

# KAJI NUMERIK PENGARUH CACAT RETAK MELINTANG PADA POROS TERHADAP PERILAKU DINAMIK SISTEM POROS ROTOR

Bagus Budiwantoro<sup>(1)</sup>, Ojo Kurdi<sup>(1)</sup> dan Kurnia Nugraha<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> Laboratorium Perancangan Mesin, Program Pascasarjana Departemen Teknik Mesin, Institut Teknologi Bandung

<sup>(2)</sup> Jurusan Teknik Mesin, Universitas Tirtayasa Banten

## Abstrak

*Seperti telah diketahui bahwa kekakuan poros yang mengalami retak akan berubah sesuai dengan posisi retak. Persoalan yang dihadapi adalah bagaimana membuat persamaan gerak umum, yang berlaku bagi setiap posisi retak poros sehingga respon frekuensi yang dihasilkan dari model menggambarkan respon frekuensi sebenarnya dari poros retak. Langkah pertama yang dilakukan adalah memodelkan sistem poros retak dengan memakai momen inersia poros retak pada berbagai posisi retak. Langkah kedua adalah mencari respon frekuensi dari posisi retak yang signifikan. Langkah ketiga adalah mencari momen inersia poros retak ekuivalen yang dianggap mewakili keadaan poros retak. Selanjutnya, dengan menggunakan momen inersia ekuivalen akan didapat persamaan gerak yang mewakili keadaan poros retak. Persamaan yang diperoleh dengan metode Rayleigh-Ritz tersebut diselesaikan sehingga diperoleh Diagram Campbell dan respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang dan gaya asinkron. Perilaku dinamik sistem poros rotor disajikan untuk tiga posisi retak, yaitu posisi retak  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  dan posisi rata-rata. Posisi retak  $0^\circ$  merupakan posisi yang memberikan perubahan paling signifikan terhadap perubahan perilaku dinamik sistem poros rotor, posisi rata-rata merupakan posisi yang menghasilkan momen inersia ekuivalen yang dianggap mewakili keadaan poros retak, sedangkan posisi retak  $90^\circ$  merupakan posisi yang menghasilkan perubahan terkecil.*

## Abstract

*The stiffness of a cracked shaft changes due to the position of the crack. The problem is how to make a general equation of motion that can be used for all crack positions, so frequency response resulted represents the real frequency response of the cracked shaft. The cracked shaft modelling uses the moment inertia of cracked shaft at various crack positions is the first step. The second step is determining frequency response of significant crack position. The third step is determining the equivalent moment inertia of a cracked shaft that represents the condition of the crack. Next, by using Rayleigh-Ritz Method and equivalent moment inertia of cracked shaft, the equation of motion that represents condition of cracked shaft can be determined. The results of this equation are Campbell Diagram and response to force excitation due to mass unbalance and asynchronous force. Dynamic behaviors of system are presented for three positions of crack, namely  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ , and average position.  $0^\circ$  position is the significant position,  $90^\circ$  position gives the smallest change to dynamic behavior of cracked shaft and the average position represents the condition of the cracked shaft.*

**Keywords:** inertia moment of cracked shaft, Campbell Diagram, excitation force

## 1. PENDAHULUAN

Dalam sebuah mesin yang berputar, retak dapat menyebabkan terjadinya kecelakaan jika tidak terdeteksi. Pendeteksian retak sejak awal memungkinkan dilakukannya perbaikan atau usaha pencegahan terhadap hal-hal yang tidak diinginkan. Tujuan penelitian ini adalah menyelidiki adanya retak melalui perilaku dinamik sistem poros rotor, yaitu dengan membandingkan perilaku dinamik sistem poros rotor tanpa retak dengan sistem poros rotor yang mengandung

cacat retak. Apabila ada perbedaan yang mengindikasikan bahwa sistem poros rotor mengalami retak maka mesin bisa dihentikan dan dilakukan pemeriksaan terhadap mesin atau sistem poros rotor tersebut.

Sejak tahun 1970, banyak hasil penelitian mengenai poros retak yang telah dipublikasikan. O.S. Jun et al. [3] memodelkan dan menganalisa getaran poros-rotor sederhana yang mengandung retak, R. Gasch [4] menyelidiki perilaku dinamik poros-rotor sederhana

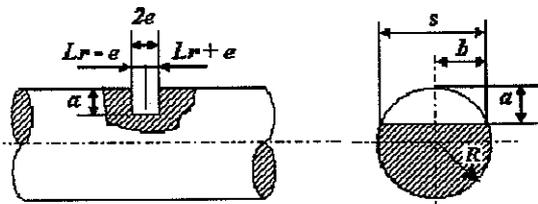
yang memiliki retak melintang. Plaut et al. [6] menyelidiki tentang perilaku poros rotor retak pada kecepatan kritisnya, dan Sekhar dan Prabhu [8] mempublikasikan penelitian tentang respon transien pada kecepatan kritis untuk poros yang mengalami retak.

Dalam makalah ini disajikan pengaruh retak melintang pada poros terhadap perilaku dinamik rotor melalui diagram Campbell dan respon gaya eksitasi pada sistem poros rotor. Persamaan Lagrange dan digunakan metode numerik Rayleigh-Ritz digunakan untuk memperoleh persamaan gerak. Analisa tentang kekakuan lentur poros retak diperoleh dari Dimaragonas [1] yang menerangkan tentang terjadinya pengurangan kekakuan akibat adanya retak pada poros. Hasil yang dianalisa adalah Diagram Campbell, respon akibat massa tak seimbang dan respon akibat gaya asinkron. Perilaku dinamik sistem poros rotor disajikan untuk tiga posisi retak, yaitu posisi retak 0°, 90° dan posisi rata-rata. Posisi retak 0° merupakan posisi yang memberikan perubahan paling signifikan terhadap perubahan perilaku dinamik sistem poros rotor, posisi rata-rata merupakan posisi yang menghasilkan momen inersia ekuivalen yang dianggap mewakili keadaan poros retak, sedangkan posisi retak 90° merupakan posisi yang menghasilkan perubahan terkecil terhadap perilaku dinamik sistem poros rotor.

## 2. PEMODELAN POROS RETAK

### 2.1 Momen Inersia Penampang Poros Retak

Bagian retak pada poros dengan panjang ( $l=2\varepsilon$ ) dan lebar ( $s=2b$ ), ditunjukkan pada Gambar (1).



Gambar 1. Penampang elemen poros retak.

