* untuk mengestimasi variabel keadaan pada pemodelan sistem dengan metode *full state order observer*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penambahan *gain observer* pada sistem dengan pengontrol akan mengurangi nilai eror pada perbedaan antara *observer* variabel keadaan sistem dengan variabel keadaan sistem. Kemudian dilakukan pula penambahan gangguan pada sistem kontrol dan *observer*, dengan hasil bahwa masih terdapat *offset* pada respon *output*. Oleh karena itu didesain ulang sistem kontrol untuk mencari hubungan antara penempatan minimum nilai *eigen dominant* dan nilai variansi gangguan agar *offset* yang dihasilkan 5% atau 10%.

Kata Kunci: *demo set*, penempatan *pole*, kondisi integral, *observer*, nilai *eigen dominant*.

1 Pendahuluan

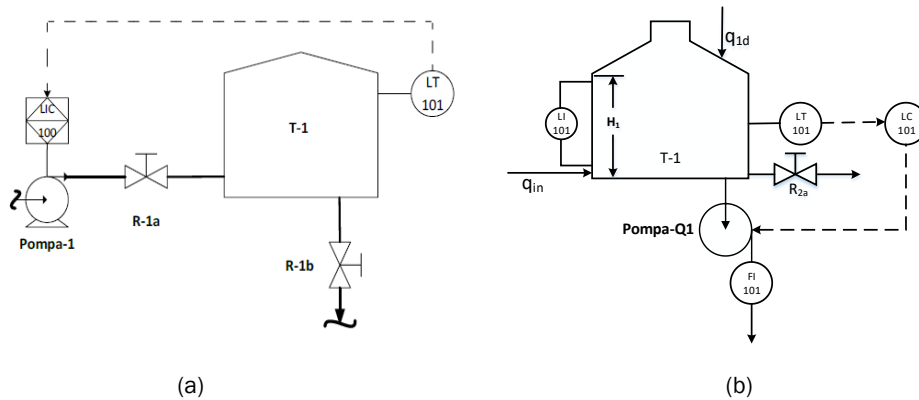
Sebagai media pembelajaran sistem kontrol proses industri, dibuat *demo set* yang merepresentasikan proses yang ada dalam sistem aktual dalam suatu *prototype* rangkaian listrik dengan pengintegrasian ke beberapa level hingga HMI. Perangkat pembelajaran *demo set* telah dibuat oleh peneliti sebelumnya pada tahun 2018. *Demo set* yang ada di Laboratorium Instrumentasi Industri merupakan emulator tangki kering yang direpresentasikan dengan rangkaian listrik yang menggambarkan dinamika dari sistem multi-tangki berinteraksi berdasarkan kesetaraan dari pemodelan *bond graph*. Pada sistem *demo set* ini diasumsikan bahwa semua sensor berjalan dengan baik dan terdapat semua variabel keadaan. Untuk sarana media pembelajaran yang lebih kompleks dan baik, perlu adanya analisa terhadap pemodelan *demo set* agar sesuai dengan keadaan aktual, dan penambahan fitur seperti *observer*, *fault detection*, dsb.

Permasalahan *demo set* yang telah dibuat pada penelitian sebelumnya diketahui memiliki pemodelan yang kurang sesuai dengan keadaan aktual. Pengontrolan yang seharusnya dilakukan pada aliran keluar, dilakukan pada aliran masuk yang menyebabkan pemodelan sistem menjadi lebih kompleks. Pada sistem kontrol proses industri, variabel yang ada sering kali berjumlah lebih dari satu (multivariabel) sehingga diperlukan pengontrolan yang sesuai dengan kondisi tersebut. Salah satu jenis pengontrolan yang memungkinkan adalah pengontrolan dengan metode penempatan *poles*. Oleh karena itu sangat penting untuk memperluas penelitian dan pengembangan pemodelan sistem pada *demo set* sebagai media pembelajaran sehingga tetap kompatibel dengan proses industri yang sebenarnya. Sehingga dalam makalah ini direpresentasikan perubahan pemodelan sistem menjadi lebih kompleks, pengontrolan sistem yang sesuai, simulasi dengan penambahan *observer*, serta penambahan gangguan pada masing-masing simulasi.

