

# PENYARINGAN DATA UJI TERBANG DENGAN TEKNIK "PARAMETER IDENTIFICATION"

Dr. Ir. Said D. Jenie<sup>1)</sup>

## RINGKASAN

*Dalam tulisan singkat ini akan diberikan suatu contoh pemakaian teknik parameter identification untuk memperoleh besaran-besaran aerodinamis pesawat udara dari hasil uji terbang. Oleh karena belum tersedianya data uji terbang yang sebenarnya, maka dalam contoh yang akan dibahas, data uji terbang diganti dengan data yang dihasilkan dari persamaan nonlinier pesawat udara. Parameter yang akan diidentifikasi adalah koefisien-koefisien yang biasa dipergunakan dalam persamaan gerak linear suatu pesawat udara. Tanpa mengurangi arti yang penting dari proses pengidentifikasian parameter terbang, metoda yang dibahas di sini dapat dipakai langsung pada proses pengolahan data uji terbang yang sebenarnya.*

## 1. PENDAHULUAN

Salah satu tugas flight dynamist dalam suatu program uji terbang adalah mendapatkan besaran-besaran gaya maupun momen pesawat udara dari data-data yang direkord selama proses pengujian. Besaran-besaran tersebut dapat diperoleh dengan bermacam-macam cara, tergantung dari beberapa faktor seperti jumlah dan jenis alat-alat penginderaan yang dipakai, manuver pesawat udara yang dipilih dan metoda pengolahan data yang diambil.

Cara yang paling lazim ditempuh adalah cara stasionair atau steady state. Metoda ini juga sering disebut metoda manuver statis. Dalam hal ini, pertama-tama pesawat udara distabilkan pada suatu kondisi terbang tertentu dengan kecepatan konstan. Kemudian suatu gangguan dimasukkan misalnya dengan menggunakan defleksi elevator. Dengan adanya gangguan ini pesawat udara akan menyimpang dari kondisi stabilnya. Perubahan-perubahan parameter-parameter terbang akibat penyimpangan ini kemudian diukur. Cara ini merupakan standard yang telah dibakukan oleh beberapa badan sertifikasi pesawat udara di dunia seperti FAA, BCAR, dsb.

Cara ini mempunyai beberapa keuntungan, antara lain :

- (1) Pengukuran data dengan manuver statis atau stasioner tidak membahayakan pesawat udara dan penerbangnya ditinjau dari segi keselamatan dan keamanan.

- (2) Instrumentasi yang berupa alat-alat penginderaan dapat dibuat sesederhana mungkin namun demikian sebanyak mungkin mengingat manuver yang dilaksanakan tidak berbahaya.

- (3) Dari segi pengolahan data, model matematika yang digunakan sangat sederhana. Manuver stasioner akan menghasilkan persamaan gerak seimbang yang berupa persamaan aljabar, sehingga solusinya akan lebih mudah.

Metoda stasioner ini telah dipakai dalam proses uji terbang sejak tahun tiga puluhan hingga saat ini. Namun demikian perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi menuntut suatu perubahan-perubahan baru yang lebih "Sophisticated" dari cara statis ini.

Kemajuan yang dicapai dalam teknologi material dan komputer menyebabkan pesawat-pesawat udara modern masa kini dibuat lebih fleksible, kuat dan ringan dengan kemampuan manuver dan kelincahan yang sangat tinggi (1,2). Dua hal tersebut terakhir ini dapat dicapai dengan membuat pesawat secara statis tidak stabil atau sedikit tak stabil.

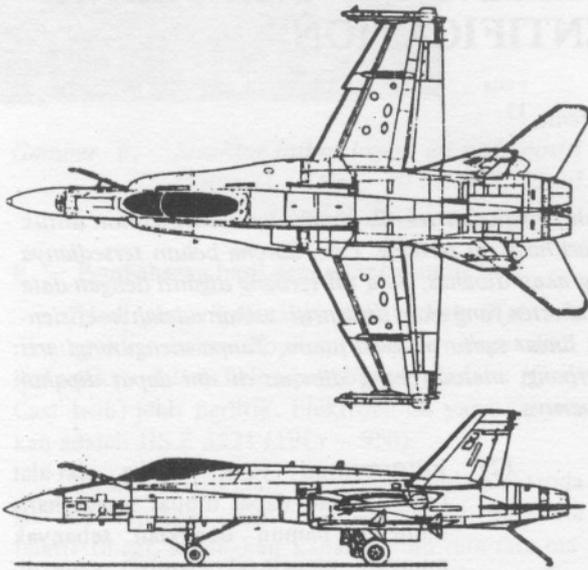
Munculnya pesawat-pesawat udara modern seperti ini membuat uji terbang dengan cara stasioner sukar untuk dilaksanakan. Hal ini dapat dijelaskan sbb. :

- (1) Pada pesawat udara dengan manuver dan kelincahan (agility) tinggi kondisi terbang steady atau stasioner sangat sulit untuk didapat atau dijaga. Hal ini terutama terjadi dengan pesawat-pesawat udara pembom tempur modern, lihat gb. 1. Pelaksanaan pengujian

---

1) ● Staf jurusan Mesin/Teknik Penerbangan ITB.  
● Kepala Flight Test CN-235, PT. Nurtanio.

terbang secara stasioner akan banyak menyita perhatian dan waktu dari penerbang uji pesawat tersebut. Dengan demikian untuk pesawat-pesawat udara sejenis ini pengujian terbang lebih baik dilaksanakan secara non stasioner atau



Gb. 1. F-18 Hornet, pesawat buru tempur yang berkemampuan manuver sangat tinggi (contoh).

manuver dinamis. Manuver yang demikian ini tentu saja lebih berbahaya dibandingkan dengan manuver statis. Namun demikian adalah suatu keharusan pula bahwa pesawat-pesawat udara semacam ini diuji kelincihannya bermanuver.