Luas daerah retak pada poros dengan kedalaman retak  $a$  dan lebar  $s$ , dimana  $s = 2\sqrt{2aR - a^2}$ , dinyatakan oleh persamaan:

$$Ar = \frac{a}{6s} (3a^2 + 4s^2) = \frac{3a^3 + 32a^2R - 16a^3}{12\sqrt{2aR - a^2}} \quad (1)$$

Bila luas penampang poros tanpa retak adalah  $S = \pi R^2$  dan luas penampang retak  $Ar$ , maka luas penampang poros retak adalah:

$$Sr = S - Ar \quad (2)$$

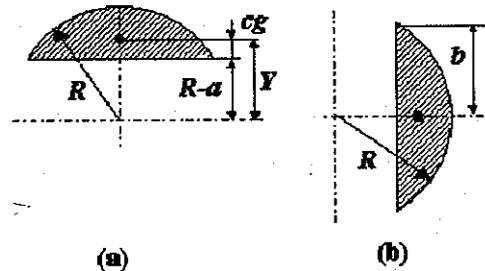
Energi kinetik untuk poros retak adalah [9]:

$$\begin{aligned} T_{sr} = & \frac{\rho S}{2} \left[ \int_0^{Lr-\varepsilon} f^2(y) dy + \int_{Lr+\varepsilon}^L f^2(y) dy \right] (q_1^2 + q_2^2) \\ & + \frac{\rho I}{2} \left[ \int_0^{Lr-\varepsilon} g^2(y) dy + \int_{Lr+\varepsilon}^L g^2(y) dy \right] (q_1^2 + q_2^2) \\ & + \left[ \frac{\rho S r}{2} \int_{Lr-\varepsilon}^{Lr+\varepsilon} f^2(y) dy + \frac{\rho I r}{2} \int_{Lr-\varepsilon}^{Lr+\varepsilon} g^2(y) dy \right] (q_1^2 + q_2^2) \\ & - 2\rho I \Omega \left[ \int_0^{Lr-\varepsilon} g^2(y) dy + \int_{Lr+\varepsilon}^L g^2(y) dy \right] q_1^2 q_2 \\ & - 2\rho I r \Omega \int_{Lr-\varepsilon}^{Lr+\varepsilon} g^2(y) dy q_1^2 q_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Energi regangan poros retak [9]:

$$\begin{aligned} U_{sr} = & \frac{EI}{2} \left[ \left( \int_0^{Lr-\varepsilon} h^2(y) dy + \int_{Lr+\varepsilon}^L h^2(y) dy \right) (q_1^2 + q_2^2) \right] \\ & + \frac{EI r}{2} \int_{Lr-\varepsilon}^{Lr+\varepsilon} h^2(y) dy (q_1^2 + q_2^2) \end{aligned} \quad (4)$$

Pada elemen poros dengan retak melintang satu sisi, penampang lingkarannya terpotong pada sisi dimana retak berada. Perhitungan momen inersia dengan keadaan seperti itu dilakukan dengan cara mengurangi penampang poros utuh tanpa retak dengan momen inersia penampang yang terbuang akibat adanya retak



Gambar 2. Penampang daerah retak, (a) posisi retak 0° dan (b) posisi retak 90°.

Besarnya momen inersia penampang retak telah dihitung oleh Nugraha [9] sebagai berikut:

- Pada posisi retak 0° dan 180°

$$I_{zz} = \left[ \int_{-\sqrt{2aR-a^2}}^{\sqrt{2aR-a^2}} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} y^2 dy dx \right] + Ar Y^2 \quad (5)$$

- Untuk posisi retak 90° dan 270°

$$I_{zz} = I_o = \left[ \int_{-\sqrt{2aR-a^2}}^{\sqrt{2aR-a^2}} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} y^2 dy dx \right] \quad (6)$$

Persamaan (6) adalah momen inersia daerah retak terhadap titik beratnya sendiri atau didefinisikan sebagai  $I_o$  yang harganya tetap untuk setiap posisi. Berdasarkan hal tersebut dapat kita definisikan persamaan momen inersia daerah retak sebagai fungsi dari posisi retak, sebagai berikut :

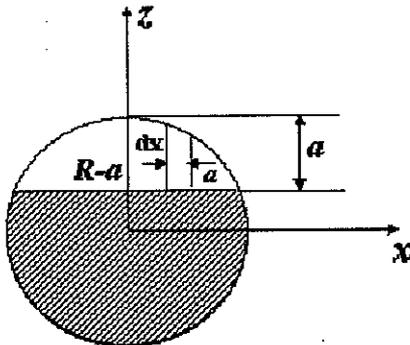
$$I_r = I - (Ar(Y \cos \theta)^2 + I_o) \quad (7)$$

Y adalah posisi titik pusat terhadap sumbu:

$$Y = \frac{8(2aR - a^2)^2}{3a^3 + 32a^2R - 16a^3} \quad (8)$$

### 2.3 Kekakuan Lentur Poros Retak<sup>[1]</sup>

Pada Gambar (3) ditunjukkan sebuah penampang poros retak dengan jari-jari R, kedalaman retak a. Poros memiliki kekakuan lokal dalam banyak arah tergantung arah gaya yang diberikan. Dalam analisa ini hanya deformasi akibat momen lentur yang dipertimbangkan, sedangkan deformasi akibat gaya aksial dan gaya geser diabaikan dengan alasan bahwa poros cukup panjang.

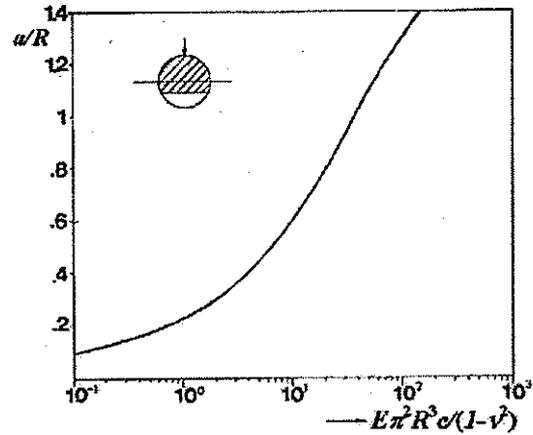


Gambar 3. Geometri penampang poros retak.

Dimaragonas [1] telah menghitung koefisien kelenturan poros retak untuk arah pembebanan tegak lurus sisi retak, dalam bentuk tuna dimensi sebagai berikut:

$$\frac{\pi^2 R^3 Ec}{1-\nu^2} = \int_0^a \int_{-b}^b 32 \left(1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right) \pi \left(\frac{\alpha}{R}\right) F_b^2 \left(\frac{\alpha}{h_a}\right) d\left(\frac{\alpha}{R}\right) d\left(\frac{x}{R}\right) \quad (9)$$

Ruas kanan persamaan (9) juga telah dihitung oleh Dimaragonas [1], sehingga hanya merupakan fungsi dari  $\left(\frac{\alpha}{R}\right)$  dan disajikan pada Gambar (4).

