

# Studi Perancangan Sistem Kontrol Kinematik Dan Dinamik Non Linier Watanabe Pada Wahana Nirawak Quadrotor

Steven Aurecianus, Estiyanti Ekawati dan Endra Joelianto

Program Studi Teknik Fisika – Institut Teknologi Bandung

## Abstrak

Penelitian difokuskan pada desain sistem kontrol kinematik dan dinamik non linier Quadrotor hasil pemodelan Watanabe (2009). Model Quadrotor yang digunakan merupakan model dinamik yang dikontrol menggunakan metode *backstepping*. Model ini memiliki masukan dan keluaran jamak. Desain dilakukan dengan menentukan letak pole-pole lup tertutup sehingga diperoleh matriks penguat umpan balik sebagai salah satu komponen masukan. Rentang pole yang baik diperoleh dengan melakukan pengujian dan analisis terhadap pengaruh perubahan dari masing-masing pole terhadap respon sistem dan perhitungan nilai *integral absolute error*. Simulasi dilakukan tanpa memperhitungkan variabel fisis dari Quadrotor.

Hasil penelitian ini adalah diperolehnya program matlab untuk mensimulasikan model kinematik dan dinamik quadrotor Watanabe (2009). Percobaan yang dilakukan menunjukkan bahwa jumlah pembulatan angka dibelakang koma yang baik adalah minimal dua angka dibelakang koma, dipilih konstanta  $k$  bernilai 1, dan rentang letak pole dari masing-masing pole dengan pengaruh yang signifikan namun tetap memenuhi syarat tidak terjadi overshoot dan osilasi yang besar untuk pole ke 1 berada dikisaran -1 sampai -3, pole 2 dikisaran -1 sampai -6, pole 3 dikisaran -1 sampai -6, pole 4 dikisaran -1 sampai -6, dan pole 5 dikisaran -1 sampai -5.

*Kata Kunci: unmanned air vehicles, wahana nirawak quadrotor, pole placement, backstepping, kontrol dinamik.*

## Abstract

The focuses of this research are the design of the kinematic control system and dynamic non linear quadrotor of Watanabe (2009) model. Quadrotor model that is used in this research is the dynamic model with backstepping controlled. This model has multiple input and output. Closed loop was used to design the model in obtaining amplifier feedback as one of the input. A good pole range was obtained by testing and analyzing the impact of pole changes respect to the response of the system and integral of absolute error calculation. Simulation was developed by excluding calculation of physical variable of quadrotor. In this study, kinematic simulation model of Watanabe (2009) dynamic quadrotor was developed using Matlab. Simulation obtained range of poles: 1<sup>st</sup> pole is -1 to -3; 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> pole are -1 to -6; the 5<sup>th</sup> pole is -1 to -5.

*Keyword: unmanned air vehicles, quadrotor, pole placement, backstepping, dynamic control.*

## 1 Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang

Quadrotor dikendalikan menggunakan empat rotor dengan konfigurasi silang, ini berbeda dengan helikopter pada umumnya yang memiliki satu buah rotor utama dan satu rotor tambahan. Walaupun quadrotor memiliki konstruksi mekanik yang lebih sederhana dibandingkan helikopter biasa, terdapat beberapa kendala yang membuatnya sulit diaplikasikan. Salah satunya yaitu sulitnya menstabilkan kendali dan mengarahkan quadrotor secara simultan karena perilaku dinamik yang tidak linear. Selain itu, quadrotor

juga memiliki batasan-batasan perilaku, seperti sudut maksimum dan selisih kecepatan putar dari masing-masing rotor yang diperbolehkan.

Penelitian ini difokuskan pada desain sistem kontrol quadrotor. Model yang digunakan merupakan model yang kinematik dan dinamik yang telah dirancang sebelumnya oleh Watanabe dan kawan-kawan. Watanabe mensimulasikan model dinamik yang telah dibuat dengan menggunakan metode *backstepping* dimana salah satu komponen masukannya berasal dari pengontrol kinematik. Pada penelitian ini akan dilakukan analisis untuk menentukan letak pole lup tertutup dengan tepat sehingga diperoleh respon yang diinginkan pada model kinematik dan dinamik.

