

# KAJIAN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) UNTUK ANALISIS TINGKAT EFISIENSI WILAYAH DAN KOTA

Krishna Nur Pribadi

## ABSTRACT

*The study is an assessment on Data Envelopment Analysis (DEA) method as a tool to analyze region in order to assess the district and municipality region efficiency rate. The study will cover DEA basic concept, CCR model, BCC model and return to scale.*

## I. PENDAHULUAN

Pertumbuhan produksi industri di negara-negara Asia Tenggara umumnya menjadi perdebatan para peneliti ekonomi wilayah bahwa pertumbuhan lebih disebabkan oleh pertumbuhan input dan hanya sebagian kecil oleh perubahan tingkat produktivitas yang diukur dengan *Total Faktor Productivity (TFP)* (Krugman P, 1994). Pertumbuhan industri manufaktur di Indonesia khususnya pada periode 1975-1995 adalah sebesar 11,5 persen dengan input tenaga kerja tumbuh sebesar 18 persen dan input modal tumbuh sebesar 60 persen, sedangkan pertumbuhan efisiensi diukur dengan TFP adalah sebesar 22 persen..

Dalam persaingan bisnis yang semakin ketat sekarang ini, setiap unit usaha dituntut untuk bekerja lebih efisien dalam mengelola sumber daya inputnya untuk menghasilkan sebesar besarnya output produksinya. Di Indonesia dengan adanya UU No: 22, tahun 1999 tentang pemerintahan daerah akan menimbulkan persaingan antar wilayah dalam memanfaatkan sumber dayanya masing-masing untuk menghasilkan output sebesar besarnya atau dengan perkataan lain setiap wilayah kabupaten dan kota akan meningkatkan kemampuan produktivitasnya dalam mengelola sumber daya yang dimilikinya.

Kebijakan yang berorientasi pada perbaikan tingkat produktivitas yang akan meningkatkan produksi suatu wilayah lebih penting dibanding dengan kebijakan yang berorientasi pada efisiensi alokasi sumber da-

ya. Teori mikro ekonomi terpusat pada alokasi efisiensi dengan mengabaikan efisiensi lainnya. Faktanya bahwa perbaikan dalam non alokasi efisiensi sumber daya dan disebut sebagai faktor "*x-efisiensi*" dapat memperbaiki produksi dari 20% hingga 50 % dibanding efisiensi sumber daya yang hanya bisa memperbaiki sekitar 0.5 - 5 % (Harvey Leibenstein, 1966).

Kinerja manusia secara agregat dalam wilayah regional dapat dilihat dari efisiensi ekonomi sehingga permasalahan produksi yang berasal dari aspek spasial akan terakup dalam mengungkapkan terjadinya perbedaan pertumbuhan antar wilayah. Sedangkan permasalahan di Indonesia pada umumnya adalah adanya perbedaan pertumbuhan ekonomi yang menyebabkan ketimpangan antar wilayah yang mengarah pada disintegrasi wilayah dan berakar pada permasalahan lokalitas regional. Lebih jauh lagi, Indonesia pada saat ini mengalami keterpurukan ekonomi dengan terganggunya sektor riil atau lebih khusus lagi adalah sektor industri manufaktur dalam memberikan kontribusinya terhadap pembangunan wilayah.

Penelitian mengenai faktor tingkat produktivitas yang ada hingga saat ini hanya terbatas pada tingkat sektor dan sub sektor industri manufaktur sedangkan tingkat produktivitas wilayah belum pernah dilakukan di Indonesia. Tingkat produktivitas adalah kinerja dari suatu unit produksi atau wilayah produksi dalam meminimumkan input yang digunakan untuk menghasilkan suatu output dalam suatu wilayah. Tingkat



produktivitas adalah konsep mikro yang mengukur kinerja antar input dan output suatu proses produksi yang akan digunakan dalam meneliti pertumbuhan produksi wilayah. *Data Envelopment Analysis (DEA)* adalah metoda untuk menilai tingkat produktivitas suatu unit produksi atau wilayah produksi yang diperkenalkan pertama kali oleh Charnes (1978) dan sejak itu menjadi populer (lihat Seiford L.M dan R.M. Thrall, 1990). Model *DEA* adalah *Multiple Objective Linear Programming (MLOP)* dengan struktur yang sama (Tarja Joro, Pekka Koronen, Jyrki Wallenius, 1998) Dengan mengembangkan lebih jauh model *DEA* dalam kaitannya dengan teori pertumbuhan dengan mengaplikasikan pada wilayah yang merupakan agregate dari berbagai unit produksi wilayah diharapkan dapat menambah sumbangan pada ilmu pengetahuan ekonomi wilayah.