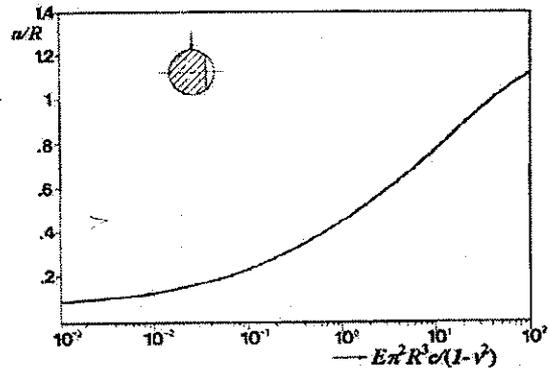


Gambar 4. Fleksibilitas penampang retak dengan gaya tegak lurus sisi retak.

Untuk beban yang sejajar dengan kedalaman retak, koefisien kelenturan memiliki harga yang berbeda, yaitu [1]:

$$\frac{\pi^2 R^3 Ec}{1-\nu^2} = \int_0^a \int_{-b}^b 32 \left(\frac{x}{R}\right)^2 \pi \left(\frac{\alpha}{R}\right) F_a^2 \left(\frac{\alpha}{h_a}\right) d\left(\frac{\alpha}{R}\right) d\left(\frac{x}{R}\right) \quad (10)$$

Ruas sebelah kanan pers (10) juga telah diintegrasikan dan disajikan hanya sebagai fungsi  $\left(\frac{\alpha}{R}\right)$ , seperti terlihat pada Gambar (5).



Gambar 5. Fleksibilitas penampang retak dengan gaya paralel sisi retak.

Kekakuan poros untuk arah x dan z diberikan oleh persamaan berikut [1]:

$$k_x = \frac{k}{1 + \frac{c_z k l^2}{8}} \quad (11)$$

$$k_z = \frac{k}{1 + \frac{c_x k l^2}{8}} \quad (12)$$

Sehingga selisih kekakuan untuk sumbu x dan z adalah [1]:

$$\Delta k_x = k - k_x \quad (13)$$

$$\Delta k_z = k - k_z \quad (14)$$

### 2.4 Persamaan Gerak Poros Retak

Persamaan gerak poros retak didapat dengan menerapkan persamaan Lagrange pada persamaan (3) dan (4) kemudian dikurangi  $\Delta k_x$  dan  $\Delta k_z$ , sehingga persamaan geraknya menjadi [2]:

$$m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + (k_1 - \Delta k_x)q_1 = Fq_1(t) \quad (15)$$

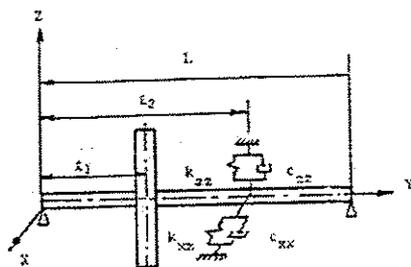
$$m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + (k_2 - \Delta k_z)q_2 = Fq_2(t) \quad (16)$$

Seperti telah diketahui bahwa kekakuan poros yang mengalami retak akan berubah sesuai dengan posisi retak. Persoalan yang dihadapi adalah bagaimana membuat persamaan gerak umum, yang berlaku bagi setiap posisi retak poros, sehingga respon frekuensi yang dihasilkan dari model menggambarkan respon frekuensi sebenarnya dari poros retak.

Langkah pertama yang dilakukan adalah memodelkan sistem poros retak dengan memakai momen inersia poros retak pada berbagai posisi retak. Langkah kedua adalah mencari respon frekuensi dari posisi retak yang signifikan. Langkah ketiga adalah mencari momen inersia poros retak ekuivalen yang dianggap mewakili keadaan poros retak. Selanjutnya, dengan menggunakan momen inersia ekuivalen akan didapat persamaan gerak yang mewakili keadaan poros retak. Persamaan gerak ini akan menghasilkan respon frekuensi dan respon akibat gaya eksitasi yang mewakili keadaan poros retak.

## 3. PERHITUNGAN NUMERIK

### 3.1 Poros Tanpa retak



Gambar 6. Model Poros Rotor Tanpa Retak.

Poros tak retak dimodelkan seperti pada Gambar (6), dengan data-data dibawah ini:

#### 1. Piringan

- Jari-jari dalam  $R_1 = 0,01$  m
- Jari-jari luar  $R_2 = 0,2$  m
- Tebal piringan  $h = 0,02$  m
- Massa jenis piringan  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>
- Jarak piringan  $l_1 = L/3$

#### 2. Poros

- Panjang  $L = 0,5$  m
- Jari-jari penampang  $R_1 = 0,01$  m

- Massa jenis  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>
  - Modulus elastisitas  $E = 2 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>
3. Massa tak seimbang
    - Massa  $m_u = 10^{-4}$  kg
    - Jarak dari pusat geometri  $d = R_2 = 0,2$  m
  4. Bantalan

Dalam makalah ini rotor diasumsikan simetri, sehingga pengaruh bantalan diabaikan.

### 3.2 Poros Retak

Model poros retak yang dianalisa dalam makalah ini geometri sama dengan model yang terdapat pada Gambar (6), dengan tambahan besaran lain yang menandakan adanya retak pada poros. Besaran tambahan tersebut adalah  $\epsilon$ , yaitu besaran yang menyatakan setengah lebar retak, diambil  $\epsilon = 0,00005$  m (50  $\mu$ m) atau dengan kata lain lebar retaknya adalah 100  $\mu$ m. Harga lebar retak sebesar itu diambil dengan anggapan bahwa selang sebesar tersebut memungkinkan untuk dibuat pada kaji eksperimental [7].

Besaran lain yang lain yang perlu ditambahkan adalah letak retak dan kedalaman retak,  $Lr$  yang diambil sebesar 0,25 m (tengah-tengah poros). Hal ini didasarkan pada hasil penelitian sebelumnya, dimana letak retak di tengah-tengah poros memberikan hasil yang paling signifikan [7]. Variasi kedalaman retak ditentukan sebanyak lima variasi dan dibuat dalam besaran relatif, kedalaman dibagi diameter poros dan dinyatakan dalam persen, yaitu: 10 %, 20 %, 30 %, 40 % dan 50 %.

## 4. HASIL PERHITUNGAN

Berdasarkan data numerik pada sub bab 3.1 dan sub bab 3.2 diatas dihasilkan persamaan gerak sistem untuk tiga posisi retak dan berbagai variasi kedalaman relatif, hasil numeriknya dapat dilihat pada Tabel 1a s/d 1c.