- (2) Untuk menjaga agar pesawat seringan mungkin dan pula mengingat manuver-manuver berbahaya yang akan dilaksanakan, maka hanya sejumlah kecil alat penginderaan dapat dipasang pada pesawat. Dengan demikian dituntut adanya suatu peralatan khusus yang mempunyai kemampuan untuk dapat me "rekonstruksikan" sebanyak mungkin variabel-variabel atau parameter-parameter terbang dari hasil penginderaan yang sedikit ini. Peralatan ini dapat ditempatkan pada pesawat (on board) maupun pada stasion pengamat dibawah (on ground).
- (3) Pelaksanaan pengujian terbang yang non stasioner dan tuntutan akan adanya instrumentasi yang mampu untuk merekonstruksikan parameter-parameter terbang menyebabkan timbulnya model

matematis yang cukup sulit, dan besar untuk dapat melakukan pengolahan data secara teliti. Persamaan keseimbangan yang digunakan pada cara uji terbang stasioner tidak dapat dipakai lagi; dan diganti dengan persamaan diferensial order tinggi yang secara lengkap melukiskan gerakan pesawat udara di ruangan dimensi tiga.

Ketiga alasan di atas menimbulkan suatu revolusi baru dalam teknik penyaringan (ekstraksi) data uji terbang untuk mendapatkan parameter-parameter aerodinamis pesawat udara.

Teknik yang masih selalu menjadi pembahasan hangat di kalangan flight dynamist adalah suatu metoda matematis yang disebut "Parameter Identification" (PI). Metoda ini mulai dikembangkan pada akhir tahun 50 an (3,6) dan selaras dengan berkembangnya mikroelektronik dan komputer, teknik PI makin berkembang dan implementasinya pada on board komputer makin mungkin untuk dilaksanakan.

## 2. TEKNIK PARAMETER IDENTIFICATION (PI).

Teknik PI ada bermacam-macam dan telah banyak dibahas dalam technical papers (3,6). Metoda yang akan dipakai sebagai contoh dalam tulisan ini adalah metoda yang dikembangkan oleh A.J. Ross (6).

Dua cara dari metoda Ross akan dibahas yaitu :

- (1) Metoda kesalahan persamaan (Equation Error Method)
- (2) Metoda kesalahan output (Output Error Method).

Kedua metoda ini telah dipakai dan dibahas secara detail oleh A.J. Ross (6). Dalam risalah ini akan dijelaskan secara singkat cara penggunaan metoda ini tanpa disertai bukti. Pembaca yang tertarik pada penjelasan detail dapat melihat pada referensi (6).

### 2.1. Metoda kesalahan persamaan gerak.

Metoda ini disebut metoda kesalahan persamaan gerak dengan alasan sebagai berikut. Dalam cara ini, semua data hasil pengukuran uji terbang disubstitusikan kedalam state variabel yang berkaitan pada suatu persamaan gerak linear. Dengan memasukkan harga-harga hasil uji terbang ini, menyebabkan terjadinya perbedaan antara ruas kiri dan kanan dari persamaan linear tersebut. Perbedaan ini kita sebut kesalahan persamaan gerak. Proses selanjutnya dalam metoda ini adalah membuat jumlah kuadrat dari kesalahan ini pada suatu kurun waktu tertentu minimal terhadap parameter yang akan dicari.

Misalnya suatu persamaan gerak pesawat udara dinyatakan oleh,

$$\dot{u} = x_u u + x_w w + x_q q + x_\delta \delta \quad (1)$$

Misalnya bahwa tersedia alat-alat penginderaan yang berkemampuan menera besaran-besaran fisis  $u$ ,  $w$ ,  $q$ ,  $\delta$  dan  $\dot{u}$  dalam interval waktu tertentu.

Dengan mengambil harga dari besaran-besaran fisis ini pada waktu tertentu  $t_i$  yaitu  $u_i$ ,  $w_i$ ,  $q_i$ ,  $\delta_i$  dan  $\dot{u}_i$ , dan memasukkan harga-harga ini ke persamaan (1), maka kesalahan persamaan dapat dirumuskan sbb. :

$$\epsilon_i = x_u u_i + x_w w_i + x_q q_i + x_\delta \delta_i - \dot{u}_i \quad (2)$$

yang merupakan perbedaan harga ruas kiri dan kanan persamaan (1) pada saat  $t_i$ .

Selanjutnya didefinisikan kuadrat kesalahan persamaan gerak dalam suatu interval waktu tertentu sbb. :

$$J \equiv \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 \quad (3)$$

$$= \sum_{i=1}^N [x_u u_i + x_w w_i + x_q q_i + x_\delta \delta_i - \dot{u}_i]^2$$

Kesalahan kuadratis  $J$  ini dapat diminimumkan terhadap parameter  $x_u$ ,  $x_w$ ,  $x_q$  dan  $x_\delta$  dengan membuat turunan-turunan  $J$  terhadap parameter-parameter ini nol.

$$\frac{\partial J}{\partial x_u} = \frac{\partial J}{\partial x_w} = \frac{\partial J}{\partial x_q} = \frac{\partial J}{\partial x_\delta} = 0 \quad (4)$$

Dengan memasukkan persamaan (3) ke (4), akan didapat sistim persamaan aljabar linear simultan dengan  $x_u$ ,  $x_w$ ,  $x_q$ ,  $x_\delta$  sebagai bilangan anu.