Dalam menyongsong era milenium ketiga yang ditandai dengan adanya Asean Free Trade Area (AFTA) yang dipercepat pada awal tahun 2002 yaitu perdagangan bebas pada kawasan regional ASEAN dan Asia Pacific Economic Cooperation (APEC) yaitu adanya kawasan bebas perdagangan yang akan dimulai pada tahun 2020, peranan persaingan regional dan global akan menjadikan Indonesia akan berperan dalam menampung investasi yang bersifat global dalam mengelola sumber daya alam yang tersedia dan tersebar di berbagai wilayah kabupaten dan kota. Mengingat pada era globalisasi ini persaingan bisnis akan semakin ketat maka sesuai dengan UU No. 22/1999 mengenai otonomi, setiap wilayah kabupaten dan kota akan mengalami persaingan dalam meningkatkan sumber daya untuk meningkatkan produksi wilayah kabupaten dan kota tersebut. Salah satu upaya untuk meningkatkan pertumbuhan produksi suatu wilayah adalah dengan perbaikan pada tingkat produktivitas suatu wilayah dalam mengelola sumber dayanya. Pengukuran kinerja suatu wilayah dalam sektor industri manufaktur pada kurun waktu tertentu dapat menjadi indikator kemampuan wilayah tersebut yang pada akhirnya akan menentukan pertumbuhan produksi wilayah tersebut.

## II. METODA DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA)

### 2.1 Pengertian dasar DEA

Dalam melakukan evaluasi kinerja suatu wilayah biasanya digunakan rasio:

$$\frac{\text{output}}{\text{input}}$$

Hal ini merupakan pengukuran efisiensi yang umum. Pengukuran tingkat produktivitas tenaga kerja menggunakan rasio untuk mengukur kinerja tenaga kerja seperti output per tenaga kerja atau tenaga kerja per output. Untuk pengukuran kinerja modal dapat digunakan rasio modal per output atau output per modal. Pengukuran ini biasanya disebut sebagai pengukuran produktivitas parsial ( $AP_i$ ) atau secara matematis dinyatakan dengan

$$AP_i = Y/x_i$$

Dengan Y adalah output dan  $X_i$  sebagai individual input. Sebagai contoh  $x_1$  adalah tenaga kerja dan  $x_2$  adalah modal, sehingga masing-masing input dapat diukur kinerjanya.

Produktivitas parsial dimaksudkan untuk membedakan dengan faktor produksi total (*Total Factor Productivity-TFP*). TFP diukur dengan menggunakan rasio total output terhadap total input, atau secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$TFP = \frac{Y}{A} = \frac{Y}{\sum \alpha_i x_i}$$

$\alpha$  adalah bobot input  $x_i$ . TFP didefinisikan sebagai rata-rata produksi dari semua faktor input dan dapat dihitung dengan perkiraan fungsi agregate produksi atau fungsi biaya dengan batasan bentuk fungsi dengan restriksi parameter ekonometri. Pengembangan pengukuran parsial ke pengukuran total faktor produksi adalah dalam rangka mengurangi kesalahan yang diakibatkan kesalahan dalam memilih input atau output dan pemberian bobotnya.

Masalah penetapan bobot untuk menetapkan input atau output yang mana yang akan

dipertimbangkan akan muncul bila ada output berganda atau input berganda. Dengan metoda DEA dengan pendekatan yang relatif baru tidak diperlukan pemberian bobot oleh pengguna untuk menetapkan setiap input maupun output yang dipertimbangkan. DEA menggunakan teknik seperti program matematik yang dapat menghitung data yang besar dengan berbagai variabel dan berbagai kendala sehingga tiap wilayah dianalisis secara individual.

Aplikasi model DEA yang sederhana dapat dimulai dengan pengukuran efisiensi untuk satu input dan satu output. Misalkan ada 6 wilayah A sampai F dengan satu output dan satu input tenaga kerja seperti terlihat pada tabel 2.1.

Jumlah tenaga kerja dan outputnya dapat dilihat dalam setiap kolom. Pada baris terakhir tabel 2.1 ditunjukkan output per tenaga

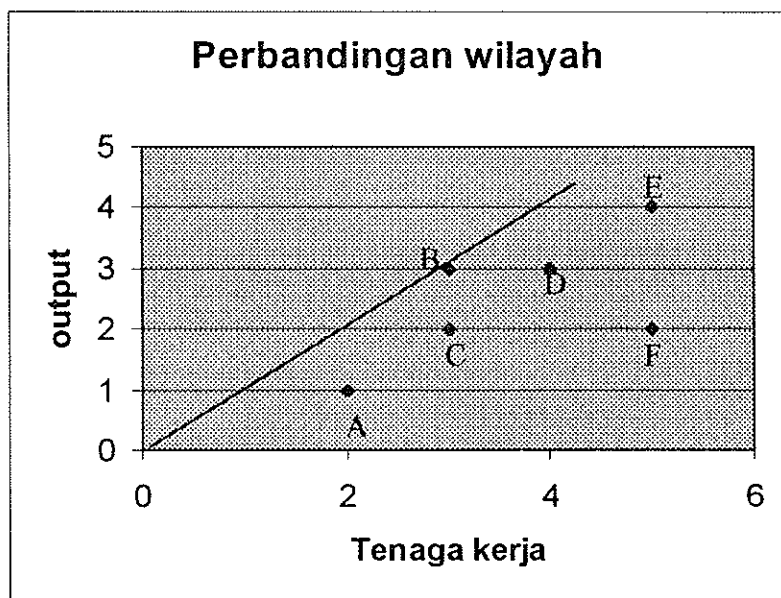
kerja yang biasa digunakan dalam manajemen dan analisa investasi untuk mengukur "produktivitas" yang secara umum dapat disebut sebagai tingkat efisiensi. Dari tabel tersebut wilayah B lebih efisien dibanding wilayah lainnya dan wilayah F adalah wilayah yang paling rendah tingkat efisiensinya.