2 Metode

2.1 Kompleksitas Pemodelan Sistem Level Tangki

Pemodelan sistem yang menjadi fokus adalah proses yang bersifat *self regulating* dan penambahan gangguan pada proses. Proses yang bersifat *self regulating* adalah proses yang secara inheren mengatur diri sendiri dengan kata lain, proses *self-regulating* akan menunjukkan nilai variabel proses yang unik untuk setiap nilai keluaran yang mungkin [1]. Proses ini memiliki karakteristik umpan balik bawaan yang menyebabkan proses cenderung mengarah pada pengaturan sendiri [2]. Perubahan pemodelan sistem tangki dilakukan dengan mengubah *valve* pada ujung masing-masing tangki menjadi pompa dengan tujuan pengontrolan sistem menjadi linier dengan selisih SP ketinggian level tangki [3], penambahan *valve* pada tangki paling ujung untuk mengubah sistem agar bersifat *self regulating*, serta pengontrolan dilakukan pada aliran keluar. Gambar 1 merupakan contoh perbandingan antara perubahan pemodelan sistem 1 tangki. Sistem ini dikatakan bersifat *self regulating* karena memiliki masukan air yang masuk ke tangki (dari sumber) dan keluaran air yang mengalir ke tangki berikutnya atau ke lingkungan melalui *valve* R_{2a}. Hal ini menyebabkan level air pada tangki konstan pada titik tertentu.



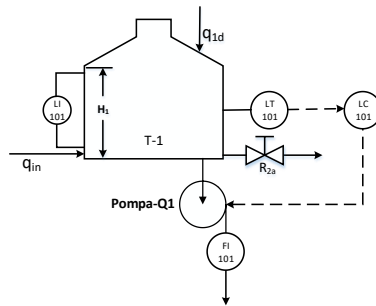
Gambar 1 (a) Pemodelan sistem demoeset sebelumnya. (b) Kompleksitas pemodelan sistem

Pemodelan sistem tersebut akan dijelaskan pada sub judul ini dengan mengikuti struktur persamaan $\dot{x} = Ax + B_1u + B_2w$ dan persamaan $y = Cx + D_1u + D_2w$ [4], dimana u adalah *manipulated variable* (MV) dan w adalah gangguan. Gangguan direpresentasikan dengan aliran masuk atau keluar pada masing-masing tangki dengan notasi q_1 , q_2 , dan q_3 , serta pada sumber utama dengan notasi q_{in} . Nilai parameter yang digunakan diambil pada data penelitian sebelumnya [5] yaitu :

Tabel 1 Nilai dari komponen resistor dan kapasitor

Resistor	Nilai Resistor	Kapasitor	Nilai Kapasitor
R1a	10,0 KΩ	C1	$100 \times 10^2 \mu F$
R2a	10,0 KΩ	C2	$47,0 \times 10^2 \mu F$
R3a	10,0 KΩ	C3	$100 \times 10^2 \mu F$
R4a	10,0 KΩ		

2.1.1 Sistem 1 Tangki



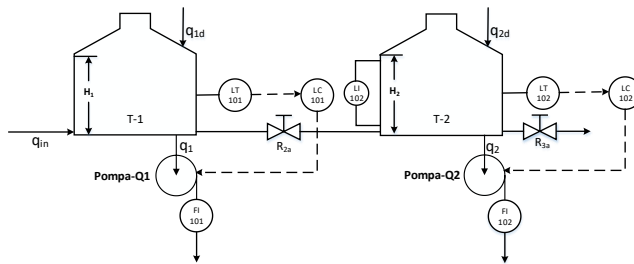
Gambar 2 Skema sistem 1 tangki

Penurunan persamaan dilakukan dengan metode ruang keadaan sehingga menghasilkan persamaan berikut ini.

$$\dot{h}_1 = \left[-\frac{1}{C_1 R_{2a}} \right] h_1 + \left[-\frac{1}{C_1} \right] q_1 + \left[\frac{1}{C_1} \quad \frac{1}{C_1} \right] \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$y = [1] h_1 + [0] q_1 + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \end{bmatrix} \tag{2}$$

2.1.2 Sistem 2 Tangki



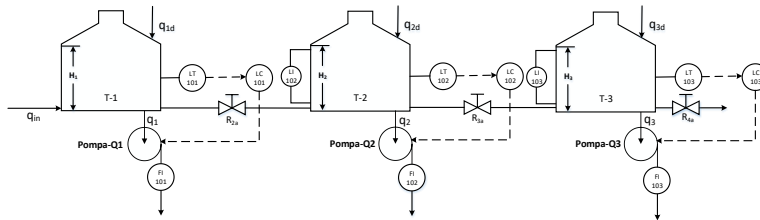
Gambar 3 Skema sistem 2 tangki

Penurunan persamaan dilakukan dengan metode ruang keadaan sehingga menghasilkan persamaan berikut ini.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{2a}C_1} & \frac{1}{C_1 R_{2a}} \\ \frac{1}{C_2 R_{2a}} & -\frac{1}{C_2 R_{2a}} - \frac{1}{C_2 R_{3a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \\ q_{d2} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$[y] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + [0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \\ q_{d2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

