

PENERAPAN ANALISIS MODUS GETAR EKSPERIMENTAL UNTUK IDENTIFIKASI PARAMETER MODUS GETAR STRUKTUR MEKANIK

Oleh : Komang Bagiasna
Lab. Dinamika, P.A.U Ilmu Rekayasa, I.T.B

Abstrak

Dalam analisis modus getar eksperimental peranan aspek pengukuran Fungsi Respon Frekuensi adalah penting karena hasilnya digunakan sebagai acuan dalam menguji keabsahan model teoritik (misal: model elemen hingga) analisis dinamik suatu struktur mekanik. Keluaran yang diperoleh dari analisis di atas adalah berupa parameter modus getar yakni: frekuensi pribadi, perbandingan redaman dan bentuk modus getar dari struktur mekanik tersebut. Besaran tersebut diperoleh melalui proses curve fitting. Dalam pengkajian ini dilakukan analisis modus getar eksperimental atas suatu struktur mekanik dan pengembangan proses curve-fitting data eksperimental dalam domain waktu.

1. PENDAHULUAN

Salah satu metode analisis dalam pemecahan problema getaran suatu struktur mekanik adalah menggunakan analisis modus getar. Analisis ini didasarkan pada modus getar yang dimiliki oleh suatu struktur dan besaran ini berpengaruh terhadap respon getaran struktur tersebut.

Secara konseptual pengkajian analisis modus getar dapat dibedakan menjadi analisis modus getar teoritik dan analisis modus getar eksperimental. Keluaran yang diperoleh dari analisis modus getar teoritik adalah berupa prediksi atas respon getaran struktur yang bersangkutan. Sedangkan dalam analisis modus getar eksperimental keluaran yang diperoleh adalah berupa model matematik (teoritik) sistem getaran struktur tersebut. Tahap awal dalam analisis modus getar teoritik adalah pembuatan model teoritik sistem getaran tersebut, sedangkan pada analisis modus getar eksperimental adalah pengukuran fungsi respon frekuensi (FRF) struktur mekanik yang bersangkutan.

Dalam pembuatan model teoritik sistem getaran tersebut biasanya dilakukan beberapa penyederhanaan sedangkan dalam pengukuran FRF, struktur mekanik tersebut dalam keadaan apa adanya. Berdasarkan hal ini maka hasil analisis modus getar eksperimental dapat dijadikan acuan dalam menilai keabsahan hasil analisis teoritik.

Secara konseptual hasil pengkajian analisis modus getar eksperimental dapat digunakan di bidang rekayasa untuk keperluan berikut:

- a. Sebagai alat diagnostik.
- b. Untuk verifikasi mode teoritik.
- c. Untuk optimasi perancangan.

Pembahasan dalam tulisan ini menyangkut tinjauan singkat konsep dasar analisis modus getar, tinjauan tentang identifikasi parameter modus getar dan aspek pengukuran FRF yang menyangkut beberapa struktur mekanik.

2. KONSEP DASAR ANALISIS MODUS GETAR

2.1 Tinjauan Teoritik

Pembahasan dalam sub paragraf ini bertujuan untuk menurunkan formulasi fungsi respon frekuensi yang menjadi dasar dalam kegiatan analisis modus getar eksperimental. Model teoritik yang digunakan dalam menurunkan formulasi tersebut berdasarkan pendekatan berikut:

- Sistem getaran berupa sistem getaran banyak derajat kebebasan (Multi Degree of Freedom System atau MDOF) dan bersifat linear.
- Faktor redaman sistem getar diasumsikan sebagai redaman viskus.

Persamaan gerak dalam bentuk matriks dari sistem getaran MDOF yang terdiri atas massa diskrit dan pusat kordinat respon masing masing massa berimpit dengan pusat massanya, dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$[m](\ddot{x}) + [c](\dot{x}) + [k](x) = \{F\}$$

Dalam hal ini: (1)

- $[m]$: matriks massa yang diagonal,
- $[c]$: matriks redaman yang simetrik,
- $[k]$: matriks kekakuan yang simetrik,
- $\{F\}$: matriks gaya eksitasi getaran,
- $\{x\}$: matriks respon getaran.

Matriks matriks yang simetrik di atas menunjukkan bahwa persamaan geraknya adalah terkopel yang secara fisik berarti bahwa respon getaran masing masing massa saling mempengaruhi satu dengan yang lainnya.

Secara konseptual pemecahan persamaan di atas adalah dengan mendiagonalkan persamaan gerak yang dalam bentuk matriks tersebut. Untuk itu ditinjau kasus modus getar normal suatu sistem getaran bebas MDOF tanpa redaman sebagai berikut:

$$[m](\ddot{x}) + [k](x) = \{0\} \dots \dots \dots (2)$$

Dengan menggunakan metode penyelesaian standar problema eigen-value maka diperoleh :

$$\begin{aligned} [\psi] &: \text{eigen-vectors} \dots \dots \dots (3) \\ [\lambda] &: \text{eigenvalues} \end{aligned}$$

Dalam hal ini :

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \omega_n^2 \\ \omega_n &: \text{frekuensi pribadi} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

Eigen-vector di atas juga menunjukkan bentuk modus getar normal yang selanjutnya dengan menggunakan konsep orthogonalitas diperoleh besaran berikut:

$$\begin{aligned} [\psi]^T [m] [\psi] &= [m_r] \dots \dots \dots (5) \\ [\psi]^T [k] [\psi] &= [k_r] \end{aligned}$$

Jika eigen-vector di atas dinormalkan terhadap massa modus getarnya maka diperoleh hubungan berikut:

$$\begin{aligned} \{\phi\} &= \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\} \\ [\phi]^T [m] [\phi] &= [I] \dots \dots \dots (6) \\ [\phi]^T [k] [\phi] &= [\omega_r^2] \end{aligned}$$

- m_r : *generalized-mass*
(massa modus getar)
- k_r : *generalized-stiffness*
(kekakuan modus getar)

2.2 Diagonalisasi Persamaan Gerak

Persamaan gerak sistem getaran paksa MDOF dengan redaman viskus dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$[m](\ddot{x}) + [c](\dot{x}) + [k](x) = \{F\}$$