Gambar 2.1 diperoleh dengan meletakkan jumlah tenaga kerja pada garis horizontal dan output pada garis vertikal sehingga diperoleh kedudukan masing-masing wilayah. Sudut terbesar yang dibentuk oleh garis yang menghubungkan antara titik wilayah dengan sumbu 0 adalah pada garis ke wilayah B. Garis ini disebut sebagai *garis frontier* dimana titik wilayah selain B berada di bawahnya. Nama Data Envelopment Analysis atau DEA diperoleh dari definisi garis frontier yang sesuai dengan bahasa matematik diartikan sebagai *envelop* semua

Tabel 2.1  
Satu Input dan Satu Output

Wilayah	A	B	C	D	E	F
Tenaga Kerja	2	3	3	4	5	5
Output	1	3	2	3	4	2
Output/tenaga kerja	0,5	1	0,667	0,75	0,8	0,4

Gambar 2.1  
Perbandingan Wilayah



titik wilayah. B ditetapkan sebagai wilayah dengan tingkat efisiensi yang terbaik dan ditetapkan sebagai *benchmark* bagi wilayah lain untuk memperbaiki tingkat efisiensinya. Untuk mengukur tingkat efisiensi relatif terhadap B digunakan:

$$0 \leq \frac{E_i}{E_B} \leq 1$$

$E_i$  adalah output per tenaga kerja wilayah  $i$  dan  $E_B$  adalah output per tenaga kerja di wilayah B. Hasil perhitungan tingkat efisiensi dengan memperoleh rasio dari rasio dapat dilihat pada tabel 2.2 dengan  $1=B > E > D > C > A > F$ . Jadi F adalah wilayah yang paling tidak efisien. Sudut yang dibentuk oleh garis frontier efisien mempunyai batasan tertentu dan tidak dapat ditarik menjadi tidak terbatas. Untuk itu diasumsikan ada dalam batasan efektif dan dinamakan *constant return to scale*.

Dengan diketahui besaran rasio dari rasio misalnya wilayah A, maka untuk memperbaiki kinerjanya dapat dilakukan dengan dua cara yaitu:

1. Meningkatkan output wilayah A sebesar dua kali untuk dapat menyamai tingkat efisiensi wilayah B.
2. Menurunkan input tenaga kerja sebesar 0,5 kali dari yang sekarang digunakan.

Semua perbaikan efisiensi dilakukan dengan menempatkan kedudukan wilayah pada garis frontier dan ini disebut sebagai perbaikan efisiensi.

Perhitungan efisiensi dengan cara DEA sederhana untuk kasus dua input dan satu output dapat dilakukan dengan dimulai dari contoh input tenaga kerja dan modal dari wilayah 6 wilayah seperti pada tabel 2.3

Dengan meletakkan wilayah A, B, C, D, E, F ke dalam kudran dengan sumbu horizontal adalah tenaga kerja/output dan sumbu vertikal adalah modal/output, maka diperoleh gambar 2.2 yang menunjukkan garis frontier efisien yang menghubungkan titik C, D dan E. Wilayah di atas garis frontier menggambarkan daerah kemungkinan produksi. Tingkat efisiensi suatu wilayah diukur dari jarak ke garis frontier, misalnya titik A adalah tidak efisien ketika efisiensi tersebut diukur dari jarak 0 ke titik A memotong garis frontier pada titik P. Kinerja A dapat dievaluasi dengan:

$$\frac{OP}{OA} = 0,8571$$

Titik A yang tidak efisien dapat dievaluasi dengan membandingkan dengan titik D dan E dimana titik P terletak digaris antara titik D dan E dan disebut sebagai titik referensi. Titik referensi dapat berbeda untuk wilayah lainnya, misalnya titik B mempunyai titik referensi C dan D. Untuk perbaikan titik A dapat dilakukan dengan mengurangi salah satu dari input yaitu input modal/output atau input tenaga kerja/output. Titik A yang baru sebagai perbaikan perubahan efisiensi dapat jatuh pada tiga buah titik yaitu: D, P dan  $A_1$ .

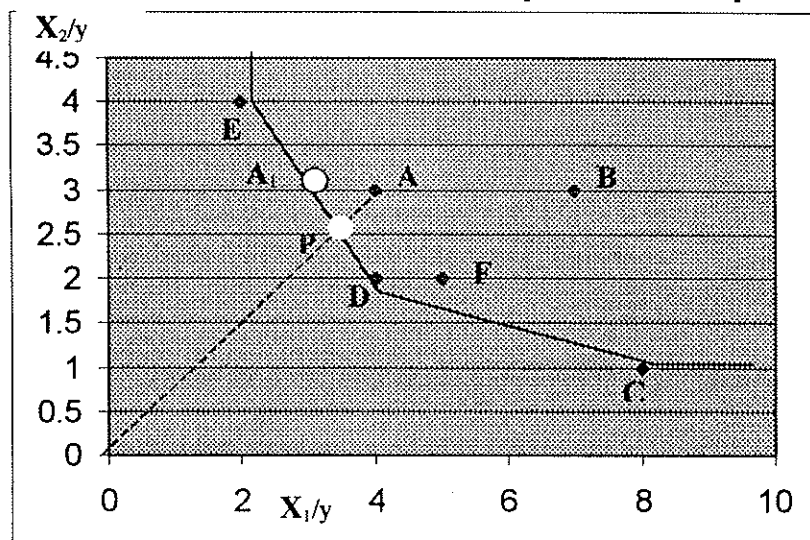
Tabel 2.2  
Tingkat Efisiensi Wilayah

Wilayah	A	B	C	D	E	F
Efisiensi	0,5	1	0,667	0,75	0,8	0,4

Tabel 2.3  
DEA Kasus Dua Input Satu Output

Wilayah	A	B	C	D	E	F
Tenaga kerja ( $x_1$ )	4	7	8	4	2	5
Modal ( $x_2$ )	3	3	1	2	4	2
Output ( $y_1$ )	1	1	1	1	1	1