2.1.3 Sistem 3 Tangki



Gambar 4 Skema sistem 3 tangki

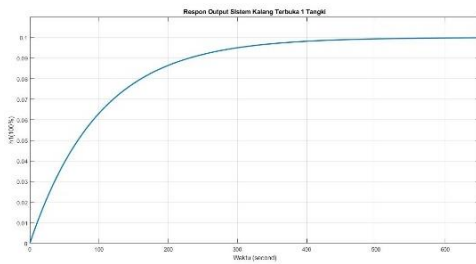
Penurunan persamaan dilakukan dengan metode ruang keadaan sehingga menghasilkan persamaan berikut ini.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_{2a}} & \frac{1}{C_1 R_{2a}} & 0 \\ \frac{1}{C_2 R_{2a}} & -\left(\frac{1}{C_2 R_{2a}} + \frac{1}{C_2 R_{3a}}\right) & \frac{1}{C_2 R_{3a}} \\ 0 & \frac{1}{C_3 R_{3a}} & -\frac{1}{C_3 R_{3a}} - \frac{1}{C_3 R_{4a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \\ q_{d2} \\ q_{d3} \end{bmatrix} \quad (5)$$

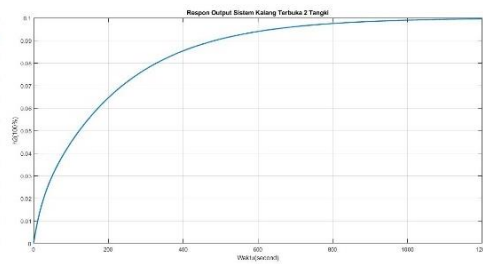
$$[y] = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + [0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + [0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} q_{in} \\ q_{d1} \\ q_{d2} \\ q_{d3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2 Simulasi Kompleksitas Pemodelan Sistem Kalang Terbuka

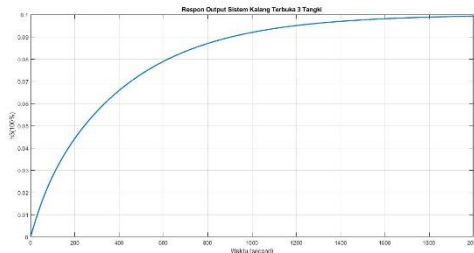
Dari persamaan 1-6 untuk masing-masing sistem, kemudian disimulasikan sistem kalang terbuka pada Gambar 5. Hal ini berfungsi untuk mengetahui karakteristik sistem dan membandingkan dengan karakteristik sistem yang dihasilkan sebelumnya. Simulasi berikut dilakukan dengan menambahkan MV sebesar 10% untuk sistem 1 tangki, 5 % untuk sistem 2 tangki, dan 3,33% untuk sistem 3 tangki. Grafik yang didapatkan dbalikkan sedemikian rupa guna mempermudah Analisa.



(a)



(b)



(c)

Gambar 5 Respon output sistem kalang terbuka pada (a) sistem 1 tangki, (b) sistem 2 tangki, dan (c) sistem 3 tangki

Berdasarkan Gambar 5 didapatkan karakteristik masing-masing sistem seperti pada Tabel 2.

Tabel 2 Perbandingan karakteristik sistem kalang terbuka dengan petugas akhir sebelumnya

Sistem	Sistem Kalang Terbuka			Petugas Akhir Sebelumnya		
	T_s	OS	τ	T_s	OS	τ
1 Tangki	350	100	0	118	42	0
2 Tangki	650	247	0	161	61	0
3 Tangki	1200	177	0	211	120	170

Berdasarkan Tabel 2 tersebut terlihat bahwa sistem kalang terbuka memiliki respon output yang lebih lama dibandingkan dengan hasil petugas akhir sebelumnya, sehingga sistem tersebut memerlukan pengontrolan untuk menghasilkan karakteristik yang diinginkan.

2.3 Analisa Kestabilan Sistem

Suatu sistem dikatakan stabil apabila nilai *eigen* atau nilai *pole dominant* sistem tersebut bernilai negatif [6]. Analisa kestabilan masing-masing system terdapat pada Tabel 3.

Tabel 3 Analisa kestabilan sistem

Sistem	Matriks A	Nilai Eigen	Keterangan
1 Tangki	$A = [-0,01]$	$\mu_1 = -0,01$	Stabil
2 Tangki	$A = \begin{bmatrix} -0,01 & 0,01 \\ 0,0213 & -0,043 \end{bmatrix}$	$\mu_1 = -0,0481,$ $\mu_2 = -0,0044$	Stabil
3 Tangki	$A = \begin{bmatrix} -0,01 & 0,01 & 0 \\ 0,0213 & -0,043 & 0,0213 \\ 0 & 0,01 & -0,02 \end{bmatrix}$	$\mu_1 = -0,0537,$ $\mu_2 = -0,0024,$ $\mu_3 = -0,0164$	Stabil

2.4 Analisa Keterkontrolan Sistem

Syarat sistem bersifat terkontrol adalah diketahui persamaan sistem $\dot{x} = Ax + Bu$, dimana matriks A berukuran $n \times n$, dan $y = Cx + Du$, dapat dikatakan terkontrol jika dan hanya jika matriks O_b tersebut memiliki $rank = n$, dimana matriks $O_b = [B : AB : \dots : A^{n-1}B]$ [7] atau dengan menggunakan perintah pada MATLAB : $O_b = \text{ctrb}(A, B)$. Analisa keterkontrolan masing-masing sistem terdapat pada Tabel 4.