..... (7)

Dalam hal ini:

[c] adalah matriks redamannya. Bila kordinat global x pada persamaan di atas ditransformasikan kedalam kordinat modus getar q dan disubstitusikan kedalam persamaan geraknya maka diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (x) &= [\psi] (q) \\ [m][\psi] [\ddot{q}] + [c][\psi] [\dot{q}] + [k][\psi] [q] &= \\ [F] \end{aligned}$$

..... (8)

persamaan ini dikalikan dengan pengali awal eigen-vector yang ditransposekan maka diperoleh persamaan berikut :

$$\begin{aligned} [\psi]^T [m] [\psi] [\ddot{q}] + [\psi]^T [c] [\psi] [\dot{q}] + \\ [\psi]^T [k] [\psi] [q] &= [\psi]^T \{F\} \end{aligned} \quad (9)$$

Bila redaman viskus dalam persamaan di atas dimodelkan sebagai redaman viskus yang besarnya sebanding dengan massa dan kekakuan sehingga memenuhi hubungan berikut [1]¹:

$$([m]^{-1}[k])([m]^{-1}[c]) = ([m]^{-1}[c])([m]^{-1}[k])$$

..... (10)

maka evaluasi lebih lanjut terhadap matriks redamannya akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} [\psi]^T [c] [\psi] &= \alpha [\psi]^T [m] [\psi] + \beta [\psi]^T [k] [\psi] \\ [c_r] &= \alpha [m_r] + \beta [k_r] \end{aligned}$$

..... (11)

Dalam hal ini terlihat bahwa matriks redamannya adalah berupa matriks diagonal. Dengan demikian maka persamaan gerak di atas dapat disederhanakan dalam kordinat modus getar q

sebagai berikut :

$$[m_r](\ddot{q}) + [c_r](\dot{q}) + [k_r](q) = [\psi]^T \{F\}$$

..... (12)

Diagonalisasi persamaan gerak dalam kordinat modus getar menghasilkan persamaan gerak yang tidak terkopel. Dengan demikian maka masing masing persamaan gerak tersebut dapat dilihat sebagai persamaan gerak SDOF (Single Degree of Freedom System) ekuivalen untuk masing masing modus getarnya. Untuk modus getar ke r maka SDOF ekuivalennya adalah sebagai berikut :

$$m_r \ddot{q}_r + c_r \dot{q}_r + k_r q_r = F_r$$

..... (13)

Dengan menggunakan jawab standar dalam problema sistem getaran SDOF, maka respon getaran dalam kordinat modus getar q dapat ditentukan.

2.3 Respon Getaran

Respon getaran dalam kordinat global x untuk massa diskrit ke i dapat dihitung dengan menggunakan rumus transformasi kordinat di atas, sebagai berikut:

$$x_i = \begin{Bmatrix} \psi_{i1} & \psi_{i2} & \dots & \psi_{in} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_n \end{Bmatrix}$$

..... (14)

Atau respon tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

¹ Angka dalam kurung menyatakan nomor pustaka

$$x_i = \psi_{i1}q_1 + \psi_{i2}q_2 + \dots + \psi_{in}q_n$$

..... (15)

Dari persamaan di atas terlihat bahwa respon tersebut tergantung pada respon masing-masing modulus getarnya dengan eigen-vector sebagai faktor pembobot.

3. ANALISIS MODUS GETAR EKSPERIMENTAL

Dalam analisis modulus getar eksperimental maka analisisnya tergantung pada data hasil pengukuran fungsi respon frekuensi (FRF: Frequency Response Function) struktur mekanik yang bersangkutan.

Keluaran yang diperoleh dari analisis ini adalah berupa parameter modulus getar yaitu :

- Frekuensi pribadi
- Nisbah redaman (damping ratio)
- Bentuk modulus getar

Ketiga parameter di atas diperoleh melalui proses curve-fitting antara kurva FRF teoritik dengan kurva FRF eksperimental. Parameter modulus getar di atas juga menyatakan perilaku dinamik struktur yang bersangkutan.

3.1 Fungsi Respon Frekuensi (FRF)

FRF merupakan besaran yang menyatakan hubungan antara gaya eksitasi getaran yang bekerja pada suatu struktur dengan respon yang ditimbulkannya. Dengan mengukur besaran respon dan besaran gaya eksitasi getaran secara simultan maka kedua sinyal ini dapat diolah lebih lanjut untuk memperoleh fungsi respon frekuensi struktur yang bersangkutan.

Untuk memperoleh kurva fungsi FRF teoritik maka ditinjau kembali persamaan gerak getaran paksa redaman viskus sebanding dalam bentuk matriks seperti yang telah dikemukakan di atas. Dari persamaan SDOF ekuivalen di atas dapat diturunkan besaran berikut untuk masing-masing modulus getarnya. Untuk modulus getar ke

r diperoleh:

$$\begin{aligned}\omega_{dr} &= \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \\ \omega_r^2 &= k_r / m_r \\ \xi_r &= \frac{c_r}{2\sqrt{k_r m_r}}\end{aligned}$$

..... (16)

ω_{dr} : frekuensi pribadi teredam
 ω_r : frekuensi pribadi
 ξ_r : nisbah redaman

Dalam hal ini:

Bila hubungan antara gaya eksitasi getaran dengan responnya dinyatakan sebagai berikut:

$$\{x\} = [\alpha(\omega)] \{f\}$$

..... (17)

maka setiap element dalam matriks alfa menyatakan fungsi respon frekuensi dan untuk gaya eksitasi di titik k serta respon di titik j maka FRF adalah sebagai berikut:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{x_j}{f_k} \quad f_{m=0; m=1, N \text{ kecuali } m=k}$$

..... (18)

N menyatakan jumlah modulus getar.