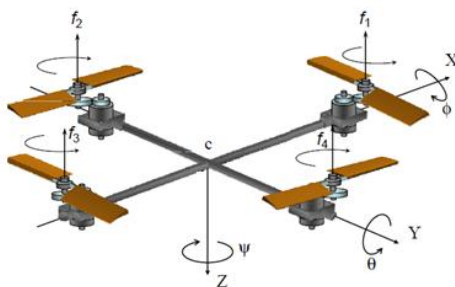
## 2 Teori Dasar

### 2.1 Quadrotor (Wu, 2009) (Bresciani, 2008) (Watanabe, 2008)

Quadrotor merupakan salah satu jenis wahana nirawak atau *Unmanned Aerial Vehicles* (UAV) berjenis *Vertical Take-Off and Landing* (VTOL) atau memiliki kemampuan untuk terbang dan mendarat secara vertikal. Quadrotor terdiri dari empat buah rotor atau baling-baling yang terletak pada keempat sudut kerangkanya yang berbentuk persegi sama sisi. Quadrotor merupakan suatu sistem yang terdiri dari empat buah masukan dan enam variabel keadaan. Quadrotor dapat dilengkapi dengan berbagai macam sensor dan kamera sehingga dapat diaplikasikan untuk berbagai macam kegunaan.

### 2.2 Konstruksi dan Sistem Koordinat Quadrotor (Bresciani, 2008)

Quadrotor dikendalikan oleh empat buah rotor atau baling-baling yang terletak pada keempat sisinya. Rotor yang saling berhadapan memiliki arah putaran yang searah, sedangkan rotor yang bersebelahan memiliki arah putaran yang berlawanan. Rotor pada quadrotor bersifat tetap dan hanya memberikan gaya dorong keatas sebesar  $f$ . Oleh karena itu, untuk bergerak ke arah lain, kecepatan dari masing-masing rotor dapat diatur sedemikian rupa sehingga quadrotor mengalami rotasi.



**Gambar 1 Konstruksi Quadrotor (Watanabe, 2009)**

Sistem koordinat pada quadrotor ditunjukkan pada gambar 1, adalah sebagai berikut:

X : posisi Quadrotor pada sumbu x (m)

Y : posisi Quadrotor pada sumbu y (m)

Z : posisi Quadrotor pada sumbu z (m)

$\phi$  : sudut rotasi searah jarum jam dengan sumbu putar x (rad)

$\theta$  : sudut rotasi searah jarum jam dengan sumbu putar y (rad)

$\psi$  : sudut rotasi searah jarum jam dengan sumbu putar z (rad)

### 2.3 Pemodelan Kinematik Quadrotor (Watanabe, 2009) [4]

Persamaan kinematik dari quadrotor secara umum didefinisikan sebagai

$$\dot{q} = S(q)v \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_b \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$q = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \tag{3}$$

$$v = [\dot{z}_b \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \tag{4}$$

Dimana sinyal masukan sistem adalah

$\dot{z}_b$  : kecepatan translasi pada sumbu z

$[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$  : kecepatan sudut rotasi.

Quadrotor memiliki dinamika non linier sehingga dilakukan pendekatan kontrol diskontinu menggunakan *chained form*.

### 2.4 Chained Form (Watanabe, 2009)

Didefinisikan variabel keadaan  $q_2 = [z \ y \ x \ \phi \ \theta \ \psi]^T$  dimana letak  $x$  dan  $z$  ditukar dan  $u = [\dot{z}_b \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ . Dengan menggunakan transformasi *Chained Form* diperoleh

$$\Phi(q_2) = \begin{bmatrix} z \\ \tan \theta \sin \psi - \tan \phi \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \\ y \\ \tan \theta \sin \psi + \tan \phi \frac{\sin \psi}{\cos \theta} \\ x \\ \psi \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\Xi(q_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\cos \psi}{\cos^2 \phi \cos \theta} & \frac{\sin \psi}{\cos^2 \theta} - \tan \phi \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \cos \psi & \tan \phi \frac{\sin \psi}{\cos \theta} + \tan \theta \cos \psi \\ 0 & -\frac{\sin \psi}{\cos^2 \phi \cos \theta} & \frac{\cos \psi}{\cos^2 \theta} + \tan \phi \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \sin \psi & \tan \phi \frac{\cos \psi}{\cos \theta} - \tan \theta \sin \psi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sehingga, vektor kontrol masukan yang baru  $v = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]^T$  dapat dituliskan menjadi