Persamaan tersebut dapat ditulis sbb. :

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad (5)$$

dimana,

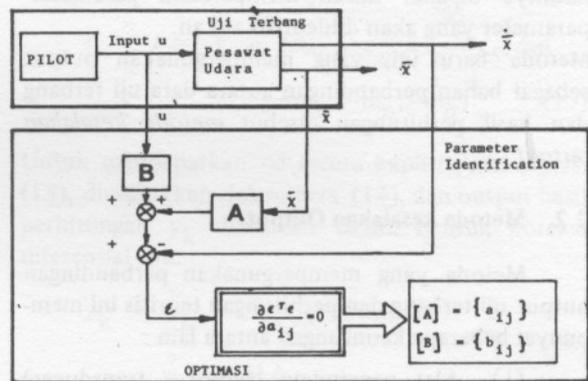
$$\bar{x} \equiv \begin{bmatrix} x_u \\ x_w \\ x_q \\ x_\delta \end{bmatrix} \quad \bar{b} \equiv \begin{bmatrix} N \\ \sum_i \dot{u}_i u_i \\ N \\ \sum_i \dot{u}_i w_i \\ N \\ \sum_i \dot{u}_i q_i \\ N \\ \sum_i \dot{u}_i \delta_i \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$A \equiv \begin{bmatrix} \sum u_i^2 & \sum w_i u_i & \sum q_i u_i & \sum \delta_i u_i \\ \sum u_i w_i & \sum w_i^2 & \sum q_i w_i & \sum \delta_i w_i \\ \sum u_i q_i & \sum w_i q_i & \sum q_i^2 & \sum \delta_i q_i \\ \sum u_i \delta_i & \sum w_i \delta_i & \sum q_i \delta_i & \sum \delta_i^2 \end{bmatrix} \quad (b)$$

Persamaan di atas dapat segera dipecahkan untuk memperoleh vektor parameter  $\bar{x}$ .

$$\bar{x} = A^{-1} \bar{b}$$

Pengukuran dapat dilaksanakan sedemikian rupa sehingga adanya matrix invers  $A^{-1}$  dapat dijamin. Gambar 2 memperlihatkan diagram alir dari proses identifikasi ini.



Gb. 2. Diagram alir PI dengan metoda kesalahan persamaan gerak.

Dari diagram terlihat jelas bahwa dibutuhkan sejumlah besar sensor/transducer untuk dapat mengindera *setiap* besaran fisis yang dipakai dalam analisa. Dalam contoh perumusan di atas untuk mendapatkan empat parameters  $x_u$ ,  $x_w$ ,  $x_q$  dan  $x_\delta$  dibutuhkan paling sedikit lima buah instrument penginderaan untuk dapat mencatat variabel-variabel terbang  $u(t)$ ,  $w(t)$ ,  $q(t)$ ,  $\delta(t)$  dan  $\dot{u}(t)$ .

Dalam hal ini dapat disimpulkan bahwa metoda ini yang meskipun kelihatannya sederhana, mempunyai beberapa kerugian, antara lain :

- (1) Digunakannya sejumlah besar alat penginderaan, akan menyebabkan timbulnya sumber kesalahan baru yang muncul dari kekeliruan-kekeliruan instrument, yang cukup berarti. Kesalahan peralatan ini dapat menurunkan kualitas dari data yang akan diolah dengan demikian reliabilitas dari parameter yang dihasilkan juga akan terpengaruh.

- (2) Tidak setiap besaran fisis yang dikehendaki dapat secara langsung diukur oleh suatu alat penginderaan. Dengan demikian metoda ini yang langsung menggunakan data uji terbang ke persamaan gerak linear akan tidak dapat dilaksanakan berhubung adanya besaran fisis yang secara langsung tidak dapat diukur.

J.A. Ross telah pula mengembangkan cara baru untuk mengatasi kerugian-kerugian yang ditimbulkan oleh metoda ini. Cara baru tersebut tidak menggunakan hasil pengukuran untuk diimplementasikan pada persamaan gerak linear, melainkan membandingkan satu atau beberapa hasil pengukuran dengan state variabel sejenis yang dihasilkan dari output persamaan gerak linear.

Kesalahan dari perbandingan output ini dibuat sekecil mungkin melalui koreksi sensitifitas dan hasilnya dipakai untuk memperbaiki parameter-parameter yang akan diidentifikasi. Metoda baru ini, yang mempergunakan output sebagai bahan perbandingan antara data uji terbang dan hasil perhitungan disebut *metoda kesalahan output*.

## 2.2. Metoda kesalahan Output.

Metoda yang mempergunakan perbandingan output uji terbang dan perhitungan teoritis ini mempunyai beberapa keuntungan antara lain :

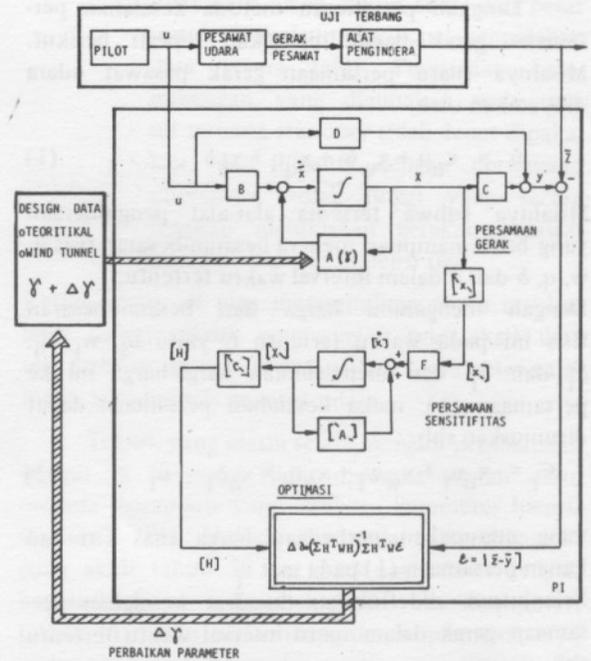
- (1) Alat pengindera (sensor / transducer) yang digunakan cukup sedikit, tergantung dari jenis output mana yang akan dibandingkan.
- (2) Kekeliruan-kekeliruan yang ditimbulkan oleh instrumentasi diikuti sertakan pada perhitungan koreksi sensitifitas. Dengan demikian reliabilitas hasil perhitungan dapat dijaga.
- (3) Koreksi yang kontinyu dapat menjamin konvergensi dari proses identifikasi.