Matriks FRF dapat pula dituliskan sebagai berikut:

$$([k] + i\omega[c] - \omega^2[m]) = [\alpha(\omega)]^{-1}$$

..... (19)

Jika persamaan matriks ini dikalikan dengan pengali-awal matriks-transpose eigen-vector dan dikalikan lagi dengan pengali akhir matriks eigen-vector serta diterapkan konsep orthogonalitas maka diperoleh persamaan berikut:

$$[\phi]^T ([k] + i\omega[c] - \omega^2[m]) [\phi] = [\phi]^T [\alpha(\omega)]^{-1} [\phi]$$

atau

(20)

$$([\omega_r^2] + i2\omega[\xi_r \omega_r] - \omega^2[I]) = [\phi]^T [\alpha(\omega)]^{-1} [\phi]$$

(21)

Persamaan ini dapat diubah sebagai:

$$[\alpha(\omega)] = [\phi]^T [(\omega_r^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_r\omega_r)^{-1}][\phi] \dots \dots \dots (22)$$

Sehingga FRF teoritik untuk gaya eksitasi di titik k dan respon di titik j adalah :

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_r\omega_r}$$

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{jkr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_r\omega_r} \dots \dots \dots (23)$$

Dalam hal ini :

A_{jkr} : adalah konstanta modus getar ke r

3.2 Peranan Analisis Modus Getar Eksperimental

Secara umum peranan analisis modus getar eksperimental diantaranya adalah :

- Sebagai alat untuk keperluan diagnostik struktur mekanik.
- Untuk keperluan verifikasi model teoritik suatu struktur.
- Sebagai alat untuk optimasi suatu rancangan.

Sebagai alat diagnostik maka hasil analisis modus getar eksperimental di bidang teknik otomotif dapat digunakan untuk menentukan:

- sumber kebisingan dalam kabin kendaraan,
- alur penjalaran getaran roda gigi,
- interaksi antara kabin dan chassis.

Dalam bidang teknik produksi hasil analisis ini dapat digunakan untuk mengetahui terjadinya chatter pada mesin perkakas.

Kegiatan verifikasi model teoritik suatu struktur dilakukan untuk menguji keabsahan model teoritik tersebut. Di samping itu hasil kegiatan ini dapat digunakan untuk pemutakhiran model

teoritik (model updating). Sebagai alat optimasi rancangan maka analisis modus getar eksperimental dapat dilakukan pada prototipe suatu struktur. Pengkajian antara hasil pengukuran dengan hasil model elemen hinggananya dapat digunakan sebagai bahan masukan untuk modifikasi dan perbaikan rancangan.

3.3 Tahapan Pelaksanaan Analisis Modus Getar Eksperimental

Terdapat dua tahapan utama dalam analisis ini yaitu:

- Tahap pengukuran fungsi respon frekuensi di berbagai titik ukur pada struktur yang nantinya dapat memperlihatkan bentuk modus getar struktur tersebut.
- Tahap identifikasi parameter modus getar struktur yang bersangkutan.

Hasil pengukuran fungsi respon frekuensi dapat berupa data dalam domain frekuensi atau dapat juga berupa data dalam domain waktu. Data dalam domain waktu ini sebenarnya merupakan kebalikan transformasi Fourier cepat (IFFT: Inverse Fast Fourier Transform) dari data yang dalam domain frekuensi. Data domain waktu ini disebut sebagai Fungsi Respon Impuls (IRF: Impulse Response Function).

Tahap identifikasi parameter modus getar umumnya dilakukan dengan proses curve-fitting. Sesuai dengan datanya maka proses curve-fitting dapat dilakukan untuk data dalam domain frekuensi atau untuk data dalam domain waktu.

Tergantung pada sensor getaran yang digunakan maka FRF dapat dibedakan menjadi:

$$\begin{aligned} \text{Receptance} &: \alpha_{jk}(\omega) = x_j / F_k \\ \text{Mobility} &: Y_{jk}(\omega) = \dot{x}_j / F_k \dots \dots \dots (24) \\ \text{Inertance} &: A_{jk}(\omega) = \ddot{x}_j / F_k \end{aligned}$$

Untuk pengukuran receptance, mobility atau inertance maka masing masing pengukuran tersebut menggunakan sensor getaran yang berupa sensor simpangan getaran, sensor kecepatan getaran dan accelerometer. Besarnya gaya eksitasi getaran diukur dengan load-cell.

4. PENGEMBANGAN PROSES CURVE FITTING DATA DOMAIN FREKUENSI

4.1 Pengantar

Secara umum proses curve-fitting untuk data domain frekuensi dapat dibedakan menjadi dua kelompok yakni:

- a. Curve-fitting SDOF.
- b. Curve-fitting MDOF.

Bila frekuensi frekuensi resonansi (frekuensi yang amplitudonya maksimum) dalam kurva FRF yang diperoleh dari pengukuran adalah mandiri yakni terpisah dari frekuensi dominan lainnya dengan baik (well separated peaks), maka masing-masing daerah sekitar frekuensi resonansi dapat dianggap sebagai SDOF ekuivalen. Pada masing-masing SDOF ekuivalen ini dapat dilakukan proses curve-fitting SDOF. Sebaliknya bila frekuensi-frekuensi resonansi berdekatan satu dengan yang lainnya (coupled-modes) atau pengkajian melibatkan sejumlah frekuensi resonansi secara simultan maka pada kasus ini diterapkan proses curve-fitting MDOF.

Dalam pembahasan ini pengkajian untuk pengembangan proses curve fitting dalam domain frekuensi dibatasi untuk model FRF redaman viskus sebanding dan dengan asumsi redamannya kecil sehingga dapat dilakukan penyederhanaan terhadap model FRF tersebut.

4.2 Curve-fitting MDOF Redaman Ringan

4.2.1 Penentuan frekuensi pribadi

Dalam pembahasan ini digunakan model FRF yang sama dengan yang telah dibahas di atas tetapi penyajiannya diubah sebagai berikut:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{k_r \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 + i 2 \xi_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right]} \dots \dots \dots (25)$$

Bila dalam hal ini :

$$\frac{1}{K_r} = \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{k_r} \dots \dots \dots (26)$$

dan pengkajian dilakukan dalam frekuensi zoom (rentang frekuensi yang dimulai tidak dari 0 Hz) tertentu maka model FRF di atas dapat diubah sebagai berikut :

$$\alpha_{jk}(\omega) = - \frac{1}{\omega^2 Y} + \sum_{r=1}^n \frac{1}{K_r \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 + i 2 \xi_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right]} + \frac{1}{Z} \dots \dots \dots (27)$$

Dalam hal ini pengaruh modulus-modus getar di luar rentang frekuensi yang dikaji dicantumkan sebagai faktor koreksi,

$\frac{1}{\omega^2 Y}$: adalah koreksi yang berasal dari sejumlah (m1-1) modulus getar frekuensi rendah.