$$v = \Xi(q_2) u \quad (1)$$

dan vektor variabel keadaan yang baru  $Z = [\zeta_0 \ \zeta_0 \ \zeta_1 \ \eta_0 \ \eta_1 \ \gamma_0]^T$  dapat dituliskan menjadi

$$Z = \Phi(q_2) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_0 \\ \zeta_1 \\ \eta_0 \\ \eta_1 \\ \gamma_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \tan \theta \sin \psi - \tan \phi \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \\ y \\ \tan \theta \sin \psi + \tan \phi \frac{\sin \psi}{\cos \theta} \\ x \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

Hasil dari transformasi menggunakan chained form ditunjukkan oleh persamaan (9) dimana persamaan ini akan dikontrol menggunakan pendekatan kontrol diskontinu.

## 2.5 Kontrol Diskontinu (Watanabe, 2009)

Model sistem pada persamaan 9 dibuat menjadi diskontinu dengan melakukan transformasi koordinat menjadi

$$y_1 = \zeta_0 \quad (4)$$

$$y_2 = \zeta_0 \quad (5)$$

$$y_3 = \frac{\zeta_1}{\zeta_0} \quad (6)$$

$$y_4 = \frac{\eta_0}{\zeta_0} \quad (7)$$

$$y_5 = \frac{\eta_1}{\zeta_0^2} \quad (8)$$

$$y_6 = \frac{\zeta_0}{\xi_0} \tag{9}$$

Variabel keadaan diatas kemudian diturunkan dan didefinisikan  $v_3 = \hat{v}_3 \xi_0$  dan  $v_4 = \hat{v}_4 \xi_0$  sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \end{bmatrix} \tag{16}$$

Selanjutnya dicari masukan berupa matriks penguat umpan balik dengan menggunakan metode *pole placement* sebagai pengontrol sistem kinematik.

### 2.6 Pemodelan Dinamik Quadrotor (Watanabe, 2009)

Model dinamik dari quadrotor didefinisikan dalam persamaan matriks

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau \tag{17}$$

Dimana

$M(q)$  adalah matriks inersia

$V_m(q, \dot{q})$  adalah matriks sentrifugal dan koriolis

$G(q)$  adalah vektor gravitasi

$B(q)$  adalah matriks transformasi input

$\tau$  adalah vektor gaya

### 2.7 Degenerate State-Space Model (Watanabe, 2009)

Degenerate State-Space Model diperoleh dengan mengkombinasikan persamaan kinematik dan dinamik berikut

$$\dot{q} = S(q)v \tag{18}$$

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau \tag{19}$$

Sehingga persamaan *degenerate state-space model* dapat dideskripsikan sebagai.

$$\dot{q} = S(q)v \tag{20}$$

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}_m(q, \dot{q})v + \bar{G}(q) = \bar{B}(q)\tau \tag{21}$$

Untuk melinierkan model dinamik, diberikan umpan balik nonlinier.

$$\tau = \bar{B}^{-1}(q)(\bar{M}(q)a + \bar{V}_m(q, \dot{q})v + \bar{G}(q)) \quad (22)$$

Pada persamaan (21), dimana  $a$  adalah vektor kecepatan, sehingga persamaan (17) dan (21) dapat direduksi menjadi.

$$\dot{q} = S(q)v \quad (23)$$

$$\dot{v} = a \quad (24)$$

Kemudian didefinisikan vektor keadaan sebagai  $p = [q \ v]^T$  dan vektor masukan sebagai  $u_d = a$ .

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u = \begin{bmatrix} S(q)v_d \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u_d \quad (25)$$

Dimana  $I$  adalah matriks identitas.

## 2.8 Metode *Backstepping* (Watanabe, 2009)

Pada persamaan 23, jika  $v$  dapat dianggap sebagai masukan, maka sistem dapat dikontrol menggunakan kontrol diskontinu Astolfi. Diasumsikan  $v_d$  masukan virtual, nilai yang diinginkan  $v_{des}$  adalah fungsi penstabil, dan  $r_b = v_d - v_{des}$  adalah variabel kesalahan.