Tabel 4 Analisa keterkontrolan sistem

Sistem	Matriks Keterkontrolan (O_b)	Rank O_b
1 Tangki	$O_b = [-100]$	1
2 Tangki	$O_b = \begin{bmatrix} -100 & 0 & 1 & -2,13 \\ 0 & -212,8 & -2,13 & 9,05 \end{bmatrix}$	2
3 Tangki	$O_b = \begin{bmatrix} -100 & 0 & 0 & 1 & -2,13 & 0 & -0,0313 & 0,112 & -0,0213 \\ 0 & -212,8 & 0 & -2,13 & 9,05 & -2,13 & 0,112 & -0,476 & 0,133 \\ 0 & 0 & -100 & 0 & -2,13 & 2 & -0,021 & 0,133 & -0,0613 \end{bmatrix}$	3

2.5 Analisa Keteramatan Sistem

Syarat sistem bersifat teramati adalah jika diketahui persamaan sistem $\dot{x} = Ax + Bu$, dimana matriks A berukuran $n \times n$, dan $y = Cx + Du$, dapat dikatakan teramati jika dan hanya jika matriks O_c tersebut memiliki $rank = n$, dimana matriks $O_c = [C : CA : \dots : CA^{n-1}]$ [6] atau dengan menggunakan perintah pada MATLAB : $O_c = \text{obsv}(A, C)$. Analisa keteramatan masing-masing sistem terdapat pada **Tabel 5**.

Tabel 5 Analisa keteramatan sistem

Sistem	Matriks Keteramatan (O_c)	Rank O_c
1 Tangki	$O_c = [1]$	1
2 Tangki	$O_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0,0213 & -0,0426 \end{bmatrix}$	2
3 Tangki	$O_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,01 & -0,02 \\ 0,0002 & -0,0006 & 0,0006 \end{bmatrix}$	3

2.6 Pengontrolan

2.6.1 Penempatan Pole

Langkah pertama dalam merancang sistem kontrol dengan ruang keadaan adalah menentukan aksi kontrol (*control law*) [8].

$$u = -Kx = -[K_1 \ K_2 \ \dots \ K_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{7}$$

Substitusi aksi kontrol pada persamaan 7 ke sistem ruang keadaan menghasilkan

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{x} &= (A - BK)x \end{aligned}$$

Persamaan karakteristik sistem lup tertutupnya:

$$\det(sI - (A - BK)) = 0 \tag{8}$$

Penentuan nilai T_s awal yaitu 159s, berdasarkan nilai konstanta waktu rangkaian, akan tetapi saat pemberian gangguan dengan varians 10% menghasilkan eror yang besar, sehingga dipilih lebih cepat untuk menanggulangi eror tersebut. Nilai T_s dan OS yang dipilih sebesar

10 s dan 5 %, dan nilai pole yang diinginkan diperoleh menggunakan formula *second order dominant* [9].

$$\zeta = -\frac{\ln(\%OS)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS)}} = 0,69, \omega_n = \frac{4}{T_s \zeta} = 0,58 \text{ (with 2\% creation)}$$

Dari nilai ζ dan ω_n , letak *pole* tertutup dominan dalam domain kontinu yang diinginkan adalah

$$s_p = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -0,4 \pm 0,42i$$

Nilai *pole dominant* merupakan nilai *eigen* pada sistem *state space*. Sistem yang membutuhkan lebih dari 2 nilai *eigen*, nilai *eigen* lainnya ditempatkan 2-15x [10] dari kedua nilai *eigen* tersebut. Nilai K dicari dengan perintah MATLAB yaitu $K = acker(A, B, P)$ atau $K = place(A, B, P)$, dimana $P = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_n]$. Penempatan nilai *eigen* yang diinginkan, nilai P, matriks K pada Tabel 6.