$\frac{1}{Z}$: koreksi dari modulus getar frekuensi tinggi.

Untuk asumsi nisbah-redaman yang kecil dan untuk sejumlah N modulus getar serta untuk rentang frekuensi dari f1 Hz sampai dengan fm Hz maka persamaan di atas dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai:

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{jk}(\omega_1) \\ . \\ . \\ . \\ \alpha_{jk}(\omega_m) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\omega_1^2} & \frac{1}{1 - (\frac{\omega_1}{\Omega_1})^2} & \dots & \frac{1}{1 - (\frac{\omega_1}{\Omega_N})^2} & 1 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \frac{-1}{\omega_m^2} & \frac{1}{1 - (\frac{\omega_m}{\Omega_1})^2} & \dots & \frac{1}{1 - (\frac{\omega_m}{\Omega_N})^2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{1}{Y} \\ \frac{1}{K_1} \\ . \\ . \\ \frac{1}{K_N} \\ \frac{1}{Z} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (28)$$

pengukuran demikian pula halnya dengan matriks kolom receptance dari f1 Hz sampai dengan fm Hz. Agar operasi matriks dalam persamaan di atas dapat terlaksana maka digunakan data receptance yang frekuensinya di luar frekuensi resonansi.

Untuk setiap estimasi harga frekuensi pribadi maka dari persamaan matriks tersebut dapat dihitung besarnya harga: 1/Y, 1/K untuk setiap modulus getar dan harga 1/Z. Harga estimasi frekuensi pribadi yang benar diperoleh dengan proses iterasi sedemikian rupa sehingga perbedaan harga receptance hasil pengukuran dengan yang hasil perhitungan adalah minimal. Analisis problema ini dapat diuraikan dengan penyederhanaan notasi matriks di atas sebagai berikut:

$$\{Q\} = [T]\{A\} \dots \dots \dots (29)$$

Matriks kolom Q adalah matriks kolom receptance dan matriks T adalah matriks yang elemennya mengandung estimasi frekuensi pribadi serta matriks kolom A adalah yang dicari. Untuk setiap estimasi frekuensi pribadi masing-

masing modulus getar maka perbedaan antara receptance hasil pengukuran dengan hasil perhitungan dinyatakan dalam matriks kolom kesalahan E berikut:

$$\{E\} = \{Q\} - [T]\{A\} \dots \dots \dots (30)$$

Dalam hal ini :

$$\Omega_1, \dots, \Omega_N$$

adalah frekuensi pribadi yang diestimasi dari kurva FRF hasil

Fungsi kesalahan didefinisikan sebagai:

$$\lambda = \{E\}^T [W] \{E\} \dots \dots \dots (31)$$

[W] : matriks pembobot

Sehingga diperoleh persamaan dalam bentuk matriks berikut:

$$\lambda = (\{Q\} - [T]\{A\})^T ([W]) (\{Q\} - [T]\{A\})$$

$$\dots \dots \dots (32)$$

Harga fungsi kesalahan ini untuk setiap estimasi harga frekuensi pribadi, diminimalkan terhadap elemen matriks kolom {A}. Matriks {A} yang memenuhi kondisi ini adalah :

$$\{A\} = ([T]^T [W] [T])^{-1} [T]^T [W] \{Q\} \dots \dots (33)$$

Proses iterasi dengan menggunakan persamaan ini dilakukan dengan mengubah estimasi frekuensi pribadi sedemikian rupa sehingga diperoleh harga fungsi kesalahan yang minimum. Hasil yang diperoleh dari proses ini adalah berupa frekuensi pribadi masing-masing modulus getarnya.

4.2.2 Penentuan nisbah redaman

Penentuan nisbah redaman dilakukan untuk masing-masing modulus getar yang mandiri. Sehingga untuk setiap modulus getar ke r yang mandiri dalam kurva FRF tersebut model teoritiknya dapat ditulis sebagai :

$$G_r(\omega) = \frac{1}{K_r [1 - (\frac{\omega}{\Omega_r})^2 + i 2\xi_r (\frac{\omega}{\Omega_r})]} \quad (34)$$

selanjutnya didefinisikan besaran-besaran berikut :

$$U = 1 - (\frac{\omega}{\Omega_r})^2 \text{ dan } V = 2\xi_r (\frac{\omega}{\Omega_r}) \quad (35)$$

U dan V disubstitusikan kedalam persamaan FRF tersebut maka diperoleh :

$$G_r(\omega) = \frac{U}{K_r(U^2 + V^2)} - i \frac{V}{K_r(U^2 + V^2)} \quad (36)$$

engan menggunakan variabel U dan V maka persamaan FRF terbentuk dari komponen real dan komponen imajiner. Dalam hal ini U dapat dihitung untuk setiap harga frekuensi sedangkan V belum dapat dihitung karena nisbah redamannya belum diketahui.

Selanjutnya harga V ditentukan dari komponen imajiner kurva FRF hasil pengukuran pada modulus getar mandiri yang bersangkutan.

$$\text{Im}(G_r(\omega)) = - \frac{V}{K_r (U^2 + V^2)} \quad (37)$$

Sehingga diperoleh hubungan sebagai berikut :

$$V^2 + \frac{V}{K_r \text{Im}(G_r(\omega))} + U^2 = 0 \quad (38)$$

Harga V dapat dicari :

$$V_{1,2} = \frac{- \frac{1}{K_r \text{Im}(G_r(\omega))} \pm \sqrt{(\frac{1}{K_r \text{Im}(G_r(\omega))})^2 - 4U^2}}{2} \quad (39)$$