Dengan mensubstitusi variabel kesalahan pada model kinematik diperoleh.

$$\dot{q} = S(q)(v_{des} + r_b) \quad (26)$$

Dipilih persamaan energi Lyapunov.

$$V = \frac{1}{2} r_b^T r_b \quad (27)$$

Kemudian diturunkan terhadap waktu sehingga diperoleh.

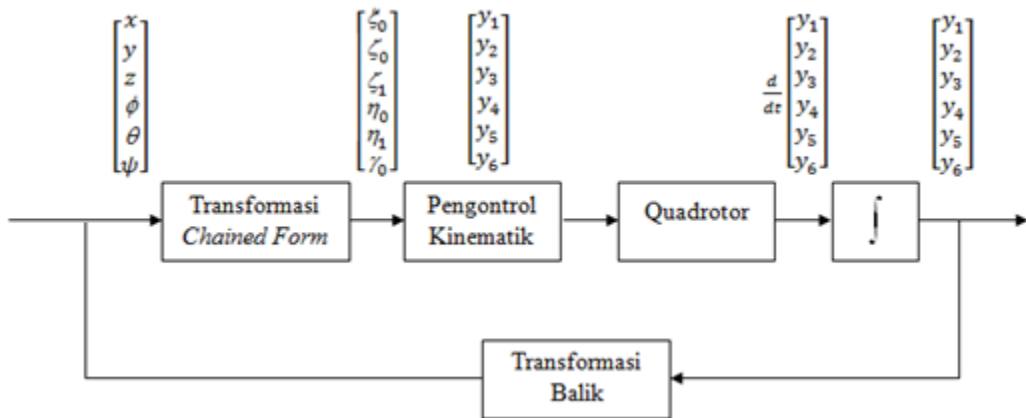
$$\dot{V} = \frac{1}{2} r_b^T \dot{r}_b = r_b^T (\dot{v} - \dot{v}_{des}) = r_b^T \left( u - \frac{\delta v_{des}}{\delta q} S(q)(v_{des} + r_b) \right) \quad (28)$$

Sehingga masukan kontrol  $u_d$  didefinisikan sebagai.

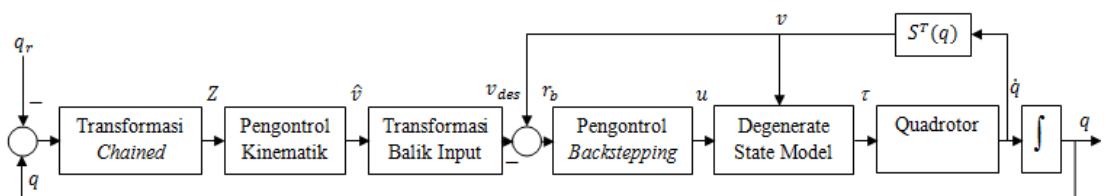
$$u_d = -C r_b + \frac{\delta v_{des}}{\delta q} S(q)(v_{des} + r_b) \quad (29)$$

Dimana  $C \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  adalah matriks definit positif.

### 3 Perancangan Sistem Kontrol



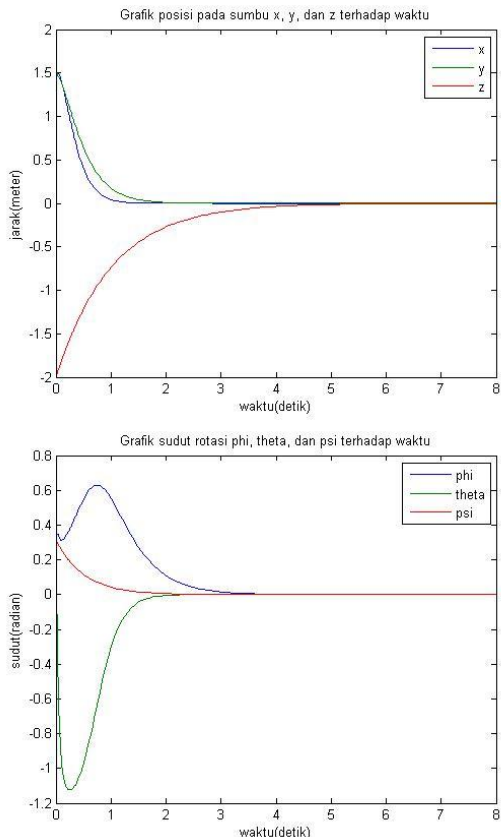
Gambar 2 Diagram blok sistem kontrol kinematik quadrotor