Tabel 1a. Persamaan Gerak Poros Retak Sudut 0°

N <sub>o</sub>	a/R (%)	m	a <sub>1</sub>	k <sub>1</sub> (N/m)	k <sub>2</sub> (N/m)
1	0	17,22	3,87	612040,37	612040,37
2	10	17,22	3,87	612040,37	603629,66
3	20	17,22	3,87	612040,37	563906,62
4	30	17,22	3,87	612040,37	493250,30
5	40	17,22	3,87	612040,37	396011,97
6	50	17,22	3,87	612040,37	233657,06

Tabel 1b. Persamaan Gerak Poros Retak Sudut 90°

N	a/2R (%)	m	a <sub>1</sub>	k <sub>1</sub> (N/m)	k <sub>2</sub> (N/m)
1	0	17,22	3,87	612040,37	612040,37
2	10	17,22	3,87	611449,23	612040,37
3	20	17,22	3,87	603797,92	612040,37
4	30	17,22	3,87	573773,96	612040,37
5	40	17,22	3,87	472386,22	612040,37
6	50	17,22	3,87	246254,56	612040,37

Tabel 1c. Persamaan Gerak Poros Retak Rata-rata

N	a/2R (%)	m	a <sub>1</sub>	k <sub>1</sub> (N/m)	k <sub>2</sub> (N/m)
1	0	17,22	3,87	611836,32	609137,16
2	10	17,22	3,87	608654,50	592267,80
3	20	17,22	3,87	592990,06	552902,66
4	30	17,22	3,87	523933,26	475749,13
5	40	17,22	3,87	355210,00	346364,88
6	50	17,22	3,87	611836,32	609137,16

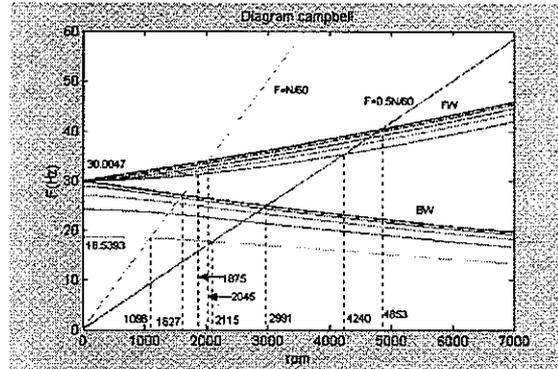
Harga  $m$  mengalami penurunan karena retak, besarnya penurunan naik dengan meningkatnya kedalaman retak, namun harga penurunannya kecil sekali, sehingga diabaikan dan dalam Tabel 1a s/d Tabel 1c harga  $m$  tetap. Sedangkan harga  $a_1$  tidak mengalami perubahan sama sekali akibat adanya retak. Harga  $k$  juga mengalami penurunan dengan adanya retak dan semakin besar kedalaman retak semakin besar pula penurunannya. Penjelasan mengenai penurunan harga kekakuan untuk tiga posisi retak diberikan pada paragraf dibawah ini.

Pada posisi retak 0° yaitu pada saat daerah retak berada pada arah sumbu  $z$  (Gambar (3)), pada posisi ini kekakuan poros searah sumbu  $z$  mengalami penurunan, sedangkan kekakuan searah sumbu  $x$  tetap sebagaimana poros tak retak. Sebaliknya pada posisi 90° kekakuan searah sumbu  $x$  yang mengalami penurunan dan kekakuan searah sumbu  $z$  tetap. Pada posisi rata-rata sistem mengalami penurunan pada kedua sistem sumbu, yaitu  $x$  dan  $z$ , yang besarnya merupakan rata-rata penurunan untuk setiap posisi dari 0° s/d 180°.

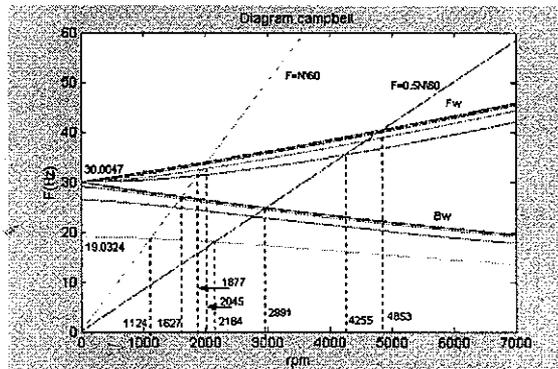
Dua posisi pertama mewakili nilai ekstrim dari persoalan yang sedang dihadapi, dimana posisi 0° menghasilkan pengurangan kekakuan terbesar, sedangkan posisi 90° menghasilkan pengurangan kekakuan terkecil. Posisi rata-rata merupakan posisi yang mewakili keadaan retak secara umum, karena perhitungan pada posisi ini memakai data momen inersia rata-rata atau momen inersia ekuivalen yang mewakili keadaan retak. Posisi 0° merupakan posisi signifikan yang menghasilkan efek maksimal akibat adanya retak pada poros.

#### 4.1 Diagram Campbell

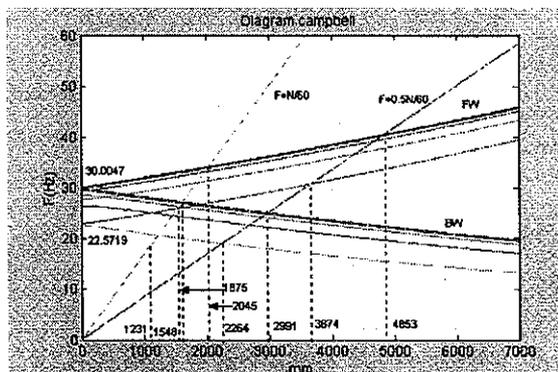
Penyelesaian persamaan gerak pada Tabel 1a s/d Tabel 1c untuk gerak bebas akan menghasilkan solusi homogen dan dari solusi tersebut dapat dibuat Diagram Campbell. Diagram Campbell menampilkan frekuensi sebagai fungsi dari kecepatan rotasi poros. Dalam diagram tersebut juga terdapat titik potong antara garis frekuensi dengan garis  $F = N/60$  dan garis  $F = 0,5N/60$  yang masing-masing menunjukkan kecepatan kritis akibat massa tak seimbang dan gaya asinkron. Diagram Campbell untuk tiga posisi retak ditampilkan pada Gambar (7), Gambar (8) dan Gambar (9).



Gambar 7. Diagram Campbell sudut retak 0°



Gambar 8. Diagram Campbell sudut retak 90°



Gambar 9. Diagram Campbell posisi retak rata-rata.

Untuk mengetahui bagaimana pengaruh retak terhadap frekuensi dan kecepatan kritis pada Tabel 2a s/d Tabel 2c ditampilkan hasil perhitungan frekuensi pribadi untuk kecepatan rotasi nol dan kecepatan kritis akibat massa

tak seimbang dan gaya asinkron, angka-angka ini juga merupakan hasil pembacaan grafik pada Gambar (7), Gambar (8) dan Gambar (9). Frekuensi pribadi yang ditampilkan dalam tabel-tabel tersebut merupakan harga frekuensi *backward* untuk kecepatan rotasi nol. Kecepatan kritis akibat massa tak seimbang merupakan kecepatan pada titik potong antara garis frekuensi *forward* dengan garis  $F=N/60$  dan kecepatan kritis akibat gaya asinkron merupakan kecepatan pada titik potong antara garis frekuensi *forward* dengan garis  $F = 0,5N/60$ .