Sehingga dengan demikian baik U dan V dapat ditentukan dengan menggunakan rumus di atas. Antara U dan V dapat diturunkan hubungan berikut :

$$V^2 = (2\xi_r)^2 (1 - U) \quad (40)$$

harga U dan V dapat ditentukan untuk setiap harga frekuensi dari komponen imajiner FRF di sekitar frekuensi resonansi maka dengan menggunakan metode kuadrat terkecil pada persamaan di atas , diperoleh harga nisbah redaman untuk modulus getar ke r sebagai berikut :

$$\xi_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{i=1}^s (1 - U_i V_i^2)}{\sum_{i=1}^s (1 - U_i)^2} \right)^{1/2} \quad (41)$$

4.2.3 Penentuan bentuk modulus getar

Dari proses iterasi di atas diperoleh frekuensi modulus getar dan faktor-faktor koreksi lainnya diantaranya adalah $1/K_r$. Hubungan antara K_r dan bentuk modulus getar adalah :

$$\frac{1}{K_r} = \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{k_r} \quad (42)$$

atau

$$\frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{m_r} \frac{1}{k_r / m_r} = \frac{1}{K_r}$$

Sehingga diperoleh :

$$A_{jkr} = \frac{\Omega^2}{K_r} \quad (43)$$

Apabila dilakukan pengukuran FRF-titik yakni posisi gaya eksitasi k berimpit dengan posisi respon j maka diperoleh amplitudo modulus getar

ke r di titik j sebagai berikut :

$$\phi_{jr} = \sqrt{A_{j/r}} \dots \dots \dots (44)$$

Sehingga amplitudo modulus getar di titik lainnya, misalnya di titik s dapat dicari dari persamaan berikut :

$$\phi_{sr} = \frac{\sqrt{A_{s/r}}}{\phi_{jr}} \dots \dots \dots (45)$$

Sehingga dengan demikian ketiga parameter masing-masing modulus getar dalam sistem getaran MDOF tersebut dapat dicari.

5. SETUP PERCOBAAN

Untuk verifikasi metode yang telah dibahas maka dilakukan percobaan pada struktur mekanik yang berupa :

- Beam tumpuan sederhana.
- Pelat T.
- Mesin bubut.

Kedua obyek uji (a) dan (b) materialnya adalah baja serta berupa elemen sederhana sehingga redamannya relatif kecil. Pada beam hanya terjadi modulus getar lentur saja sedangkan pada pelat T dapat terjadi modulus getar lentur dan puntir sehingga kurva FRF nya mengandung frekuensi dominan yang terkopel.

Redaman pada mesin bubut relatif lebih besar dibandingkan dengan kedua obyek uji sebelumnya sehingga nantinya dapat diketahui kemampuan proses curve-fitting metode di atas.

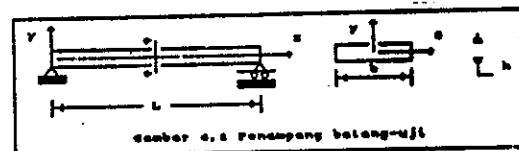
5.1 Obyek Uji

Beam yang digunakan dalam percobaan ini geometrinya adalah sebagai berikut :

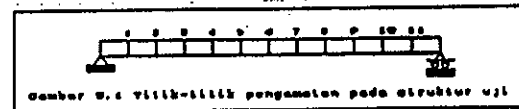
Panjang, L : 770 mm
Lebar, b : 30,15 mm
Tebal, h : 10.35 mm

Bentuk beam dan letak titik-titik pengukuran

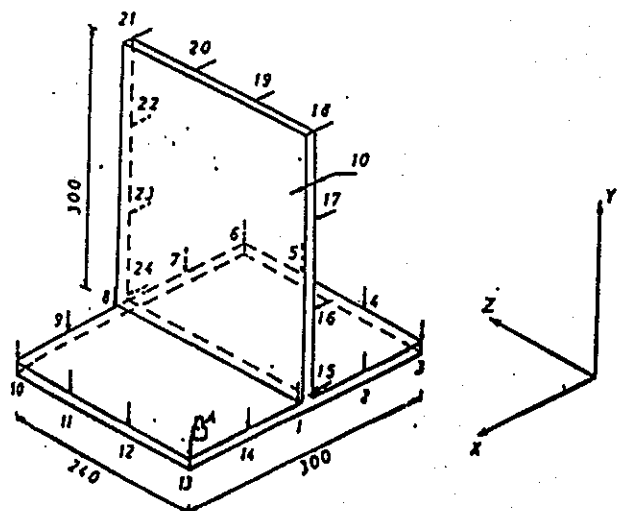
FRF nya
diperlihatkan dalam gambar 1.



Dimensi batang baja tersebut,
panjang, L = 770.00 mm
lebar, b = 30.15 mm
tebal, h = 10.35 mm



Gambar 1. Beam sederhana



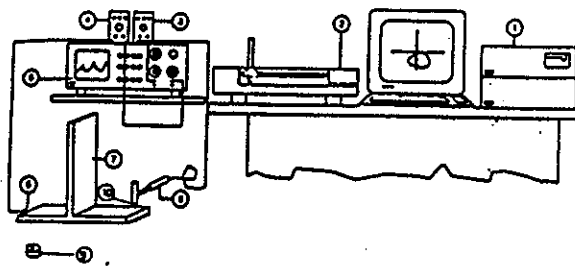
Gambar 2. Pelat T dan titik ukur

Spesifikasi mesin bubut yang diuji adalah :

Daya total : 2 hp/ 1,492 KW
Tinggi senter : 150 mm
Panjang bed : 2150 mm
Jarak antar senter : 1600 mm
Langkah Cross slide : 200 mm
Jumlah tangga putar : 12
Rentang putaran(rpm): 45-1800

5.2 Instrumentasi

Secara konseptual instrumentasi yang digunakan dalam percobaan untuk ketiga obyek uji tersebut sama saja. Pada beam dan pelat T pengukuran FRF menggunakan teknik eksitasi kejut (shock excitation) dengan palu pemukul yang telah dilengkapi load-cell sedang pada mesin bubut menggunakan gaya eksitasi 'burst-chirp'. Masing-masing teknik eksitasi ini diperlihatkan dalam gambar 3 dan 4.