Proses identifikasi dari metoda ini dilukiskan pada gambar 3.

Dari diagram alir Gb. 3, proses penggunaan PI dengan metoda kesalahan output dapat dijelaskan seperti berikut.

Misal persamaan gerak longitudinal pesawat terbang dinyatakan secara linear sbb. :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= x_u u + x_\alpha \alpha + x_q q + x_\delta \delta_e \\ \dot{\alpha} &= z_u u + z_\alpha \alpha + z_q q + z_\delta \delta_e \\ \dot{q} &= m_u u + m_\alpha \alpha + m_q q + m_\delta \delta_e \end{aligned} \quad (8)$$



Gb. 3 Metoda kesalahan output.

Atau dengan bentuk vektor dan matrix pers. dapat ditulis,

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} + B \bar{u} \quad (9)$$

dimana

$$\bar{x} = (u, \alpha, q)^T \quad (a)$$

$$\bar{u} = \delta_e \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} x_u & x_\alpha & x_q \\ z_u & z_\alpha & z_q \\ m_u & m_\alpha & m_q \end{bmatrix}, \quad (b)$$

$$B = \begin{bmatrix} x_\delta \\ z_\delta \\ m_\delta \end{bmatrix} \quad (c)$$

Dalam istilah yang lazim digunakan pada teknik pengendalian, vektor  $\bar{x}$  disebut vektor "State variable", matrix A disebut "State Matrix", vektor  $\bar{u}$  disebut vektor "control" atau sering pula disebut "input" vektor dan matrix B disebut "Actuator Matrix".

Misalnya, keterbatasan dalam pengadaan alat penginderaan (sensors) menyebabkan hanya dua state variable yang secara langsung dapat diukur; yaitu kecepatan u dan rate of pitch q. Dengan demikian output dari persamaan gerak adalah,

$$\bar{y} = (u \ q)^T, \text{ disebut vektor output}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ disebut "matrix sensor"}$$

$D = 0$ , matrix pengaruh input terhadap output.

$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_u \\ \epsilon_q \end{bmatrix}$ , vektor kesalahan *zero off set* yang ditimbulkan oleh kesalahan-kesalahan instrumentasi.

Di dalam pengujian terbang input  $\bar{u}$  yang dihasilkan oleh pilot maupun output  $\bar{z}$  yang dihasilkan oleh gerakan pesawat terbang, dicatat untuk suatu interval waktu tertentu. Data-data diperoleh ditelemetrikan ke ground station untuk langsung diproses atau disimpan di dalam magnetic tape untuk dianalisa setelah selesai pengujian.

Hasil pencatatan input  $\bar{u}$  dipakai pada persamaan gerak (9) dan persamaan output (11) berturut-turut untuk menghasilkan state variabel  $\bar{x}$  dan output variabel  $\bar{y}$ .

Langkah berikutnya adalah membandingkan output hasil uji terbang  $\bar{z}$  dan output hasil perhitungan  $\bar{y}$ . Dari perbedaan kedua output ini, dihitung kuadratnya untuk suatu interval waktu tertentu.

Dengan demikian,

$$\text{kesalahan output } E = y_i - z_i \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

adalah jumlah data yang diambil.

dan jumlah kuadrat kesalahan adalah,

$$J = \sum_{k=1}^N [y_k - z_k]^T W [y_k - z_k] \quad (13)$$

Matrix  $W$  adalah : "Weighting matrix" atau matrix yang memberikan informasi mengenai beratnya satu variabel output terhadap yang lain. Yang dimaksud dengan "berat" disini adalah derajat dominansi antara satu variabel dengan lainnya mana yang lebih berpengaruh dan mana yang tidak. Matrix  $W$  ini ditentukan berdasarkan pengalaman-pengalaman yang didapat sebelumnya.

Proses selanjutnya adalah mencoba untuk membuat kuadrat kesalahan output  $J$  *minimum*. Hal ini dapat dilaksanakan apabila laju perubahan  $\Delta J$  terhadap parameter-parameter adalah nol. Dari pers. (13), terlihat bahwa parameter yang mempengaruhi besarnya  $J$  muncul dari variabel  $y_k$ .

Proses meminimumkan  $J$  dilaksanakan secara kuasi linear dengan algoritma koreksi diferensial dari Newton Rhapson.

Algoritma ini dapat dijelaskan di bawah ini.

Secara kuasi linear, fungsi kuadrat kesalahan  $J$  dapat dinyatakan dalam bentuk uraian sbb. :

$$J = \tilde{J} + \Delta J$$

$\tilde{J}$  : adalah  $J$  dengan harga parameter yang dipakai dalam perhitungan.

$\Delta J$  : adalah *koreksi diferensial* yang digunakan untuk memperbaiki agar harga  $J$  menjadi minimal.

$J$  : adalah harga kuadrat kesalahan output yang telah diperbaiki.

$\gamma$  : vektor parameter yang terdapat pada output  $y$ .

$\Delta\gamma$  : vektor yang berisi perubahan dari harga-harga parameter yang mempengaruhi  $J$ .