Tabel 6 Nilai eigen yang diinginkan dan gain pengontrol pada pengontrolan dengan penempatan pole

Sistem	Nilai eigen yang diinginkan (P)	Matriks K
1 Tangki	$\mu_1 = -0,4$	$K = [-0,0039]$
2 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i,$ $\mu_2 = -0,4 - 0,42i,$	$K = \begin{bmatrix} -0,0039 & -0,0028 \\ 0,00012 & -0,0017 \end{bmatrix}$
3 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i,$ $\mu_2 = -0,4 - 0,42i, \mu_3 = -2$	$K = \begin{bmatrix} -0,0039 & -0,0043 & 0 \\ 0,0019 & -0,0017 & -0,0001 \\ 0 & -0,0001 & -0,0198 \end{bmatrix}$

2.6.2 Penambahan Kendali Integral

Pada penambahan kondisi integral, kecepatan perubahan sinyal kontrol sebanding dengan sinyal eror. Penambahan kondisi integral bertujuan untuk menghilangkan kesalahan posisi dalam keadaan mantap tanpa mengubah karakteristik-karakteristik frekuensi tinggi dan hal ini dapat dicapai dengan memberikan penguatan tidak tak terhingga pada frekuensi nol yaitu pada kondisi mantap. diasumsikan tambahan keadaan integral x_i yang mempunyai persamaan diferensial [9].

$$\dot{x}_i = Cx - r = e \text{ dan } x_i = \int_0^t e dt$$

Sehingga persamaan tambahannya menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

Dengan kontrol umpan baliknya

$$u = [-K_1 \quad -K_2] \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} = -K_1 \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix}$$

Penggunaan integral melibatkan penambahan kondisi integral untuk variabel keadaan pada masing-masing sistem, nilai *eigen* yang diinginkan nilai P, matriks K_i pengontrolan dengan kendali integral terdapat pada Tabel 7.

Tabel 7 Nilai eigen yang diinginkan dan gain pengontrol pada pengontrolan dengan penambahan kendali integral

Sistem	Nilai eigen yang diinginkan (P)	Matriks K_I
1 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$	$K_I = [-0,008 \quad -0,0023]$
2 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$, $\mu_3 = -2, \mu_4 = -3$	$K_I = \begin{bmatrix} -0,0243 & -0,0073 & 0,0043 & -0,0025 \\ 0,0083 & 0,016 & -0,0203 & -0,012 \end{bmatrix}$
3 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$, $\mu_3 = -2, \mu_4 = -3$, $\mu_5 = -4, \mu_6 = -5$	$K_I = \begin{bmatrix} -0,043 & 0,036 & -0,022 & -0,103 & 0 & 0 \\ 0,0032 & 0,013 & -0,0256 & -0,028 & -0,0001 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0001 & 0 & -0,049 & -0,06 \end{bmatrix}$

2.7 Penambahan Observer

Observer merupakan tools yang digunakan dalam pengontrolan untuk mengestimasi variabel-variabel keadaan yang tidak diketahui dengan menggunakan data pengukuran. Sehingga seringkali estimasi variabel keadaan lebih diinginkan daripada pengukuran langsung dikarenakan observer merupakan sistem dinamik yang variabel-variabel keadaannya adalah estimasi dari variabel keadaan sistem. Error yang terjadi merupakan perbedaan antara keadaan (state) sistem aktual dengan keadaan (state) dari observer [9]. Observer dilakukan dengan menggunakan metode full state observer. Penambahan observer pada sistem kontrol akan mengubah dinamika sistem menjadi [6].

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - K_e C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

Nilai eigen observer dapat dipilih lebih cepat 3-6 kali dibandingkan dengan nilai eigen kendali. Ini akan menjamin peluruhan (decay) error observer lebih cepat dibandingkan dinamika yang diinginkan [6]. Nilai K_e (gain observer) dapat dicari dengan perintah MATLAB yaitu $K_e = acker(A', C', J)$ atau $K_e = place(A', C', J)$, dimana $J = [\mu_{1o} \quad \mu_{2o} \quad \dots \quad \mu_{no}]$.

2.7.1 Penambahan Observer pada Pengontrolan Penempatan Pole

Tabel 8 Nilai eigen observer pada pengontrolan dengan penempatan pole

Sistem	Nilai eigen pengontrol (Penempatan poles)	Nilai eigen observer (J)
1 Tangki	$\mu_1 = -0,4$	$\mu_{1o} = -2$
2 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$	$\mu_{1o} = -2, \mu_{2o} = -3$
3 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$, $\mu_3 = -2$	$\mu_{1o} = -6, \mu_{2o} = -7,$ $\mu_{3o} = -8$

2.7.2 Penambahan Observer pada Pengontrolan dengan Penambahan Kendali Integral

Tabel 9 Nilai eigen observer pada pengontrolan dengan penambahan kendali integral

Sistem	Nilai eigen pengontrol (penambahan kondisi integral)	Nilai eigen observer (J)
1 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$	$\mu_{10} = -2, \mu_{20} = -3$
2 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$, $\mu_3 = -2, \mu_4 = -3$	$\mu_{10} = -9, \mu_{20} = -10,$ $\mu_{30} = -11, \mu_{40} = -12$
3 Tangki	$\mu_1 = -0,4 + 0,42i$, $\mu_2 = -0,4 - 0,42i$, $\mu_3 = -2, \mu_4 = -3,$ $\mu_5 = -4, \mu_6 = -5$	$\mu_{10} = -15, \mu_{20} = -16, \mu_{30} = -17,$ $\mu_{40} = -18, \mu_{50} = -19, \mu_{60} = -20$