Gambar 2.2  
Kasus Dua Input dan Satu output



Titik A yang tidak efisien dapat dievaluasi dengan membandingkan dengan titik D dan E dimana titik P terletak di garis antara titik D dan E dan disebut sebagai titik referensi. Titik referensi dapat berbeda untuk wilayah lainnya, misalnya titik B mempunyai titik referensi C dan D. Untuk perbaikan titik A dapat dilakukan dengan mengurangi salah satu input yaitu input modal/output atau input tenaga kerja/output. Titik A yang baru sebagai perbaikan perubahan efisiensi dapat jatuh pada tiga buah titik yaitu: D, P dan  $A_1$ .

Uraian di atas mengambil kasus sederhana dimulai dengan satu input dan satu output dan terakhir adalah dua input dan satu output. Hal ini memudahkan untuk menggambarkan persoalan efisiensi dalam gambar dua dimensi. Selanjutnya kasus ini dapat diperluas dengan banyak input dan banyak output yang tidak dapat digambarkan dalam grafik dua dimensi. Hal penting dalam perhitungan efisiensi adalah pemberian bobot antara perbandingan output dan input yang dapat berupa bobot tetap seperti digunakan dalam TFP atau bobot bervariasi seperti yang digunakan dalam DEA. Penghitungan bobot dilakukan dengan memilih bobot terbaik dari sejumlah wilayah yang dievaluasi. Pengertian bobot terbaik di sini berdasarkan optimasi rasio output dan input dan mengacu pada tiga hal, yaitu:

1. Semua data dan semua bobot adalah positif (atau non-negatif).
2. Nilai rasio berkisar antara 0 dan 1
3. Semua evaluasi didasarkan pada garis frontier.

## 2.2. Model CCR

Model dasar DEA adalah model CCR yang diusulkan oleh Charnes, Cooper dan Rhodes tahun 1978. Untuk setiap obyek yang dievaluasi atau disebut wilayah produksi diberikan bobot (yang belum diketahui) untuk setiap input dan output dan dinamakan sebagai virtual input dan virtual output yang secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Virtual input} = v_1x_{10} + \dots + v_m x_{m0}$$

$$\text{Virtual output} = u_1y_{10} + \dots + u_s y_{s0}$$

Kemudian ditentukan bobot dengan menggunakan program linier untuk memaksimalkan rasio:

$$\frac{\text{virtual output}}{\text{virtual input}}$$

Bobot optimal untuk setiap wilayah adalah berbeda dan diperoleh dari data dan bukan ditetapkan sebelumnya. Data diperoleh dari informasi objek yang dievaluasi dari wilayah yang melakukan proses dari input

menjadi output. Misalkan ada n wilayah: wilayah<sub>1</sub>, wilayah<sub>2</sub> dan wilayah<sub>n</sub> yang memiliki data input dan output  $j=1, \dots, n$  dan dipilih berdasarkan hal berikut:

1. Data angka tersedia untuk input dan output dan diasumsikan positif
2. Data input dan output merupakan komponen yang menjadi minat peneliti untuk mengevaluasi tingkat efisiensi wilayah.
3. Secara prinsip input yang paling kecil dan output yang paling besar menjadi dasar evaluasi efisiensi.
4. Unit pengukuran berbagai input dan output tidak harus sama.

Misalkan ada m input dan s output yang dipilih untuk wilayah j maka data input matriks X dan data output matriks Y dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} \dots (2.1)$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} \end{pmatrix} \dots (2.2)$$

Berdasarkan data pada persamaan 2.1 dan 2.2, pengukuran efisiensi dilakukan terhadap setiap wilayah. Misalkan wilayah yang akan dievaluasi didasarkan pada sejumlah kabupaten  $k$  dan  $k = 1, \dots, n$ . Penyelesaian dilakukan dengan Program Pecahan (PP<sub>k</sub>) untuk memperoleh nilai bobot input ( $v_i$ ) ( $i=1, \dots, m$ ) dan bobot output ( $u_r$ ) ( $r=1, \dots, s$ ) sebagai variabel:

(PP<sub>k</sub>) maksimum

$$\theta = \frac{u_1 y_{1k} + u_2 y_{2k} + \dots + u_s y_{sk}}{v_1 x_{1k} + v_2 x_{2k} + \dots + v_m x_{mk}} \dots (2.3)$$

Pembatas

$$\frac{u_1 y_{1j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}} \leq 1 \quad (j=1, \dots, n) \dots (2.4)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \dots (2.5)$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0 \dots (2.6)$$

Pembatas diartikan sebagai rasio “virtual output” dan “virtual input” yang tidak melebihi 1 untuk setiap wilayah. Tujuannya adalah untuk memperoleh bobot ( $v_i$ ) dan ( $u_r$ ) yang memaksimalkan rasio wilayah<sub>k</sub> yaitu sejumlah wilayah yang dievaluasi. Diasumsikan bahwa semua input dan output mempunyai nilai bukan nol yang direfleksikan dengan nilai bobot  $u_r$  dan  $v_i$  yang dinyatakan mempunyai nilai positif.