Dalam kasus pada risalah ini,

$$\gamma = \{ \gamma_i \} = (x_u, x_w, x_q, x_\delta, m_u, m_w, m_q, m_\delta)^T$$

$$\Delta\gamma = \{ \Delta\gamma_i \} = (\Delta x_u, \Delta x_w, \Delta x_q, \Delta x_\delta, \Delta m_u, \Delta m_w, \Delta m_q, \Delta m_\delta)^T \quad (15)$$

Untuk mendapatkan  $\Delta J$  secara eksplisit, maka pers. (15), dimasukkan dalam pers. (14), dan output hasil perhitungan  $y_k$  diuraikan dalam bentuk koreksi diferensial sbb. :

$$y_k = \tilde{y}_k + \Delta y_k$$

$$\tilde{y}_k + H \Delta \gamma \quad (16)$$

matrix  $H$  disebut *matrix sensitifitas* dan dinyatakan oleh,

$$H = \left\{ \frac{\partial y_i}{\partial \gamma_j} \right\} =$$

$$\begin{bmatrix} u_{x_u} & u_{x_\alpha} & u_{x_q} & u_{x_\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{m_u} & q_{m_\alpha} & q_{m_q} & q_{m_\delta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

dengan demikian, akan diperoleh :

$$J + \Delta J = \sum_{k=1}^N [z - \tilde{y} - H\Delta\gamma]^T W [z - \tilde{y} - H\Delta\gamma] \quad (18)$$

dimana harus tercapai,

$$\Delta J = \left( \frac{\partial J}{\partial \gamma} \right) \Delta \gamma = 0 \quad (19)$$

Dengan memasukkan ruas kanan pers. (18) ke pers. (19) maka perubahan parameter untuk tiap langkah iterasi agar  $J$  minimum adalah,

$$\Delta \gamma = (\Sigma H^T W H)^{-1} \Sigma H^T W [z - \bar{y}] \quad (20)$$

Matrix  $[\Sigma H^T W H]$ , disebut "Fisher Information" matrix.

Dengan harga ini parameter yang terdapat pada persamaan gerak dapat diperbarui; dengan demikian maka,

$$\gamma = \bar{\gamma} + \Delta \gamma \quad (21)$$

dan matrix state A dapat pula diperbarui,

$$A(\gamma) = \tilde{A}(\tilde{\gamma} + \Delta \gamma) \quad (22)$$

Proses ini kemudian diulang lagi, dengan menghitung,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  kemudian  $\Delta \gamma$ , sampai konvergensi tercapai, yaitu bila,

$$|\Delta \gamma| \leq \epsilon \quad (23)$$

$\epsilon$  suatu bilangan kecil yang telah ditentukan sebelumnya.

Masalah yang masih harus ditentukan, adalah bagaimana menghitung *matrix sensitifitas* : H.

Dalam hal ini, variabel sensitifitas  $\partial y / \partial \gamma$  dapat dicari melalui,

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_i}{\partial \gamma_j} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \bar{y}_i}{\partial \gamma_j} = C \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial \gamma_j} \quad (25)$$

dimana C adalah matrix sensor dan diberikan oleh pers. (11).

Sebagai contoh misalnya akan dicari sensitifitas koefisien  $x_u$  terhadap kecepatan u, untuk ini diambil langkah berikut,

Persamaan gerak untuk kecepatan u :

$$\dot{u} = x_u u + x_\alpha \alpha + x_q q + x_\delta \delta \quad (26)$$

Sensitifitas  $x_u$  terhadap u dinyatakan dengan simbol  $u_{x_u} \equiv du/dx_u$ . Dengan demikian pers. (26) menjadi,

$$u_{x_u} = x_u u_{x_u} + x_\alpha \alpha_{x_u} + x_q q_{x_u} + u \quad (27)$$

Persamaan di atas dapat dipecahkan bila  $\alpha_{x_u}$  dan  $q_{x_u}$  telah diketahui. Untuk ini sensitifitas  $x_u$  terhadap  $\alpha$  dan q juga harus diikuti sertakan secara simultan dengan pers. (27). Dengan demikian didapat persamaan sensitifitas simultan,

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{x_u} \\ \dot{\alpha}_{x_u} \\ \dot{q}_{x_u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_\alpha & x_q \\ z_u & z_\alpha & z_q \\ m_u & m_\alpha & m_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{x_u} \\ \alpha_{x_u} \\ q_{x_u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \end{bmatrix}$$

Persamaan ini sejenis dengan pers. (9) dan dapat dipecahkan segera untuk mendapatkan  $u_{x_u}$ ,  $\alpha_{x_u}$ ,  $q_{x_u}$ .

Variabel-variabel sensitifitas yang lain dapat dicari dengan jalan yang sama.

Dengan diketahuinya semua variabel sensitifitas yang diperlukan, maka melalui pers. (28) dan (17) matrix sensitifitas H dapat diperoleh.

Secara umum, dapat diturunkan bahwa persamaan diferensial untuk matrix sensitifitas diberikan seperti berikut,

$$[\dot{X}_\xi] = [A] [X_\xi] + [F] [x] \quad (29)$$

dimana,

$$[X_\xi] = \begin{bmatrix} \bar{x}_{x_u} & \bar{x}_{x_\alpha} & \bar{x}_{x_q} \\ \bar{x}_{z_u} & \bar{x}_{z_\alpha} & \bar{x}_{z_q} \\ \bar{x}_{m_u} & \bar{x}_{m_\alpha} & \bar{x}_{m_q} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A & \Phi & \Phi \\ \Phi & A & \Phi \\ \Phi & \Phi & A \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

dan,

$$[x] = \begin{bmatrix} \bar{x} & \phi & \phi \\ \phi & \bar{x} & \phi \\ \phi & \phi & \bar{x} \end{bmatrix} \quad (33)$$

dimana,  $\bar{x}$  state vektor, diberikan oleh pers. (10a) A state matriks, diberikan oleh pers. (10b) Subskrip pada vektor  $\bar{x}$  menunjukkan diferensiasi terhadap subskrip tersebut.