Dari nilai eigen tersebut didapatkan nilai gain observer adalah

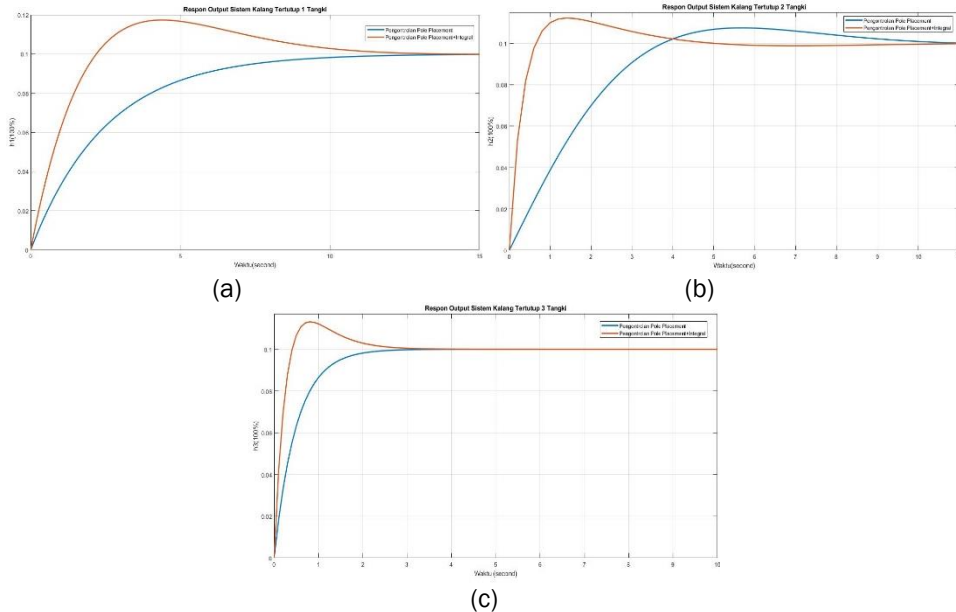
Tabel 10 Gain observer untuk masing-masing jenis pengontrol

Sistem	Gain K_e	
	Penempatan Pole	Penambahan Kondisi Integral
1 Tangki	[1,99]	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
2 Tangki	$\begin{bmatrix} 279,7 \\ 4,95 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8,99 & 0 & 0,01 & 0 \\ 1 & 10 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 10,96 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{bmatrix}$
3 Tangki	$1 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1,57 \\ 0,015 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,021 & 0 & 16,96 & 0 & 0,021 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & 18,99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 20 \end{bmatrix}$

3 Hasil

3.1 Pengontrolan Sistem

Simulasi pengontrolan sistem tangki interaksi pada demo set dilakukan dengan kondisi awal 0, sehingga respon sistem kalang tertutup untuk masing-masing sistem tangki dengan pengontrolan penempatan pole dan penambahan kondisi integral dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6 Respon output sistem kalang tertutup dengan pengontrolan penempatan pole dan penambahan kendali integral pada (a) sistem 1 tangki, (b) sistem 2 tangki, dan (c) sistem 3 tangki

Berdasarkan **Gambar 6** didapatkan karakteristik masing-masing sistem terdapat pada **Tabel 11** untuk pengontrolan dengan penempatan *pole* dan **Tabel 12** untuk pengontrolan dengan penambahan kondisi integral.

Penempatan nilai *eigen* yang diinginkan terdapat pada bagian **2.6.1**. Karakteristik sistem setelah pengontrolan terdapat pada **Tabel 11**.

Tabel 11 Karakteristik sistem demo set dengan penempatan *pole*

Sistem	OS (%)	Ts (s)
1 Tangki	0	10
2 Tangki	7,4	10,8
3 Tangki	0	2

Penggunaan integral melibatkan kondisi integral untuk *state* pada masing-masing sistem, dimana penyesuaian persamaan untuk penggunaan penambahan kondisi integral terdapat pada bagian 2.6.2. Karakteristik sistem setelah pengontrolan dengan penambahan kondisi integral terdapat pada **Tabel 12**.