Keterangan Gambar

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| 1. Komputer | 4. Accelerometer |
| 2. Plotter | 7. Struktur Uji T-pelat |
| 3. Conditioning Amplifier | 8. Impact Hammer |
| 4. Charge Amplifier | 9. Tumpukan plastik |
| 5. Spectrum Analyzer | 10. Load-cell |

Gambar 3. Pengukuran FRF dengan eksitasi kejut

Gaya eksitasi getaran yang bekerja pada struktur akan menggetarkan struktur yang bersangkutan. Respon getaran ini diukur dengan sensor getaran yang dalam hal ini berupa accelerometer. Sinyal gaya eksitasi maupun sinyal getaran diambil secara simultan dan karena keduanya adalah dari jenis Piezoelectric maka masing-masing sinyal dimasukkan kedalam charge-amplifier. Kedua sinyal analog ini dapat diamati menggunakan oscilloscope dan kemudian dimasukkan kedalam DSA (Dynamic Signal Analyzer) dua kanal. Dalam DSA kedua sinyal ini diubah menjadi sinyal digital dan dengan menggunakan transformasi Fourier cepat yang sudah tersedia dalam DSA dapat dilakukan pemrosesan data FRF.

Di samping data FRF dapat diproses pula besaran-besaran lainnya yang relevan, misalnya: fungsi koherensi, auto power-spectrum, data domain waktu dan lainnya. Hasil pengukuran baik FRF maupun besaran-besaran lainnya dapat diplot dengan menggunakan plotter digital.

Selanjutnya data FRF tersebut dapat disimpan dalam hardisk maupun disket. Proses curve-fitting dilakukan dengan bantuan computer sehingga untuk itu ada komunikasi data antara komputer dengan DSA.

6. HASIL PERCOBAAN DAN PROSES CURVE-FITTING

6.1 Beam Sederhana

Hasil pengukuran FRF sebanyak sebelas titik ukur di sepanjang beam dan kurva FRF hasil proses curve-fitting nya secara numerik diperlihatkan dalam tabel 1 dan 2. Parameter modulus getar yang diperoleh untuk masing-masing modulus getar digunakan untuk membangkitkan kurva FRF. Kesesuaian antara kedua kurva tersebut, yakni antara kurva FRF hasil pengukuran dengan kurva teoritik yang berasal dari parameter modulus getar hasil proses curve-fitting, diperlihatkan dalam gambar 5.

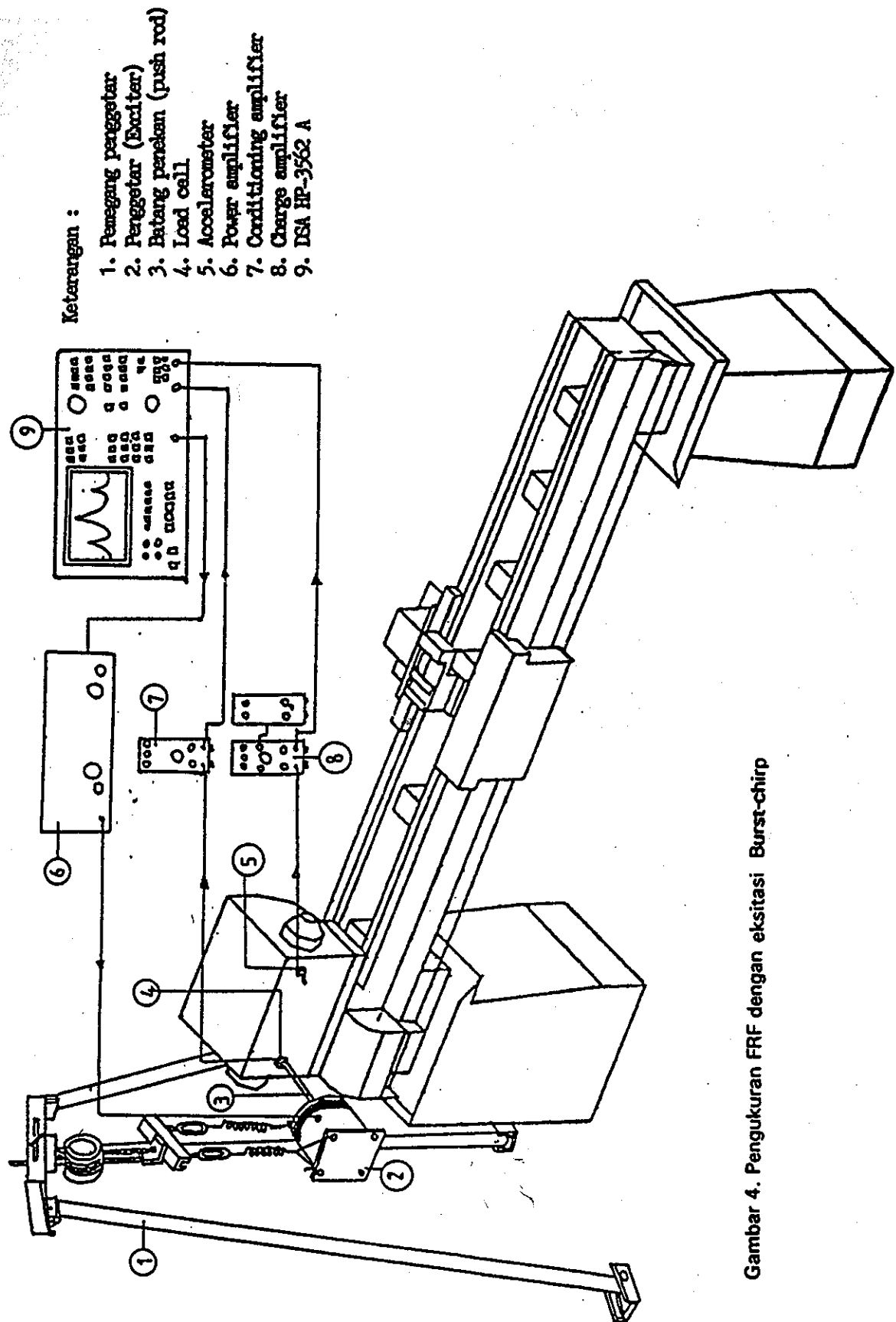
Gambar tersebut memperlihatkan juga bentuk modulus getar kesatu, modulus getar kedua dan modulus getar ketiga beam yang bersangkutan. Ketiga modulus getar yang diamati tersebut termasuk dalam kategori modulus getar lentur.