Tabel 2a. Frekuensi dan Kecepatan Kritis Sudut 0°

No	$a/2R$ (%)	$f_{n2}$ (Hz)	$N_m$ (rpm)	$N_c$ (rpm)
1	0	30,00	2044,7	4853,1
2	10	29,80	2037,7	4836,4
3	20	28,80	2007,0	4759,1
4	30	26,94	1961,3	4627,7
5	40	24,14	1916,7	4463,0
6	50	18,54	1874,9	4240,0

Tabel 2b. Frekuensi Pribadi dan Kecepatan Kritis Sudut 90°

No	$a/2R$ (%)	$f_{n2}$ (Hz)	$N_m$ (rpm)	$N_c$ (rpm)
1	0	30,01	2044,7	4853,1
2	10	29,93	2042,1	4846,9
3	20	29,52	2025,6	4807,2
4	30	28,52	1980,4	4697,3
5	40	26,45	1851,5	4388,9
6	50	22,57	1548,2	3674,3

Tabel 2c. Frekuensi Pribadi dan Kecepatan Kritis Rata-rata

No	$a/2R$ (%)	$f_{n2}$ (Hz)	$N_m$ (rpm)	$N_c$ (rpm)
1	0	30,01	2044,7	4853,1
2	10	29,99	2044,2	4851,9
3	20	29,80	2037,9	4836,8
4	30	29,05	2014,3	4778,1
5	40	26,36	1950,0	4590,6
6	50	19,03	1877,1	4254,9

Secara umum kecepatan rotasi kritis menurun akibat adanya retak, demikian juga dengan frekuensi pribadi. Penjelasan lebih lanjut mengenai kedua hal ini akan dibahas pada sub bab analisa.

## 4.2 Respon Gaya Eksitasi

Amplitudo respon akibat gaya eksitasi berupa massa tak seimbang dan gaya asinkron merupakan solusi non homogen persamaan gerak pada Tabel 1a s/d Tabel 1c, dengan menerapkan gaya eksitasi berupa massa tak seimbang atau gaya asinkron. Jika yang diterapkan gaya eksitasi berupa massa tak seimbang, maka akan diperoleh amplitudo respon massa tak seimbang dan jika yang diterapkan gaya eksitasi berupa gaya asinkron, maka akan diperoleh amplitudo respon gaya asinkron.

### 4.2.1 Respon Massa Tak Seimbang

Gaya eksitasi akibat massa tak seimbang diberikan oleh persamaan [2]:

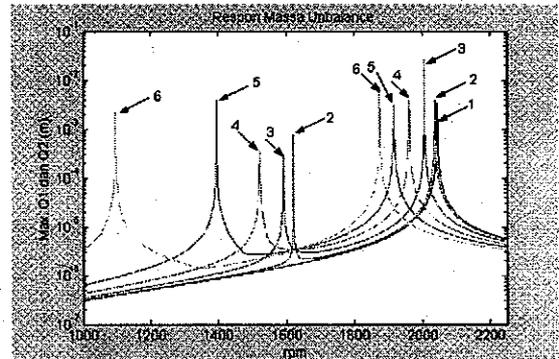
$$F_1 = m_u f(l_1) a \Omega^2 \sin \Omega t \quad (17)$$

$$F_2 = m_u f(l_1) a \Omega^2 \cos \Omega t \quad (18)$$

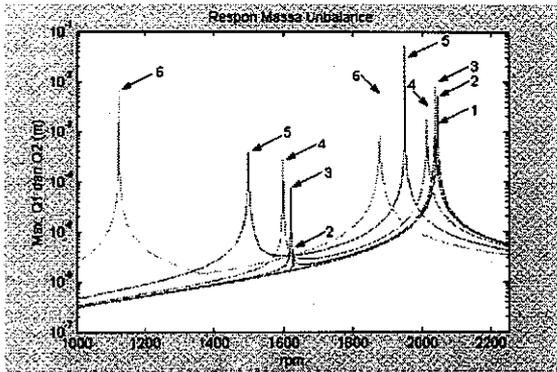
Solusi persamaan gerak dengan gaya eksitasi akibat massa tak seimbang disajikan pada Gambar (9), Gambar (10) dan Gambar (11).

Keterangan Gambar (10) s/d Gambar (15) :

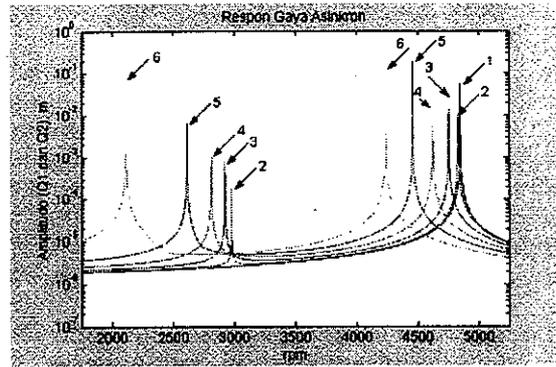
- 1 Poros tak retak
- 2 Poros retak, kedalaman retak relatif 10 %.
- 3 Poros retak, kedalaman retak relatif 20 %.
- 4 Poros retak, kedalaman retak relatif 30 %.
- 5 Poros retak, kedalaman retak relatif 40 %.
- 6 Poros retak, kedalaman retak relatif 50 %.



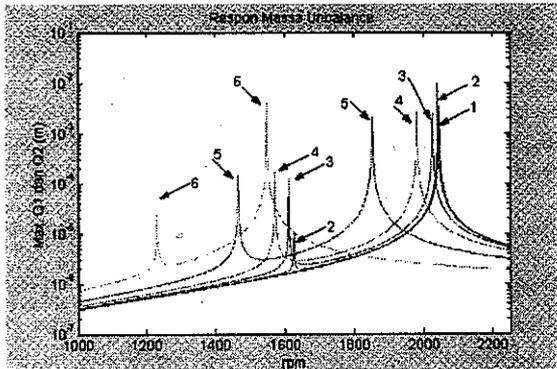
Gambar 10. Amplitudo maksimum respon massa tak seimbang sudut retak 0°.



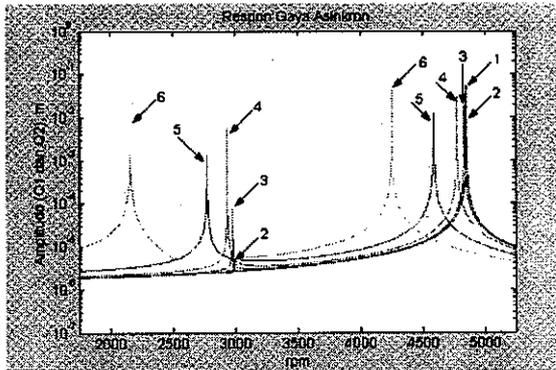
Gambar 11. Amplitudo maksimum respon massa tak seimbang sudut retak 90°.