Tabel 12 Karakteristik sistem demo set dengan penambahan kondisi integral

Sistem	OS (%)	Ts (s)
1 Tangki	16,9	12
2 Tangki	12,3	5
3 Tangki	13,2	2,2

3.2 Penambahan Gangguan pada Sistem Kontrol

Pada sistem 1 tangki pemberian gangguan dilakukan pada masukan (q_{in}) dan tangki 1 (q_{d1}), dimana *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d1} . Pada sistem 2 tangki, dilakukan pemberian gangguan pada masukan (q_{in}), tangki 1 (q_{d1}), dan tangki 2 (q_{d2}), dimana *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d2} , hal ini dikarenakan gangguan q_{in} dan q_{d1} difilter terlebih dahulu oleh tangki 1. Pada sistem 3 tangki, dilakukan pemberian gangguan pada masukan (q_{in}), tangki 1 (q_{d1}), tangki 2 (q_{d2}), dan tangki 3 (q_{d3}), dimana *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d3} , hal ini dikarenakan gangguan q_{in} , q_{d1} , dan q_{d2} difilter terlebih dahulu oleh tangki 1 dan tangki 2. Pada saat penambahan gangguan pada sistem dengan penambahan kondisi integral menghasilkan *offset* yang lebih kecil dibandingkan saat penambahan gangguan pada sistem dengan kendali penempatan *pole*. Hal ini tentunya membuktikan bahwa dengan penambahan kondisi integral mampu mengurangi *offset* pada sistem.

3.3 Observer

Desain observer dilakukan dengan teknik yang sama pada pengontrolan, dimana nilai *pole observer* ditempatkan 5 kali dari nilai *eigen dominant* pengontrol sistem. Dimana *gain observer* untuk masing-masing sistem terdapat pada **Tabel 13**.

Tabel 13 Penambahan *gain observer* pada sistem kontrol demo set

Sistem		<i>Gain Observer</i>
1 Tangki	Penempatan <i>Pole</i>	$K_e = [1, 99]$
	Penambahan Kondisi Integral	$K_e = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
2 Tangki	Penempatan <i>Pole</i>	$K_e = \begin{bmatrix} 279,7 \\ 4,95 \end{bmatrix}$
	Penambahan Kondisi Integral	$K_e = \begin{bmatrix} 8,99 & 0 & 0,01 & 0 \\ 1 & 10 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 10,96 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{bmatrix}$
3 Tangki	Penempatan <i>Pole</i>	$K_e = 1 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1,57 \\ 0,015 \\ 0 \end{bmatrix}$
	Penambahan Kondisi Integral	$K_e = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,021 & 0 & 16,96 & 0 & 0,021 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & 18,99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 20 \end{bmatrix}$

Dengan simulasi menggunakan MATLAB, dan nilai eror awal sebesar 20% dan *initial condition* 0, terlihat bahwa dengan penambahan *observer* pada sistem mampu mengurangi eror, dan semakin bertambahnya waktu nilai *observer state* akan sama dengan *state* sistem. Pada desain *observer* dengan penambahan kondisi integral didapatkan eror pada respon awal lebih kecil dibandingkan saat desain *observer* dengan pengontrolan penempatan *pole*. Hal ini membuktikan bahwa dengan penambahan kondisi integral lebih cepat untuk mengurangi eror pada sistem.

3.4 Penambahan Gangguan pada Sistem Kontrol dan Observer

Penambahan gangguan pada desain kendali dan *observer* dilakukan sama seperti penambahan gangguan pada sistem dengan kendali saja. Didapatkan hasil bahwa dengan penambahan *observer offset* yang dihasilkan berkurang akan tetapi pada *observer* bekerja hingga 5-10s, kemudian setelah itu penanggulangan terhadap gangguan dilakukan oleh sistem kendali. Sehingga perlu penataan ulang desain sistem kendali untuk menghasilkan maksimal nilai *offset* yang diinginkan.

3.5 Persamaan Minimum Pole Dominant / Nilai Eigen terhadap Nilai Variansi Gangguan

Untuk menanggulangi gangguan dengan varians yang cukup besar, maka perlunya mendesain ulang sistem kendali. Sehingga perlunya menempatkan nilai *pole dominant* / nilai *eigen* yang diinginkan untuk mengatasi gangguan tersebut, didapatkan persamaan untuk masing-masing sistem terdapat pada **Tabel 14**, dimana y merupakan minimum penempatan *pole dominant* / nilai *eigen* dan x merupakan variansi gangguan.

Tabel 14 Persamaan pole dominant / nilai eigen dan nilai variansi gangguan

Sistem	Maksimal Offset	Penempatan Pole		Penambahan Kondisi Integral	
		Persamaan	R ²	Persamaan	R ²
1 Tangki	5%	$y = -45,85x + 4,16$	0,99	$y = -15,33x + 0,47$	0,99
	10%	$y = -22,31x + 3,07$	0,99	$y = -10,27x + 1,46$	0,98
2 Tangki	5%	$y = -106,5x + 7,07$	0,99	$y = -33,11x - 5,39$	0,96
	10%	$y = -51,63x + 4,51$	0,99	$y = -17,7x + 5,11$	0,99
3 Tangki	5%	$y = -37,97x + 5,03$	0,99	$y = -13,26x + 3,37$	0,98
	10%	$y = -15,25x + 2,89$	0,97	$y = -7,13x + 2,19$	0,97