Baik kurva FRF hasil pengukuran maupun yang hasil curve-fitting di plot dalam skala logaritma. Hasil proses curve-fitting relatif baik karena kedua kurva tersebut di daerah sekitar resonansi berimpit satu dengan yang lain.

Dari data numeriknya terlihat bahwa masing-masing modulus getar memiliki nisbah-redaman rata-rata yang kecil, yakni :

- nisbah redaman
modus getar kesatu : 0,013
- nisbah redaman
modus getar kedua : 0,008
- nisbah redaman
modus getar ketiga : 0,006

Kurva FRF hasil pengukuran bila di plot dalam skala linear ketiga frekuensi dominannya merupakan puncak-puncak yang mandiri. Ketiga frekuensi pribadi yang diperoleh dari hasil curve-fitting sesuai dengan frekuensi resonansi hasil pengukuran dan berdekatan dengan frekuensi pribadi analitik (kesalahan kurang dari 5%).



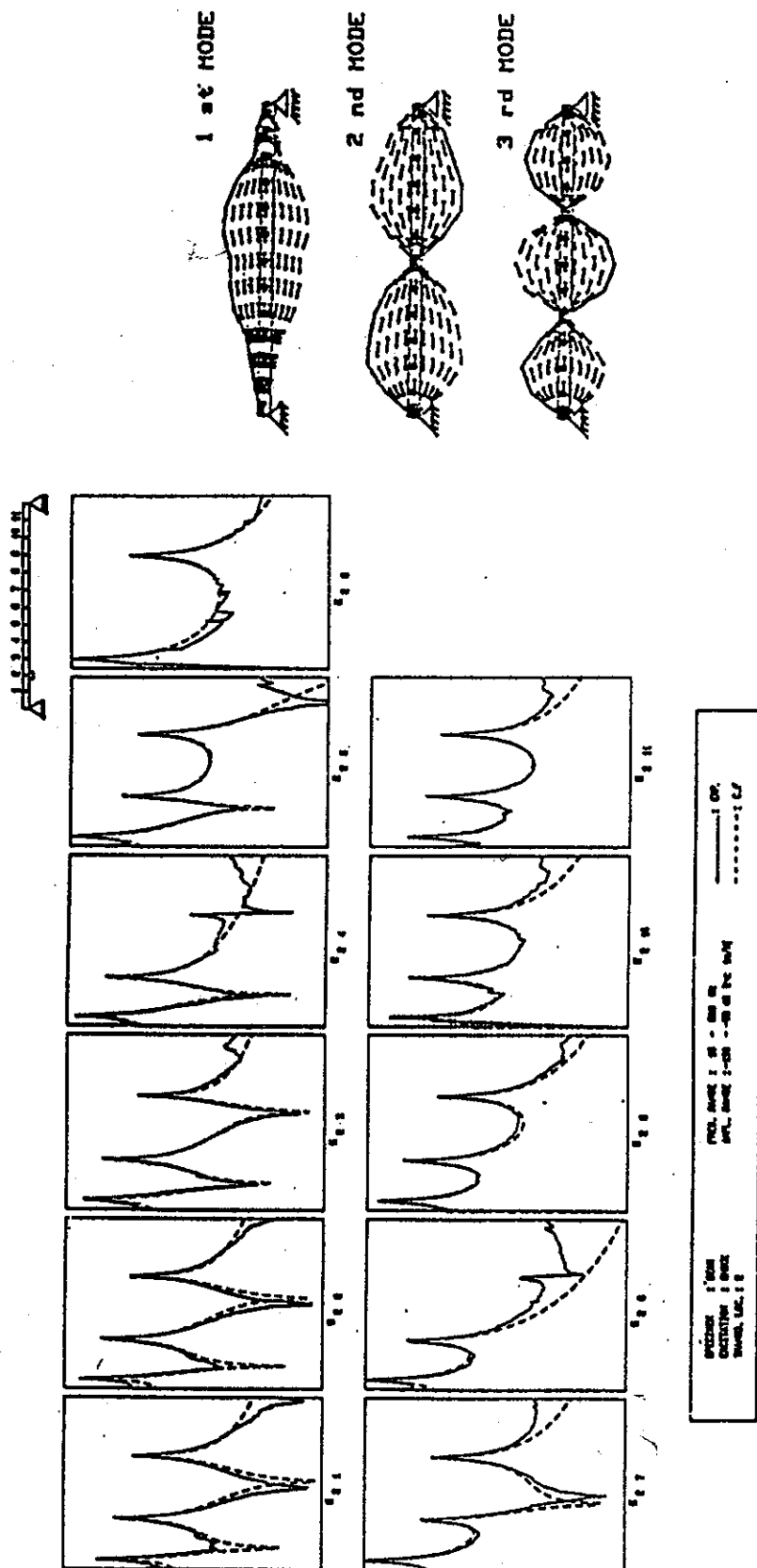
Gambar 4. Pengukuran FRF dengan eksitasi Burst-chirp

Tabel 1. Frekuensi pribadi dan nisbah redaman beam sederhana

XFR	Mode (r=...)	A_r (Hz)	k_r (N/m)	ξ_r	m_r (kg)	c_r (Ns/m)	γ (Ns^2/m)	z (N/m)	λ
H ₂₂	1	39.311	0.21E+6	1.31E-2	3.46	22.44	17.97	0.48E+6	3.19E-3
	2	154.521	1.28E+6	9.26E-3	1.36	24.46	2.33	3.13E+6	3.08E-4
	3	338.01	4.89E+6	5.96E-3	1.09	27.52	0.47	3.14E+6	3.86E-5
H ₃₃	1	40.811	1.64E+5	9.15E-3	2.49	11.70	-17.17	-0.72E+6	4.24E-2
	2	155.23	8.55E+5	6.55E-3	0.90	11.49	1.55	5.04E+6	3.31E-4
	3	341.62	9.87E+6	5.30E-3	2.14	48.72	0.198	1.26E+6	7.07E-4
H ₆₆	1	38.611	0.57E+5	1.16E-2	0.98	5.53	-3.38	-1.02E+5	2.71E-2
	2								
	3	340.411	4.89E+6	5.84E-3	1.07	26.73	-0.16	2.08E+7	5.87E-5