Gambar 13. Amplitudo maksimum respon gaya asinkron sudut retak 0°.



Gambar 12. Amplitudo maksimum respon massa tak seimbang posisi retak rata-rata.



Gambar 14. Amplitudo maksimum respon gaya asinkron sudut retak 90°.

Secara umum terlihat bahwa dengan adanya retak, amplitudo respon massa tak seimbang pada kecepatan rotasi yang sama mengalami peningkatan. Peningkatan amplitudo respon juga terjadi karena adanya penambahan kedalaman retak.

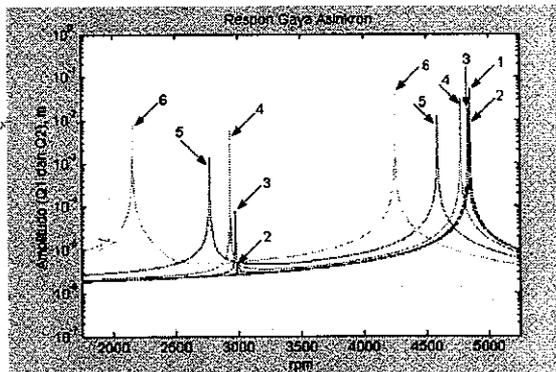
#### 4.2.1 Respon Gaya Asinkron

Gaya eksitasi akibat massa tak seimbang diberikan oleh persamaan [2]:

$$F_{q1} = F_o \sin s\Omega t f(l_3) = F \sin s\Omega t \quad (19)$$

$$F_{q2} = F_o \cos s\Omega t f(l_3) = F \cos s\Omega t \quad (20)$$

Solusi persamaan gerak pada Tabel 1a s/d Tabel 1c dengan gaya eksitasi akibat gaya asinkron untuk tiga buah posisi retak ditampilkan pada Gambar (13), Gambar (14) dan Gambar (15).



Gambar 15. Amplitudo maksimum respon gaya asinkron posisi retak rata-rata.

Sebagaimana amplitudo respon massa tak seimbang, amplitudo respon gaya asinkron pun mengalami kenaikan akibat adanya retak dan kenaikannya bertambah dengan meningkatnya kedalaman retak.

Tabel 3a s/d Tabel 3c menampilkan data numerik amplitudo respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang dan gaya asinkron untuk tiga posisi retak. Data untuk amplitudo respon massa tak seimbang diambil pada putaran 1000 rpm, data untuk respon gaya asinkron pada 1750 rpm,  $F = 1$  N.

Tabel 3a. Amplitudo Respon Gaya Eksitasi Sudut 0°

No	$a/2R$ (%)	$Q_{90}$ (m)	$Q_0$ (m)
1	0	3,06E-07	1,88E-06
2	10	3,06E-07	1,88E-06
3	20	3,12E-07	1,91E-06
4	30	3,37E-07	2,05E-06
5	40	4,59E-07	2,70E-06

Tabel 3b. Amplitudo Respon Gaya Eksitasi Sudut 90°

No	$a/2R$ (%)	$Q_{90}$ (m)	$Q_0$ (m)
1	0	3,06E-07	1,88E-06
2	10	3,12E-07	1,91E-06
3	20	3,46E-07	2,10E-06
4	30	4,27E-07	2,53E-06
5	40	6,32E-07	3,55E-06
6	50	3,16E-06	1,08E-05

Tabel 3c. Amplitudo Respon Gaya Eksitasi Posisi Retak Rata-rata

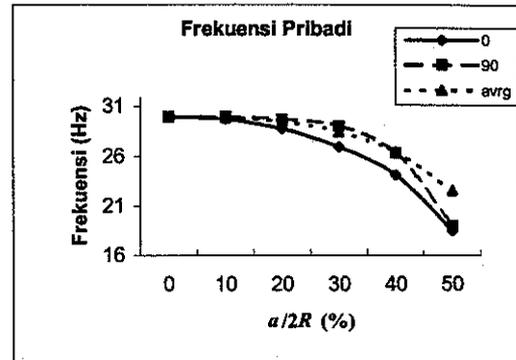
No	$a/2R$ (%)	$Q_{90}$ (m)	$Q_0$ (m)
1	0	3,06E-07	1,88E-06
2	10	3,08E-07	1,89E-06
3	20	3,21E-07	1,96E-06
4	30	3,55E-07	2,14E-06
5	40	4,42E-07	2,59E-06
6	50	7,23E-07	3,81E-06

### 5. ANALISA

Frekuensi pribadi mengalami penurunan seiring naiknya kedalaman retak. Gradien penurunannya semakin besar pada kedalaman retak yang besar. Penurunan terbesar terjadi pada kedalaman retak 50 % dan posisi retak 0°, yaitu sebesar 11,46 Hz, sedangkan penurunan terkecil terjadi pada kedalaman retak 10 % pada posisi retak 90°, yaitu sebesar 0,0145 Hz. Secara umum penurunan terbesar terjadi pada posisi retak 0°, dengan rata-rata penurunan sebesar 3,64 Hz. Harga rata-rata untuk posisi retak 90° sebesar 2,63 Hz dan untuk posisi rata-rata sebesar 2,17 Hz.

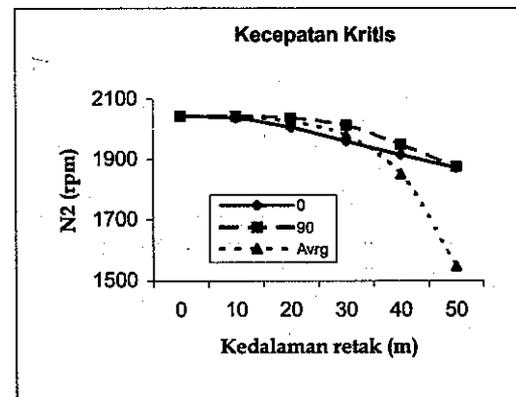
Penurunan frekuensi pribadi disebabkan oleh turunnya harga kekakuan poros akibat adanya retak, karena harga frekuensi pribadi berbanding lurus dengan kekakuan, maka dengan semakin meningkatnya kedalaman poros, harga frekuensi pribadinya menjadi semakin kecil. Kedalaman retak juga menyebabkan turunnya harga  $m$  dan hal ini sebenarnya dapat menyebabkan naiknya

frekuensi pribadi, tetapi karena penurunan  $m$  kecil sekali maka yang lebih dominan adalah pengaruh dari  $k$  yang penurunannya jauh lebih besar, sehingga penurunan harga  $m$  tidak dapat menaikkan frekuensi pribadi. Penurunan kekakuan terbesar terjadi pada posisi retak 0° sehingga penurunan frekuensi pribadi terbesar juga terjadi pada posisi ini. Penurunan frekuensi pribadi untuk sudut 0°, 90° dan posisi rata-rata ditunjukkan pada Gambar (16), sedangkan data numeriknya dapat dilihat pada Tabel 2a s/d 2c.