Gambar 3 Diagram blok sistem kontrol dinamik quadrotor

### 4 Hasil dan Analisis

Dengan menggunakan kondisi awal  $[-2 \ 1.5 \ 1.5 \ \pi/10 \ \pi/10 \ \pi/10]$  pada model kinematik diperoleh grafik hasil simulasi.



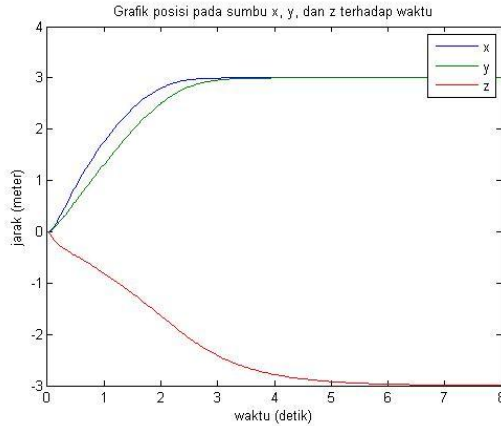
**Gambar 4 Grafik hasil simulasi model kinematik**

Dari kedua grafik ini dapat kita ketahui bahwa pengontrol kinematik berupa matriks penguat umpan balik bekerja menstabilkan quadrotor menuju titik nol dimana kondisi tanpa adanya gangguan dari luar. Hal lain yang perlu diperhatikan adalah nilai z mencapai titik nol paling akhir dibandingkan koordinat lainnya. Transformasi variabel keadaan memiliki kelemahan di mana sumbu z merupakan pembagi pada beberapa variabelnya sehingga koordinat sumbu z tidak boleh mencapai atau melewati titik nol saat koordinat lainnya tidak berada di titik nol. Secara matematis hal ini akan menyebabkan perhitungan menjadi tidak terdefinisi.

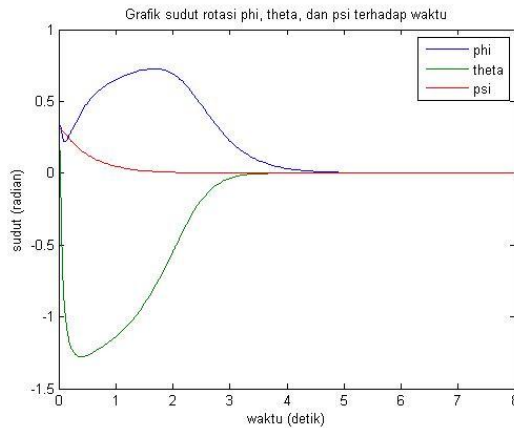
Gambar 4 ini serupa dengan grafik hasil simulasi model kinematik yang telah dilakukan Wanabe (2009), sehingga rekonstruksi dianggap valid untuk digunakan pada perancangan kontrol kinematik dan dinamik.

Selanjutnya dengan menggunakan kondisi awal  $[0 \ 0 \ 0 \ \pi/10 \ \pi/10 \ \pi/10]$  dan kondisi akhir  $[-3 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0]$  pada model dinamik diperoleh grafik hasil simulasi





(a)



(b)

**Gambar 5 Grafik hasil simulasi model dinamik**

Respon quadrotor menuju kondisi stabil dimana sudut rotasinya nol ditunjukkan oleh Gambar 5 (b) Quadrotor memberikan respon berupa perubahan sudut rotasi agar dapat berpindah tempat dari titik awal menuju titik akhir. Saat quadrotor telah mencapai titik yang dituju maka quadrotor akan kembali pada kondisi normalnya yaitu sudut rotasi nol. Gambar 5 (a) dan 5 (b) ini serupa dengan grafik hasil simulasi model dinamik yang telah dilakukan Wanabe (2009), sehingga rekonstruksi dianggap valid untuk digunakan pada penelitian.