4 Kesimpulan

1. Perubahan sistem tangki yang telah dimodifikasi berupa pengontrolan yang dilakukan pada keluaran masing-masing tangki, dengan implementasi *valve* diubah menjadi pompa agar sinyal kontrol linear dengan perubahan besarnya aliran keluar. Selain itu diberikan tambahan *valve* untuk tangki paling akhir untuk mengubah proses pengontrolan menjadi *self regulating*.
2. Pengontrolan dilakukan dengan menggunakan metode penempatan *poles* dan penambahan kondisi integral. Penambahan kondisi integral akan memberikan nilai OS pada respon keluaran, dan memperlambat respon keluaran untuk mencapai kondisi tunak.
3. Nilai *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d1} pada sistem 1 tangki, dimana dengan pemberian nilai varians sebesar 20% sudah menghasilkan *offset* sebesar 34,2% saat pengontrolan dengan penempatan *poles*, dan 28,9% saat pengontrolan dengan penambahan kondisi integral. Untuk sistem 2 tangki *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d2} , dimana minimum *offset* yang dihasilkan adalah 20% dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d2} dengan varians sebesar 30% saat pengontrolan dengan penempatan *poles*, dan varians sebesar 20% saat pengontrolan dengan penambahan kondisi integral. Hal ini disebabkan karena pada saat pemberian gangguan q_{in} dan q_{d1} , gangguan tersebut terlebih dahulu difilter oleh tangki 1 sebelum dialirkan menuju tangki 2. Untuk sistem 3 tangki, *offset* paling besar dihasilkan saat pemberian gangguan q_{d3} , dimana untuk menghasilkan minimum *offset* sebesar 20%, diperlukan gangguan q_{d3} , dengan varians 60% dengan pengontrol menggunakan penempatan *poles*, dan 100% saat pengontrolan dengan penambahan kondisi integral. Hal ini disebabkan karena saat pemberian gangguan pada q_{in} , q_{d1} , dan q_{d2} untuk sistem 3 tangki, gangguan tersebut telah terfilter oleh tangki 1 maupun tangki 2, sehingga tidak menyebabkan *offset* pada respon keluaran sistem 3 tangki.
4. Pada saat pemberian gangguan q_{in} , q_{d1} , q_{d2} , maupun q_{d3} , yang disesuaikan dengan masing-masing tangki, didapatkan bahwa saat pengontrolan dengan menggunakan penambahan kondisi integral menghasilkan *offset* lebih kecil dibandingkan saat pengontrolan dengan menggunakan metode penempatan *poles*. Tentunya hal ini

membuktikan bahwa dengan penambahan kondisi integral akan mempercepat peluruhan error pada sistem.

5. Pada desain *observer* telah terlihat bahwa dengan penambahan *gain observer* akan mengurangi nilai error pada perbedaan antara *observer* variabel keadaan sistem dengan variabel keadaan sistem.
6. Hubungan antara penempatan *pole* / nilai *eigen* dominan dan *varians* gangguan telah ditentukan. Asumsi yang digunakan adalah penempatan *pole*/nilai *eigen* lainnya 2-15x dari *pole* / nilai *eigen* dominan tersebut, dan *pole observer* minimal 3x dari *pole* / nilai *eigen* pengontrol.

5 Nomenklatur

C	=	Capacitance
h	=	Level tangki
MV	=	Manipulated variable
OS	=	Overshott
PV	=	Process variable
q_i	=	Aliran masuk tangki
q_o	=	Aliran keluar tangki
R	=	Resistance
RC	=	Resistor capasitor
SP	=	Set point

6 Daftar Pustaka

- [1] Kuphaldt, T., (2019): Lessons In Industrial Instrumentation, 2413 – 2415.
- [2] Beall, J., (2016): Loop Tuning Basics: Self-regulating Processes, *InTech Magazine*.
- [3] Setiawan, I. (2008): Kontrol PID untuk Proses Industri, Surabaya, PT Elex Media Komputindo.
- [4] Veness, T., (2017), Practical Guide to State-space Control, <https://github.com/calcmogul/state-space-guide>
- [5] D. Ivan, Alfriza, Rio. (2019): Pembuatan Perangkat Pembelajaran (Demo Set) untuk Sistem Kontrol Proses Terintegrasi. Tugas Akhir Program Sarjana, Institut Teknologi Bandung.
- [6] K. Ogata. (2002). Modern Control Engineering. Control Engineering. <https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1100013>
- [7] Williams, R. L., dan Lawrence, D. A. (2007). Linear State-Space Control Systems. Linear State-Space Control Systems. <https://doi.org/10.1002/9780470117873>.
- [8] Susanto, E., dan Surya, A. (2017): Sistem Kontrol Multivariabel, 48 – 57.
- [9] G. F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini, "Feedback Control of Dynamic Systems", Pearson, 6th Edition, 2010.
- [10] R.S. Burns, "Advanced Control Engineering", Butterworth-Heinemann, 2001