Gambar 16. Frekuensi pribadi untuk berbagai kedalaman retak.

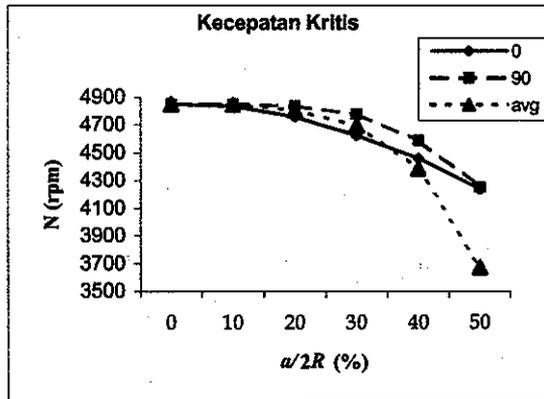
Demikian juga, kecepatan kritis mengalami penurunan dengan meningkatnya kedalaman retak. Kecepatan kritis akibat massa tak seimbang mengalami penurunan terbesar pada kedalaman retak 50 % untuk posisi retak rata-rata, yaitu sebesar 496,5 rpm. Penurunan kecepatan kritis rata-rata untuk posisi retak 0° sebesar 71 rpm, untuk 90° sebesar 50 rpm, untuk posisi rata-rata 129 rpm.



Gambar 17. Kecepatan kritis untuk berbagai kedalaman retak akibat massa tak seimbang.

Hal ini disebabkan karena untuk posisi rata-rata, penurunan kekakuan terjadi pada arah sumbu  $x$  dan sumbu  $z$ , sehingga menyebabkan terjadinya penurunan kecepatan kritis yang cukup tinggi. Sedangkan untuk posisi retak 0° dan 90° pengurangan kekakuan hanya terjadi pada salah satu sumbu saja yaitu sumbu  $x$  atau sumbu  $z$ , sehingga meskipun pengurangan kekakuan

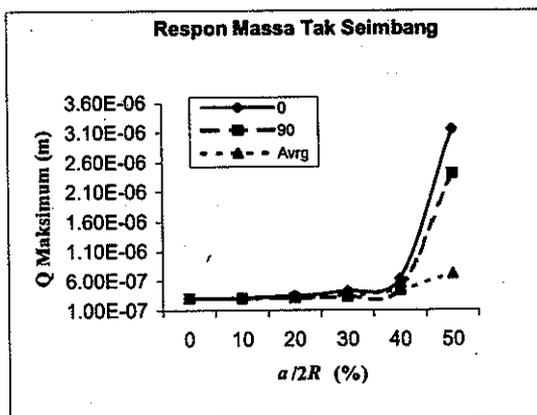
pada sumbu yang retak lebih besar untuk posisi  $0^\circ$  atau  $90^\circ$  daripada untuk posisi rata-rata, pengurangan kecepatan kritisnya tidak sebesar untuk posisi rata-rata. Pengaruh kedalaman retak terhadap kecepatan kritis akibat massa tak seimbang dapat dilihat pada Gambar (17), sedangkan akibat gaya asinkron pada Gambar (18).



Gambar 18. Putaran kritis untuk berbagai kedalaman retak akibat gaya asinkron.

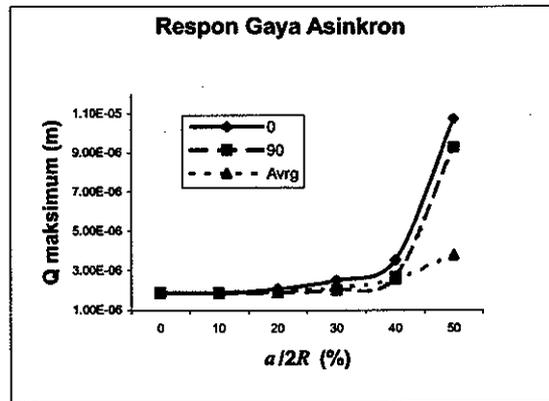
Respon massa tak seimbang ditampilkan pada Gambar (10), Gambar (11) dan Gambar (12). Secara umum amplitudo mengalami kenaikan dengan meningkatnya kedalaman retak, hal ini dikarenakan berkurangnya kekakuan poros akibat adanya retak, sehingga poros lebih mudah terdefleksi.

Kenaikan amplitudo untuk ketiga posisi retak hampir sama, hanya saja ada kekecualian untuk kedalaman retak 50 %, ada kenaikan yang sangat mencolok, hal ini disebabkan pada kedalaman ini retak telah mencapai setengah dari diameter poros, sehingga terjadi pengurangan kekakuan yang signifikan. Harga kenaikan amplitudo rata-rata untuk posisi retak  $0^\circ$  adalah  $5,6 \times 10^{-7}$  m, sedangkan untuk posisi retak  $90^\circ$  sebesar  $3,8 \times 10^{-7}$  m dan untuk posisi rata-rata sebesar  $1,03 \times 10^{-7}$  m. Pengaruh kedalaman retak terhadap respon massa tak seimbang dapat dilihat pada Gambar (19) dan data numeriknya pada Tabel 3a s/d Tabel 3c.



Gambar 19. Respon massa tak seimbang untuk berbagai kedalaman retak.

Gambar (13), Gambar (14) dan Gambar (15) menampilkan respon gaya asinkron poros tak retak dan poros retak dengan berbagai kedalaman untuk tiga posisi retak. Berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa amplitudo respon cenderung meningkat dengan semakin besarnya kedalaman retak. Gambar (20) menampilkan pengaruh kedalaman retak terhadap amplitudo respon gaya asinkron, untuk tiga posisi retak.

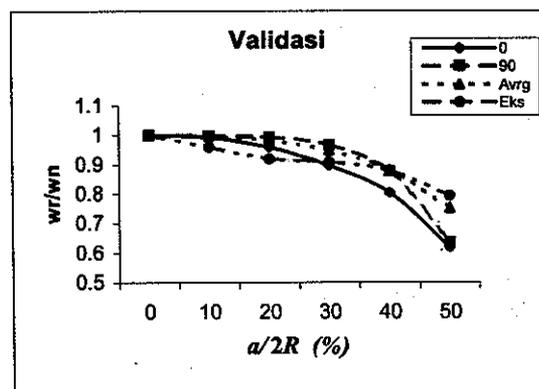


Gambar 20. Respon gaya asinkron untuk berbagai kedalaman retak.