Soal program pecahan (PP<sub>k</sub>) di atas dapat digantikan dengan program linier (PL<sub>k</sub>) sebagai berikut:

PP<sub>k</sub> maksimum

$$\theta = \mu_1 y_{10} + \dots + \mu_s y_{s0} \dots (2.7)$$

kendala

$$v_1 x_{1k} + \dots + v_m x_{mk} = 1 \dots (2.8)$$

$$\mu_1 y_{1j} + \dots + \mu_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj} \dots (2.9)$$

( $j=1, \dots, n$ )

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0 \dots (2.10)$$

$$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s \geq 0 \dots (2.11)$$

wilayah<sub>k</sub> adalah efisiensi CCR bila  $\theta^* = 1$  dan ada paling tidak satu optimal ( $v^*, u^*$ ) dengan  $v^* > 0$  dan  $u^* > 0$ , dan sebaliknya wilayah<sub>k</sub> adalah tidak efisien. Sebaliknya dapat dinyatakan bahwa inefisiensi CCR adalah bila salah satu (i)  $\theta^* < 1$  atau (ii)  $\theta^* = 1$  dan paling tidak satu elemen dari ( $v^*, u^*$ ) adalah nol untuk setiap penyelesaian optimal PL<sub>k</sub>.

Kemudian dengan mengobservasi wilayah<sub>k</sub> yang mempunyai  $\theta^* < 1$  (CCR inefisien), maka harus ada paling tidak satu pembatas dalam persamaan (2.9) dengan bobot ( $v^*, u^*$ ) yang menghasilkan persamaan antara kiri dan kanan. Dengan menetapkan  $j \in \{1, \dots, n\}$  maka:

$$E'_k = \{j : \sum_{r=1}^s u_r^* y_{rj} = \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \dots (2.12)$$

Subset  $E_k$  dari  $E_k^i$  terdiri dari wilayah yang mempunyai CCR efisien dan dinamakan set referensi  $E_k$  dinamakan frontier efisien.

Suatu bobot optimum ( $v^*, u^*$ ) diperoleh dengan menyelesaikan persoalan program linier dari wilayah k. Rasio bobot dinyatakan sebagai :

$$\theta^* = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{ik}} \dots (2.13)$$

Dari persamaan (2.8) pembagi adalah sama dengan 1, maka

$$\theta^* = \sum_{r=1}^s u_r^* y_{rk} \dots (2.14)$$

Seperti telah disinggung sebelumnya, ( $v^*, u^*$ ) adalah set bobot untuk wilayah k untuk memaksimalkan rasio skala.  $v_i^*$  adalah bobot optimal untuk input item i dan bagaimana besaran tersebut dievaluasi. Demikian pula dengan  $u_r^*$  adalah output item r. Selanjutnya bila kita mengevaluasi  $v_i^* x_{ik}$  dalam input virtual.

$$\sum v_i^* x_{ik} (=1) \dots (2.15)$$

maka kita dapat menggunakan nilai  $v_i^* x_{ik}$  sebagai referensi untuk melakukan evaluasi untuk setiap item. Demikian pula untuk  $u_r^* y_r$  dengan menggunakan  $u_r^*$  sebagai referensi untuk mengukur kontribusi  $y_{rk}$  terhadap nilai keseluruhan  $\theta^*$ .

Penggunaan model CCR untuk kasus sederhana 1 input dan 1 output dapat dilihat pada contoh tabel 2.4 di bawah ini:

Tabel 2.4  
Contoh Aplikasi Model CCR

Wilayah	A	B	C	D
INPUT	2	3	3	4
OUTPUT	1	3	2	3

Untuk mengevaluasi tingkat efisiensi wilayah A digunakan program linier berikut ini:

$$\langle A \rangle \max \quad \theta = u$$

kendala

$$\begin{aligned} u &\leq 2v \text{ (A)} & 3u &\leq 3v \text{ (B)} \\ 2u &\leq 3v \text{ (B)} & 3u &\leq 4v \text{ (D)} \end{aligned}$$

semua variabel pembatas adalah non-negatif.