dan,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Berdasarkan pemakaian-pemakaian pada uji terbang metoda ini, menunjukkan konvergensi yang cukup cepat. Dengan demikian sangat menguntungkan untuk dapat dipakai pada suatu program pengujian sertifikasi suatu prototype pesawat terbang terutama ditinjau dari segi waktu. Dari algoritma yang telah dijelaskan di atas terlihat jelas bahwa :

- (1) Dengan memakai instrument yang cukup peka untuk mengindera gerakan-gerakan terpadu rotasi dan translasi, seperti misalnya giroskop atau alat inersial lain, dan dengan mengambil manuver terbang dengan lintasan kurva-linear, maka besarnya dimensi matrix sensitifitas dapat diperkecil, dengan demikian biaya komputasi dapat ditekan serendah mungkin dan waktu perhitungan secepat mungkin.
- (2) Pemakaian instrument yang peka seperti ini, juga dapat mengurangi jumlah alat penginderaan yang harus dipasang pada pesawat udara. Dengan demikian biaya pengadaan peralatan dapat diperendah.
- (3) Untuk pesawat-pesawat udara yang berkemampuan manuver tinggi, dimana kondisi stasioner sulit untuk dicapai; cara pengujian terbang dengan lintasan-lintasan kurva linear sangat menguntungkan bagi penerbang ujinya.

Dalam pasal berikut ini akan diberikan contoh penggunaan kedua metoda PI untuk suatu kasus penentuan speed stability coeficient pada penerbangan horizontal yang dipercepat. Dengan demikian persamaan gerak mempunyai dimensi satu.

Maksud dari contoh sederhana pada risalah ini, adalah terutama memberikan informasi selangkah demi selangkah mengenai penggunaan metoda kesalahan persamaan dan output pada parameter identification serta untung ruginya dari kedua metoda tersebut.

Seperti telah dijelaskan sebelumnya, dalam contoh ini data uji terbang diganti data yang diambil dari hasil pemecahan persamaan gerak non linear. Dengan demikian proses PI yang dibahas disini merupakan proses yang *deterministik*. Meskipun demikian jalan yang sama dapat langsung dipakai pada proses PI dengan data uji terbang yang sebenarnya yang biasanya tidak deterministik.

Suatu pesawat udara terbang dipercepat dengan lintasan horisontal. Kecepatan awal pesawat di bawah kecepatan stasioner untuk terbang datar pada daerah penerbangan normal ("Normal Flight Region").

Persamaan gerak pesawat dapat dinyatakan dengan,

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \rho S (C_T - C_D) V^2 \quad (C-1)$$

dengan  $V(0) = V_0 < V_s$

- Dimana  $V$  : kecepatan pesawat udara  
 $V_0$  : kecepatan awal  
 $V_s$  : kecepatan stasioner dimana power available = power required  
 $m$  : massa pesawat udara  
 $\rho$  : kerapatan udara  
 $S$  : luas bidang sayap  
 $C_T$  : koefisien thrust  
 $C_D$  : koefisien drag

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk, yang lebih sederhana seperti,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F(V)}{(2m/\rho S)} V^2 \quad (a) \quad (C-2)$$

dengan  $F(V) \equiv C_T - C_D \quad (b)$

Untuk suatu daerah dekat kecepatan stasioner dapat diumpamakan bahwa  $F(v)$  berbanding linear dengan kecepatan,

$$F(v) = (1 - \frac{v}{V_s}) \quad (C-3)$$

Kemudian dengan mendefinisikan kuantitas-kuantitas tak berdimensi,

$$u \equiv V / V_s \quad \text{kecepatan non dimensi}$$

$$\tau \equiv t / (2m/\rho S V_s), \quad \text{waktu non dimensi} \quad (C-4)$$

Dengan menggunakan pers. (C-3) dan (C-4) pada (C-2) persamaan gerakan pesawat dapat dinyatakan oleh,

$$\frac{du}{d\tau} = (1 - u) u^2 \quad (C-5)$$

$$u(0) = u_0$$

$$u_s = 1$$

Persamaan gerak di atas, adalah persamaan diferensial nonlinear order satu, yang secara langsung dapat dipecahkan dengan cara perceraian variabel. Solusi persamaan gerak (C-5) adalah :

$$\ln \left( \frac{u}{u_0} \frac{|1-u_0|}{|1-u|} \right) - \frac{u_0 - u}{u_0 u} = \tau \quad (C-6)$$

Gambar 4 melukiskan solusi ini,  $u(\tau)$  sebagai fungsi  $\tau$ ; untuk  $u_0 < 1$ . Selanjutnya akan diumpamakan bahwa hasil dari persamaan non linear di atas sama dengan hasil uji terbang. Dapat dijelaskan disini bahwa biasanya hasil dari persamaan non linear akan lebih dekat dengan hasil pengujian dari pada hasil yang didapat dari persamaan yang dilinearkan.