Tabel 3a s/d Tabel 3c menampilkan data numerik respon gaya asinkron pada kecepatan putar 1750 rpm, dari tabel tersebut juga didapat bahwa kenaikan rata-rata amplitudo untuk sudut  $0^\circ$  sebesar  $1,9 \times 10^{-6}$  m, untuk sudut  $90^\circ$  sebesar  $1,4 \times 10^{-6}$  m dan untuk posisi rata-rata sebesar  $5 \times 10^{-7}$  m.

## 6. VALIDASI

Hasil perhitungan ini dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh Dimaragonas [2]. Pada Gambar (21) dibandingkan besaran tuna dimensi, yaitu perbandingan frekuensi poros retak dengan poros utuh ( $\omega_r/\omega_n$ ) hasil simulasi dan hasil eksperimen, hasil perbandingan menunjukkan adanya kemiripan.



Gambar 21. Perbandingan hasil simulasi dan eksperimen.

Berdasarkan data yang digunakan untuk grafik pada Gambar (21), diperoleh rata-rata penurunan untuk posisi retak  $0^\circ$  sebesar 0,87, sudut  $90^\circ$  sebesar 0,912 dan untuk posisi rata-rata sebesar 0,927, sedangkan hasil eksperimen yang dilakukan oleh Dimaragonas [1], harga rata-ratanya sebesar 0,911. Berdasarkan data tersebut, yang paling mendekati hasil percobaan adalah harga untuk posisi retak  $90^\circ$ , dengan perbedaan pada harga rata-rata sebesar 0,11 %.

Berdasarkan hasil numerik diatas terlihat bahwa parameter-parameter perilaku dinamik posisi rata-rata tidak selalu memberikan harga tengah dari dua posisi lainnya, yaitu posisi  $0^\circ$  dan  $90^\circ$ . Meskipun demikian, jika dipertimbangkan kondisi fisik sebenarnya pada sistem poros rotor yang berputar, keputusan untuk mengamati perilaku dinamik pada posisi rata-rata cukup tepat dan beralasan. Hal ini disebabkan setiap saat posisi retak berubah-ubah terus karena putaran, jadi posisi retak  $0^\circ$  dan atau  $90^\circ$  hanya terjadi sesaat saja, keadaan sebenarnya lebih terwakili oleh posisi retak rata-rata.

## 7. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Cacat retak pada poros dapat dideteksi melalui pengamatan pada perubahan perilaku dinamik sistem poros rotor.
2. Cacat retak menyebabkan penurunan kekakuan.
3. Frekuensi pribadi dan kecepatan kritis menurun akibat adanya cacat retak, dan penurunannya meningkat dengan naiknya kedalaman retak.
4. Amplitudo respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang, gaya asinkron dan gaya harmonik meningkat dengan naiknya kedalaman retak.
5. Hasil simulasi ini tidak jauh berbeda dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh Dimaragonas [2].

## 8. DAFTAR PUSTAKA

1. Dimaragonas, A.D., PAIPETIS, S.A., *Analytical Methods in Rotor Dynamics*, London: Applied Science, 1983.
2. Lalanne, M., Ferraris, G., *Rotordynamics Prediction in Engineering*, John Wiley and Sons, Chichester, 1990.
3. Jun, O.S., Eun, H.J., Earmme, Y.Y., Lee, C.-W., *Modelling and Vibration Analysis of A Simple Rotor with A Breathing Crack*, Journal of sound and Vibration 155(2), 1992.
4. Gasch, R., *A Survey of the Dynamic Behaviour of A Simple Rotating Shaft with A transverse Crack*, Journal of Sound and Vibration 160(2), 1993.
5. Popov, E.P., *Mekanika Teknik (Mechanics of Material)*, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1993.
6. Plaut, R.H., Andruet, R.H., Suherman, S., *Behavior of Cracked Rotating Shaft During Passage Through A Critical Speed*, Journal Sound Vibration 173(5), 1994.

7. Irvan, Hilmy, *Analisis Dinamik Model Poros Rotor dengan Cacat Retak Transversal*, Tugas Akhir Sarjana, ITB, Bandung, 1996.
8. Sekhar, A.S., Prabhu, B.S., *Condition Monitoring of Cracked Rotor Trough Transient Response*, PII:S0094-114X(97)0016-X, 1998.
9. Nugraha, K., *Kaji Numerik Pengaruh Retak Melintang Pada Poros Terhadap Perilaku Dinamik Rotor Menggunakan Metode Elemen Hingga*, Seminar Tugas Akhir, ITB, Bandung, 2001.

## DAFTAR SIMBOL DAN SATUAN

$\rho$	: densitas, $\text{kg/m}^3$ .
$\Omega$	: kecepatan anguler, rad/det.
$\theta$	: sudut putaran retak, derajat.
$\alpha$	: kedalaman retak lokal [1].
$a$	: kedalaman retak, m.
$a_1$	: konstanta persamaan gerak.
$A_r$	: luas penampang retak, $\text{m}^2$ .
$b$	: lebar retak, m.
$c$	: koefisien kelenturan.
$cg$	: jarak titik berat poros retak dari sumbu poros, m.
$d$	: jarak massa tak seimbang dari sumbu poros.
$E$	: modulus elastisitas, $\text{N/m}^2$ .
$e$	: panjang retak, m.
$f(y)$	: fungsi perpindahan.
$F_1, F_2$	: gaya eksitasi.
$F_a, F_b$	: Faktor intensitas tegangan [1].
$fn_1$	: frekuensi forward, Hz.
$fn_2$	: frekuensi backward, Hz.
$g(y)$	: turunan pertama $f(y)$ .
$h$	: tebal piringan.
$h(y)$	: turunan kedua $f(y)$ .
$h_a$	: ketinggian lokal [1].
$I$	: momen inersia penampang poros, $\text{kg.m}^2$ .
$I_0 = I_x$	: momen inersia penampang retak, $\text{kg.m}^2$ .
$I_r$	: momen inersia penampang poros retak, $\text{kg.m}^2$ .
$k$	: kekakuan poros, $\text{N/m}^2$ .
$k_x, k_z$	: kekakuan poros searah sumbu x dan z.
$l_1$	: jarak piringan dari tumpuan, m.
$L_r$	: jarak retak dari tumpuan, m.
$m$	: massa poros, kg.
$q_1, q_2$	: koordinat umum, masing-masing bersesuaian dengan sumbu x dan sumbu z.
$R$	: jari-jari poros, m.
$R_1$	: jari-jari dalam piringan, m.
$R_2$	: jari-jari luar piringan, m.
$S$	: luas penampang poros, $\text{m}^2$ .
$s=2b$	: lebar retak.
$S_r$	: luas penampang poros retak, $\text{m}^2$ .
$x$	: sumbu koordinat arah x.
$z$	: sumbu koordinat arah z.