Dilakukan simulasi dengan melakukan perubahan letak pole lup tertutup. Dengan mengamati perubahan dan kecenderungan dari setiap perubahan letak pole pada masing-masing pole dapat diketahui pengaruh dari setiap pole. Perubahan dari letak pole umumnya memberikan perubahan pada respon dan nilai IAE baik besar maupun kecil. Namun perubahan letak pole dengan pengaruh yang kecil sebaiknya tidak dipilih karena tidak efektif. Nilai IAE pada koordinat  $x$  dapat diperkecil dengan memperbesar pole ke 3

atau memperkecil pole 4 dan 5. Nilai IAE pada koordinat  $y$  dapat diperkecil dengan memperkecil pole ke 2 dan ke 3. Nilai IAE pada koordinat  $z$  tidak terpengaruh secara signifikan oleh perubahan letak pole. Nilai IAE pada koordinat  $\phi$  dapat diperkecil dengan memperkecil letak pole ke 2,3,4, atau 5 namun perubahannya menjadi tidak signifikan ketika letaknya sudah lebih kecil dari -3, -6, -6, dan -5 untuk masing-masing pole. Nilai IAE pada koordinat  $\theta$  dapat diperkecil dengan memperbesar pole ke 3 atau memperkecil pole ke 5. Nilai IAE pada koordinat  $\psi$  dapat diperkecil dengan memperkecil letak pole ke 1.

Letak pole untuk masing-masing pole sebaiknya tidak diletakkan diantara 0 dan -1 karena membuat respon sistem menjadi lambat dan nilai IAE nya jauh lebih besar dari keadaan awal. Letak pole sebaiknya tidak lebih kecil dari -10 untuk setiap pole karena walaupun memberikan nilai IAE yang lebih kecil namun bentuk respon yang diberikan memiliki *undershoot* yang besar dan menghasilkan *overshoot*. Dengan diketahuinya pengaruh dari masing-masing pole maka dapat diatur respon perubahan dari suatu koordinat dengan tujuan meminimalisir kesalahan atau dengan kata lain mempercepat gerak quadrotor pada suatu sumbu koordinat. Selain itu, dengan diketahuinya rentang pole dengan nilai IAE yang minimal maka dapat membantu dalam menentukan letak pole lup tertutup dalam perancangan sistem kontrol.

## 5 Kesimpulan

Rekonstruksi model persamaan kinematik dan dinamik berhasil dilakukan sesuai dengan model Watanabe (2009). Nilai konstanta  $k$  yang digunakan adalah 1. Pembulatan pada perhitungan dilakukan dengan dua angka dibelakang koma. Dengan dilakukannya perubahan letak pole lup tertutup saja, respon dari sistem tidak dapat memenuhi syarat sudut yang diinginkan. Diperoleh rentang letak pole dari masing-masing pole dengan pengaruh yang signifikan namun tetap memenuhi syarat tidak terjadi overshoot dan osilasi yang besar untuk pole ke 1 berada dikisaran -1 sampai -3, pole 2 dikisaran -1 sampai -6, pole 3 dikisaran -1 sampai -6, pole 4 dikisaran -1 sampai -6, dan pole 5 dikisaran -1 sampai -5.

## 6 Daftar Pustaka

- [1] Bresciani, T. (2008). *Modelling, Identification, and Control of a Quadrotor Helicopter*. Lund: Department of Automatic Control Lund University.
- [2] Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering Fifth Edition*. New Jersey: Prentice Halls.
- [3] Sarris, Z. (2001). *Survey of UAV Applications in Civil Markets*. Crete: STN ATLAS-3Sigma AE and Technical University of Crete.
- [4] Watanabe, K., & Izumi, K. (2009). Unmanned Vehicles Control Systems: The Development of Underactuated Control Systems for Vehicles with Six States and Four Inputs. *International Conference on Instrumentation, Control & Automation*.
- [5] Watanabe, K., Tanaka, K., & Izumi, K. (2009). Discontinuous and Backstepping Method for the Underactuated Control of VTOL Aerial Robots with Four Rotors. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*.
- [6] Wu, Y. (2009). *Development and Implementation of a Control System for a Quadrotor UAV*. Weingarten: Master Thesis UniHochschule Ravensberg-Weingarten University of Applied Science.