Persamaan yang dilinearkan terhadap  $u_s = 1$  dari pers. (C-1) dapat dinyatakan seperti berikut, Didefinir suatu gangguan kecepatan  $w$  dari kondisi stasioner  $u_s = 1$

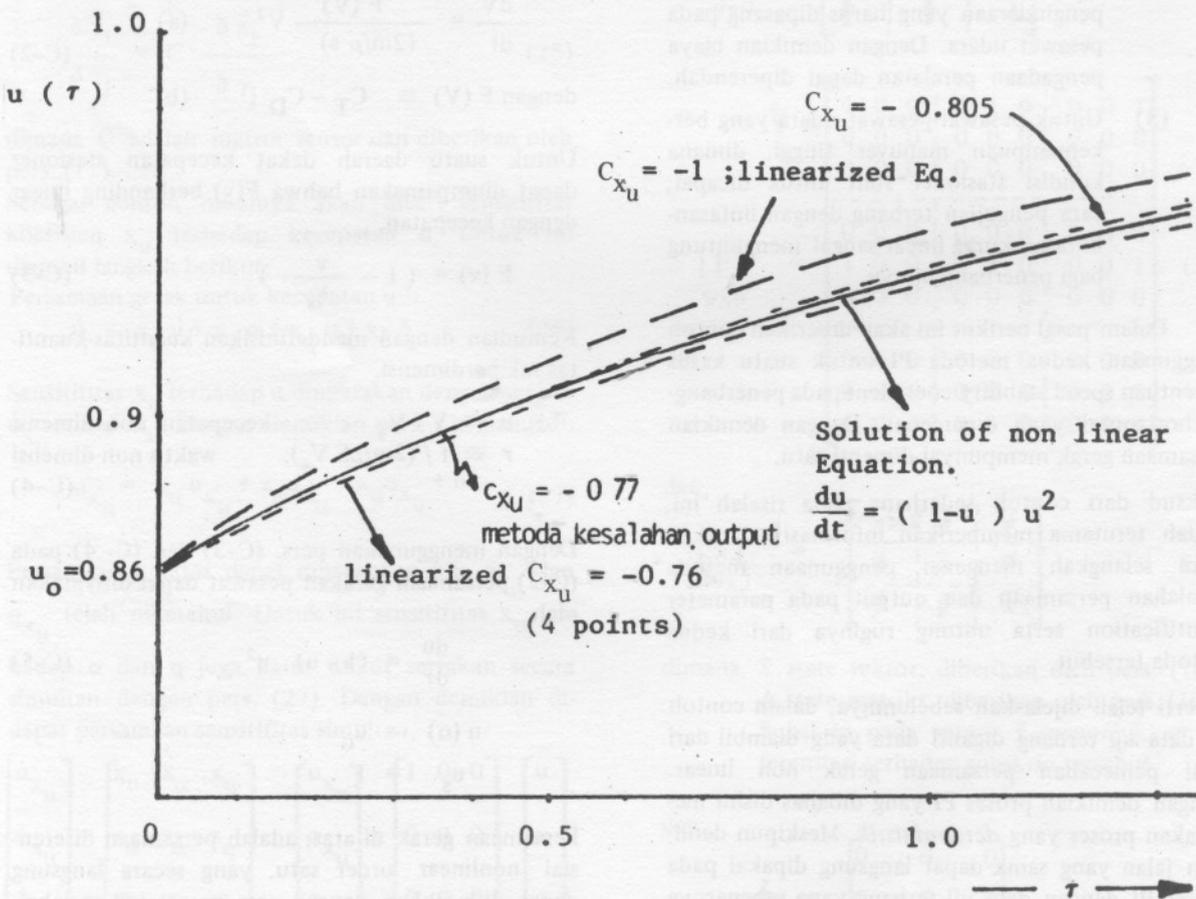
$$u(\tau) = 1 + w(\tau) \quad (C-7)$$

Dengan memasukkan pers. (C-7) ke pers. (C-5), secara umum persamaan yang dilinearkan menjadi,

$$\frac{dw}{d\tau} = C_{xu} w \quad (C-8)$$

$$w(0) = 0$$

dimana  $C_{xu}$  : Koefisien stabilitas kecepatan yang besarnya belum diketahui.



Gb. 4 Respon waktu dari hasil uji terbang dan Output persamaan gerak

Linearisasi langsung dari pers. (C-5) akan menghasilkan  $C_{xu} = -1$ . Namun demikian disini dianggap hanya *hasil* dari persamaan non linear (C-5) yang diketahui dan diberikan sebagai hasil uji terbang. Selain dari itu perlu ditekankan disini bahwa linearisasi langsung dengan  $C_{xu} = -1$  belum tentu menghasilkan solusi yang cukup dekat dengan solusi yang dihasilkan dari persamaan non linear.

Dengan demikian  $C_{xu}$  dianggap sebagai parameter yang belum diketahui dan akan diidentifikasi melalui proses PI untuk menghasilkan solusi linear terbaik, yaitu solusi dengan kekeliruan terhadap hasil uji terbang seminimal mungkin.

### 3.1. Identifikasi $C_{xu}$ melalui kesalahan persamaan.

Misal dari pengujian terbang (hasil dari pers. non linear) didapat hasil data-data kecepatan dan percepatan,

$$u(\tau_i) \text{ dan } \dot{u}(\tau_i) \quad (C-9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

$\tau_i$  adalah waktu pencatatan,  $N$  jumlah data.

Maka kecepatan  $w_i$  terhadap keadaan stasioner diperoleh melalui pers. (C-7).

Dengan memasukkan (C-10) ke persamaan (C-8) dan mendiferensialkan kesalahan J terhadap  $C_{x_u}$  (lihat pasal 3.1) akan diperoleh,

$$C_{x_u} = \frac{\sum_{i=1}^N (w_i \cdot w_i)}{\sum_{i=1}^N (w_i)^2} \quad (C-11)$$

Hasil dari  $C_{x_u}$  diberikan pada tabel 1.

**TABEL 1**  
 $C_{x_u}$  dari Metoda kesalahan persamaan

BANYAKNYA DATA	$C_{x_u}$
4	- 0.7623
7	- 0.7788
10	- 0.79078
13	- 0.799108
16	- 0.80459

Dari hasil yang ditunjukkan pada tabel 1, terlihat jelas bahwa, dengan bertambahnya jumlah data yang dicatat, harga  $C_{x_u}$  akan membesar dan mendekati harga linearnya  $C_{x_u} = -1$ . Gambar 4 memperlihatkan bahwa dengan naiknya harga  $C_{x_u}$  solusi linear makin jauh dari data hasil uji terbang. Hal ini dapat dijelaskan karena makin besar jumlah data makin lama waktu yang diperlukan untuk pengujian sehingga perumpamaan linear, gangguan kecil, tidak dapat dibenarkan lagi.