Penyelesaian optimal diperoleh dengan perhitungan rasio dan diperoleh  $v^*=0$ ,  $u^*=0.5$ ,  $\theta^*=0.5$ . Jadi efisiensi A adalah  $\theta^*=u^*=0.5$ , dengan referensi set adalah  $E_A = \{ B \}$  dengan memasukan  $u^* = 0.5$  dan  $v^* + 0.5$  bobot yang terbaik untuk wilayah A dengan kendala yang telah ditetapkan. Jadi kinerja B digunakan untuk mengevaluasi A dan hasilnya tidak efisien. Demikian pula untuk menghitung tingkat efisiensi (B) dirumuskan program linier sebagai berikut:

$$\langle B \rangle \max \quad \theta = 3u$$

kendala

$$\begin{aligned} 3v &= 1 \\ u &\leq 2v \text{ (A)} & 3u &\leq 3v \text{ (B)} \\ 2u &\leq 3v \text{ (C)} & 3u &\leq 4v \text{ (D)} \end{aligned}$$

Penyelesaian optimal adalah  $v^* = 0.3333$ ,  $u^* = 0.33333$ ,  $\theta^* = 1$  dan B adalah CCR efisien. Dengan cara yang sama dapat dihitung untuk wilayah lainnya dan hasilnya dapat dilihat pada tabel 2.5 di bawah ini:

Tabel 2.5  
Hasil Evaluasi Model CCR  
Untuk Satu Input dan Satu Output

Wilayah	CCR ( $\theta^*$ )	set referensi
A	0.5000	B
B	1.0000	B
C	0.6667	B
D	0.7500	B

Dengan memperluas kasus di atas dengan mengimplementasikan model CCR untuk 2 input dan 1 output seperti pada tabel 2.6 di bawah ini

Tabel 2.6  
Data 2 Input dan 1 Output

Wilayah	A	B	C	D
Input $x_1$	4	7	8	4
Input $x_2$	3	3	1	2
Output $y$	1	1	1	1

Maka untuk menghitung wilayah A dirumuskan persoalan program linier sebagai berikut:

$$\langle A \rangle \max \theta = u$$

$$\text{pembatas } 4v_1 + 3v_2 = 1$$

$$u \leq 4v_1 + 3v_2 \quad (A) \quad u \leq 7v_1 + 3v_2 \quad (B)$$

$$2u \leq 8v_1 + v_2 \quad (C) \quad u \leq 4v_1 + 2v_2 \quad (D)$$

semua variabel adalah nonnegatif.

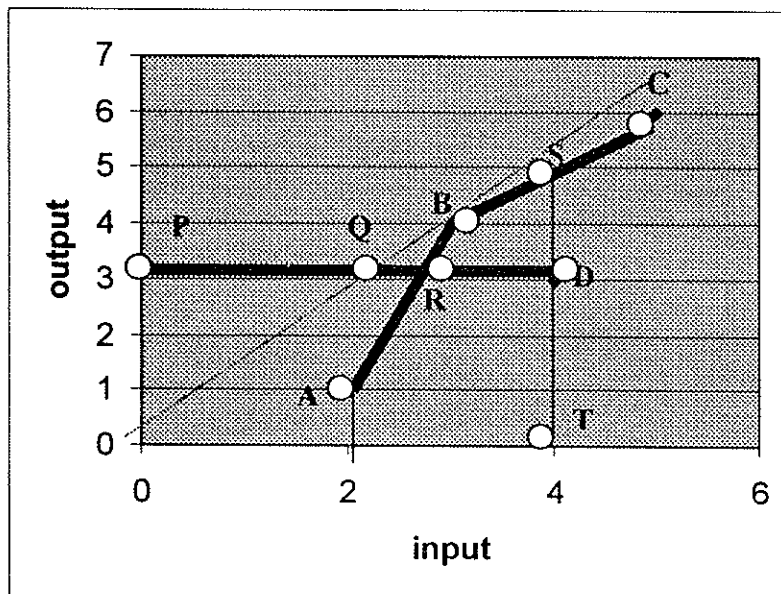
Dengan menggunakan program linier persoalan di atas dapat diselesaikan, hasil pemecahan optimal adalah  $v_1^* = 0.1429$ ,  $v_2^* = 0.1429$ ,  $u^* = 0.8571$ ,  $\theta^* = 0.871$  dan efisiensi CCR A adalah 0.8571. Dengan cara yang sama seperti pada perhitungan A, setiap wilayah dievaluasi dan hasilnya terlihat pada tabel 2.7.

Berdasarkan matriks (X,Y), model CCR diformulasikan dalam program linier de-

Tabel 2.7  
Hasil Perhitungan Efisiensi Untuk 2 Input dan 1 output

wilayah h	$x_1$	$x_2$	y	CCR ( $\theta^*$ )	set referensi	$v_1$	$v_2$	u
A	4	3	1	0.8571	D	0.1429	0.1429	0.8571
B	7	3	1	0.6316	C,D	0.0526	0.2105	0.6316
C	8	1	1	1	C	0.0833	0.3333	1
D	4	2	1	1	D	0.1667	0.1667	1

Gambar 2.3  
Model BCC





ngan vektor baris  $v$  untuk input berganda dan vektor  $u$  sebagai output berganda sebagai berikut :

$$\begin{aligned} (LP_k) \quad & \max \quad u y_k \\ \text{kendala} \quad & v x_k = 1 \\ & -vX + uY \leq 0 \\ & v \geq 0, u \geq 0 \end{aligned}$$

Dual problem dari persamaan linier di atas dengan  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  adalah sebagai berikut: (DLP<sub>k</sub>) min  $\theta$

### 2.3 Model BCC

Model CCR mempunyai asumsi *constant return to scale* yaitu bila aktivitas  $(x, y)$  adalah dimungkinkan, maka untuk setiap skalar  $t$  aktivitas  $(tx, ty)$  adalah juga dimungkinkan. Berbeda dengan hal ini, model BCC (Banker, Charnes, Cooper) mengasumsikan model adalah variabel return to scale dengan karakteristik sebagai berikut:

1. *Increasing return to scale*
2. *Decreasing return to scale*
3. *Constant return to scale.*

Dengan mengambil contoh sederhana satu input dan satu output untuk WILAYAH A, B, C dan D dapat digambarkan grafik model BCC pada gambar 2.3

Garis terputus yang melalui titik B dari titik 0 adalah garis frontier efisien model CCR, sedangkan garis frontier model BBC adalah garis yang menghubungkan titik A, B dan C. Hanya titik B yang termasuk efisien CCR. Pengukuran efisiensi BCC dari titik D adalah dinyatakan dengan:

$$\frac{PR}{PD} = \frac{2.6667}{4} = 0.6667,$$

Efisiensi CCR nilainya lebih kecil dari efisiensi BCC yaitu:

$$\frac{PQ}{PD} = \frac{2.25}{4} = 0.5625$$

Model BCC dengan orientasi output dalam melakukan evaluasi titik D seperti pada gambar 2.3 adalah sebagai berikut:

$$\frac{ST}{DT} = \frac{5}{3} = 1.6667$$

Hal ini berarti untuk meningkatkan efisiensi output yang sekarang sebesar 3 unit harus ditingkatkan menjadi  $1.66667 \times 3 = 5$  unit (orientasi output). Dan sebaliknya dengan model CCR untuk mencapai efisiensi input D perlu dikurang sebesar  $\frac{1}{0.525} = 1.7778$  kali dari input sekarang sebesar 4 unit, sehingga titik D jatuh pada titik P (disebut sebagai orientasi input). Ini menunjukkan adanya hubungan terbalik antara CCR dan BCC.

Banker, Charne dan Cooper (1984) dalam mempublikasikan model BCC mendefinisikan set kemungkinan produksi ( $P_B$ ) adalah:  $P_B = \{(x, y) | x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \geq 0 \dots (2.16)$

Untuk mengevaluasi tingkat efisiensi BCC suatu WILAYAH<sub>k</sub> ( $k=1, \dots, n$ ) digunakan program linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BCC_k \quad & \min \quad \theta_B \\ \text{kendala} \quad & \theta_B x_k - X\lambda \geq 0 \\ & Y\lambda \geq y_k \\ & e\lambda = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Bilangan  $\theta_B$  adalah skalar sedangkan yang lainnya adalah matriks.

Dengan mengkonversikan program linier di atas dalam bentuk dual, maka persamaan regresi linier adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = u y_k - u_k \\ \text{kendala} \quad & v x_k = 1 \\ & -vX + uY - u_k e \leq 0 \end{aligned}$$

Z dan  $u_k$  adalah skalar sedangkan lainnya adalah matriks.

Selanjutnya bentuk pecahan dari linier program dual dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \max \quad \frac{uy_k - u_k}{vx_k} \\ & \text{dengan kendala} \\ & \frac{uy_j - u_k}{vx_j} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ & v \geq 0, u \geq 0, \\ & u_k \text{ adalah bebas} \end{aligned}$$

Perbedaan model CCR dan BCC adalah pada variabel bebas  $u_k$  yang berasosiasi dengan pembatas  $e \lambda = 1$  yang tidak terdapat dalam model CCR.

### 2.4 Return to Scale

Dalam menetapkan suatu wilayah tidak efisien, perlu dipertimbangkan model CCR (orientasi input) dan BCC. CCR mengasumsikan set kemungkinan produksi sebagai *constant return of scale* dan nilai CCR dinamakan sebagai efisiensi teknis global. BCR sebaliknya mengsumsikan kombinasi convex dari sejumlah wilayah dan nilai BBC disebut sebagai efisiensi teknis murni lokal. Bila suatu wilayah mempunyai efisiensi teknis 100% baik dalam nilai CCR dan nilai BCC, maka wilayah tersebut beroperasi dengan skala produksi penuh. Tetapi bila wilayah mempunyai nilai BCC efisien dan nilai CCR lebih rendah, maka wilayah tersebut beroperasi secara efisien pada tingkat lokal dan tidak pada tingkat global didasarkan skala efisiensinya. Dengan demikian skala efisiensi merupakan

kombinasi antara CCR dan BCC dan skala efisiensi (SE) dapat didefinisikan sebagai:

$$SE = \frac{\theta^*_{CCR}}{\theta^*_{BCC}} \dots (2.17)$$

Nilai SE adalah tidak lebih besar dari satu.

Untuk efisien BCC suatu WILAYAH dengan *Constant Return to Scale* akan mempunyai nilai satu. Nilai CCR dinamakan sebagai global efisiensi teknis (TE), karena tidak memperimbangkan efek skala. Sebaliknya BCC menunjukkan efisiensi teknis murni (PTE) dengan *variabel return to scale*. Dengan menggunakan konsep ini, persamaan 2.17 menunjukkan hubungan efisiensi sebagai berikut:

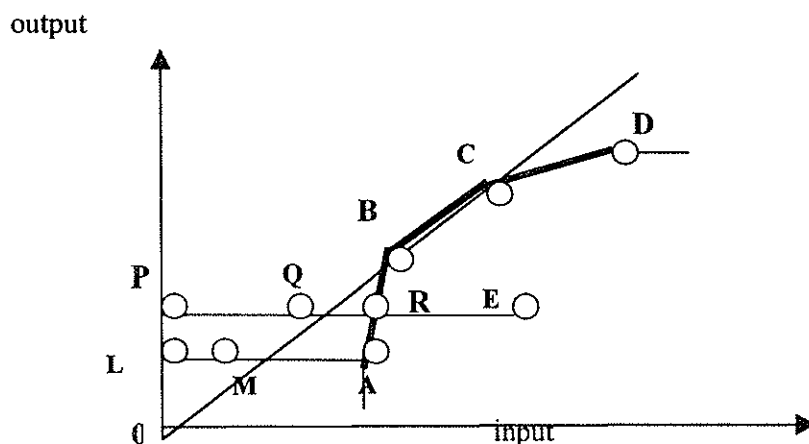
Efisiensi Teknis (TE) = efisiensi teknis murni (PTE) X Skala efisiensi (SE).

Hubungan tersebut di atas dapat dijelaskan dengan mengambil kasus sederhana satu input satu output yang dijelaskan dalam gambar 2.4. Untuk titik A BCC efisien adalah:

$$SE(A) = \theta^*_{CCR}(A) = \frac{LM}{LA} < 1$$

Titik A secara lokal adalah efisien (PTE=1) dan ketidak efisiensinya disebabkan oleh skala tidak efisien (SE) yang dinyatakan sebagai  $\frac{LM}{LA}$ .

Gambar 2.4  
Skala Efisiensi



Untuk titik B dan C skala efisiensinya adalah sama dengan satu yaitu mereka beroperasi pada skala produksi optimum. Untuk BCC efisien titik E dapat diperoleh:

$$SE(E) = \frac{PQ}{PE} \frac{PE}{PR} = \frac{PQ}{PR}$$

nilai SE(E) adalah sama dengan skala efisiensi BCC dengan orientasi input yang diproyeksikan pada R, sehingga dekomposisi titik E adalah:

TE (E) = PTE(E) X SE (E) atau

$$\frac{PQ}{PE} = \frac{PR}{PE} \frac{PQ}{PR}$$

Jadi ketidakefisiensian titik E disebabkan oleh tidak efisiennya E beroperasi dan dalam waktu bersamaan disebabkan kondisi E yang tidak menguntungkan.

### III. DAFTAR PUSTAKA

- Baro, R and Sala-i-Martin X. 1995. *Economic Growth*, New York: McGraw-Hill.
- Barro, Robert J. 1991. Economic Growth in a Cross Section of Countries. *Quarterly Journal of Economics* 106 (May): 407-443
- Charnes A., W.W. Cooper, and Rhodes, 1978. Measuring the Inefficiency of Decision-Making Unit. *European Journal of Operation Research* 2. pp 429 – 444.
- Charnes, A., W.W. Cooper, A.Y. Lewin and L.M. Seiford (eds). 1993. *Data Envelopment Analysis: Theory, Methods, and Application*. New York: Quorum Books.
- Christoper S.P. Tong. 1997. China's Spatial Disparity Within the Context of Industrial Production Efficiency. A Macro Study by Data-Envelopment Analysis (DEA) System. *Asia Economic Journal*, Vol II No. 21 pp 207 – 217.
- Cooper, William W., Lawrence M. Seiford and Kaoru Tone. 1999. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Application, References and DEA-Solver Software*. Boston: Harbound, Kluwer Academic Publishers.
- De Long, J. Bradford, and Lawrence H. Summers. 1992. Equipment Investment and Economic Growth: How Strong is the Nexus? *Quarterly Journal of Economics* 106 (May): 445-502
- Fisher, Stanley. 1991. Growth Macroeconomic and Development. *NBER Macroeconomics Annual* 6, pp. 329-364.
- Fisher, Stanley. 1993. The Role of Macroeconomics Factors in Growth. *Journal of Monetary Economics* 32 (December): 485-512.
- Japelli, Tullio, and Marco Pagano. 1994. Saving, Growth and Liquidity Constraints." *Quarterly Journal of Economics* 10 (February):83-109.
- Joro, Tarja, Pekka Korhonen, and Jyrki Wallenius. 1998. Structural Comparison of Data Envelopment Analysis and Multiple Objective Linear Programming. *Management Science*. Vol 44 No 7. pp 962-970.
- King, Robert G. and Ross Levine. 1993. Finance, Entrepreneurship, and Growth: Theory and Evidence. *Journal of Monetary Economics* 32 (December):513-542
- Krugman, P. 1994. The Myth of Asia's Miracle. *Foreign Affairs*, Vol. 73, November-December, pp 62-78
- Leibenstein, Harvey. 1966. Allocative efficiency vs. "x-Efficiency". *American Economic Review*, 56, Pp 393 – 415.
- Mao, Weining, and Won W.Koo. 1999. *Productivity Growth, Technology Progress, and Efficiency Change in Chinese Agriculture Production From 1984 to 1993*. Agricultural Economic Report No 362. Department of Agricultural Economics, Agricultural Experiment Station. North Dakota State University, Fargo, ND 58105-5636.
- Smolny, Werner. 2000. Source of productivity growth: an empirical analysis with German sectoral data. *Applied Economics*, 32, pp. 305 - 314.
- Seifford, L.M. and R.M. Thrall. 1990. Recent Development in DEA. *Journal of Econometrics* 46 pp.7- 38.