### 3.2. Identifikasi $C_{x_u}$ melalui metoda kesalahan output.

Algoritma untuk metoda ini telah diberikan pada pasal 3.2. Untuk kasus satu dimensi ini maka persamaan sensitifitasnya adalah,

$$w_{c_{x_u}} = C_{x_u} w_{c_{x_u}} + w \quad (C-12)$$

Dengan  $w_{c_{x_u}}(0) = 0$ , maka solusi persamaan di atas adalah,

$$w_{c_{x_u}}(\tau) = \int_0^{\tau} e^{c_{x_u}(\tau - \sigma)} w(\sigma) d\sigma \quad (C-13)$$

$$w(\tau) = w_0 e^{c_{x_u} \tau} \quad (C-14)$$

Dengan demikian sensitifitas  $C_{x_u}$  pada  $w$  dapat diperoleh :

$$H \equiv w_{c_{x_u}}(\tau) = w_0 \tau e^{c_{x_u} \tau} \quad (C-15)$$

Matrix informasi Fisher,  $M$ , segera dapat dihitung (*catatan* : disini faktor berat  $w$  diambil sama dengan satu)

$$M = \sum_{i=1}^N (H_i^2)^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{e^{-2 c_{x_u} \tau_i}}{w_0^2 \tau_i^2} \quad (C-16)$$

Koreksi optimal untuk  $C_{x_u}$  dapat dinyatakan dengan,

$$\Delta C_{x_u} = M \sum_{i=1}^N H_i (\hat{w}_i - w_i) \quad (C-17)$$

dimana  $\hat{w}_i = u_i - 1$ , data dari hasil uji terbang (persamaan non-linear).

Maka harga  $C_{x_u}$  yang diperbarui adalah,

$$C_{x_u \text{ baru}} = C_{x_u \text{ lama}} + \Delta C_{x_u} \quad (C-18)$$

Dalam contoh ini, sebagai harga awal untuk  $C_{x_u}$  diambil  $C_{x_u} = -1$ . Tabel 2 memperlihatkan hasil dari proses identifikasi ini.

**TABEL 2**  
 Identifikasi  $C_{x_u}$  dengan metoda Kesalahan Output

ITERASI	$C_{x_u}$	$\Delta C_{x_u}$
0	-1	0.23560
1	- 0.764396	- 0.01233
2	- 0.77673	- 0.00003
3	- 0.77676	sangat kecil

\* harga 7 buah data point yang digunakan

Dari tabel 2 terlihat bahwa konvergensi dicapai secara cepat sekali, yaitu hanya dengan 3 kali iterasi. Disini juga diperlihatkan bahwa harga  $C_{x_u}$  yang optimal adalah - 0.77676 jadi bukan - 1 seperti yang didapat langsung dari persamaan yang dilinearakan. Keuntungan lain adalah jumlah data point yang

tidak harus terlampau banyak. Dalam contoh ini hanya diambil 7 data point dan hasilnya sudah cukup baik.

#### 4. KESIMPULAN.

Dua buah metoda parameter identification telah diberikan. Dasar-dasar pemikiran, teknik penggunaan serta untung rugi dari kedua metoda telah dijelaskan secara detail melalui model matematika. Suatu contoh analitis satu dimensi, yaitu penentuan koefisien stabilitas kecepatan diberikan untuk mendemonstrasikan kegunaan dari metoda PI ini.

Dari kedua contoh yang diberikan pada pasal 4 terlihat jelas bahwa PI merupakan cara yang sangat menguntungkan untuk dipakai dalam data analisis suatu program uji terbang. Selain penggunaan sensor yang sedikit; proses PI membuat pelaksanaan uji terbang tidak tergantung pada lintas terbang yang stasioner, yang kadangkala sulit dilaksanakan untuk pesawat udara dengan kemampuan manuver tinggi.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA.

1. Ostgaard, Morris A and F.R. Swortzed, "CCVs Active Control Technology

Creating New Military Aircraft Design Potential", *Astronautics & Aeronautics II*, February 1977 Pp. 42-51.

2. JANE'S 1981-82, Aviation Annual.
3. Nippres, K.R, "Performance Estimation From Non Steady Maneuvers" *AIAA / SETP / SFTE / SAE / ITFA" IEEE 1<sup>st</sup> Flight Testing Conference*, November 11-13, 1981/Las Vegas, Nevada *AIAA-81-2424*.
4. Wells, W.R. and S.S. Banda, "Data Analysis For Aircraft Parameter Estimates" *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 19-21, 1981/Albuquerque, New Mexico, *AIAA-81-1864*.
5. Mulder, J.A, J.G den Hollander and H. Binkhorst, "Aerodynamic Model Identification From Dynamic Flight Test Data and Wind Tunnel Experiments", *Report LR-361, Department of Aerospace Engineering, Delft University of Technology*, October 1982.
6. Ross, J.A "Application of Parameter Identification Techniques to Analysis of Flight Data" *Controller HMSO, London* 1978 Pp. 325-349.

---

SEGENAP PENGELOLA MAJALAH PROFESI TEKNIK MESIN  
MENGUCAPKAN SELAMAT ATAS TERPILIHNYA KEMBALI

**Dr. HARIADI SOEPANGKAT**  
SEBAGAI REKTOR INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG  
UNTUK MASA JABATAN 1984-1988