Tabel 2. Amplitudo modulus getar beam sederhana

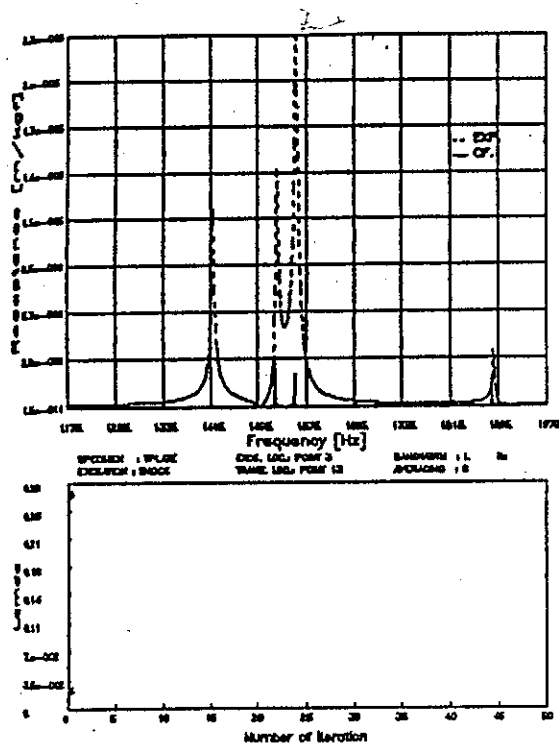
Mode (r=...)	Modal parameter	H ₂₁	H ₂₂	H ₂₃	H ₂₄	H ₂₅	H ₂₆	H ₂₇	H ₂₈	H ₂₉	H ₂₁₀	H ₂₁₁
1	A_{1k} (1/kg)	37.41	40.73	40.61	39.91	39.81	40.11	39.71	39.51	39.72	40.81	40.01
	r_{1k} (1/√kg)	0.27	0.55	0.74	1.23	1.45	1.44	1.70	1.67	1.12	0.49	0.45
	r_{1k} (1/√kg)	0.36	0.74	0.99	1.66	1.97	1.93	2.28	2.24	1.59	0.67	0.61
2	A_{1k} (Hz)	157.01	157.01	157.41	157.21	154.51		154.83	154.81	157.01	157.31	157.01
	r_{1k} (1/kg)	1.18	1.92	1.83	1.66	1.15		-1.09	-1.87	-1.87	-1.39	-0.87
	r_{1k} (1/√kg)	0.85	1.39	1.32	1.20	0.83		-0.78	-1.35	-1.35	-1.00	-0.63
3	A_{1k} (Hz)	342.94	342.81	342.81		342.51	342.21	342.31		342.63	342.53	342.61
	r_{1k} (1/kg)	1.29	1.71	1.02		-1.62	-2.21	-1.59		1.28	1.69	1.39
	r_{1k} (1/√kg)	0.99	1.31	0.78		-1.24	-1.69	-1.22		0.97	1.29	1.06
	γ (Ns^2/m)	18.20	25.40	25.10	34.52	7.78	-2.74	6.88	14.11	17.95	-4.65	82.81
	z (N/m)	2.57E+6	2.00E+6	4.64E+6	1.56E+6	-6.37E+6	1.73E+7	1.95E+6	3.19E+6	-1.27E+7	-2.49E+6	-5.66E+6
	λ	6.31E-2	3.51E-2	2.74E-2	8.55E-3	1.24E-2	3.25E-3	5.39E-3	4.90E-3	3.08E-3	7.66E-3	5.25E-3



Gambar 5. Kurva FRF pengukuran dan beam sederhana

6.2 Pelat T

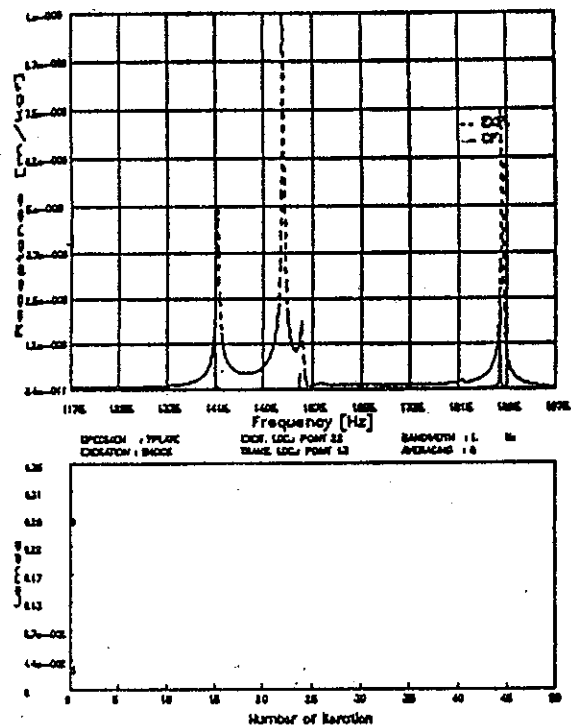
Pengukuran kurva FRF untuk pelat T dilakukan diseluruh permukaan pelat tersebut. Metode curve-fitting di atas dicoba untuk kurva FRF yang melibatkan frekuensi dominan yang terkopel. Hasilnya yang tipikal untuk kasus terkopel diperlihatkan dalam gambar 6.



Gambar 6. Hasil curve-fitting untuk modus getar terkopel, pelat T: x13/F3

Dalam gambar 6 di atas terlihat bahwa hasil pengukuran FRF menunjukkan modus getar kedua terkopel dengan modus getar ketiga. Proses curve-fitting dengan metode di atas menghasilkan parameter modus getar yang kurva FRF nya tidak berimpit dengan kurva FRF pengukuran dan hanya memperlihatkan amplitudo puncak yang kecil di daerah resonansi. Tinjauan terhadap fungsi kesalahan lamda menunjukkan proses iterasi yang buruk.

Hal serupa terlihat pula dalam gambar 7 yang memperlihatkan kurva FRF hasil pengukuran dengan modus getar kesatu terkopel dengan yang kedua dan yang ketiga.



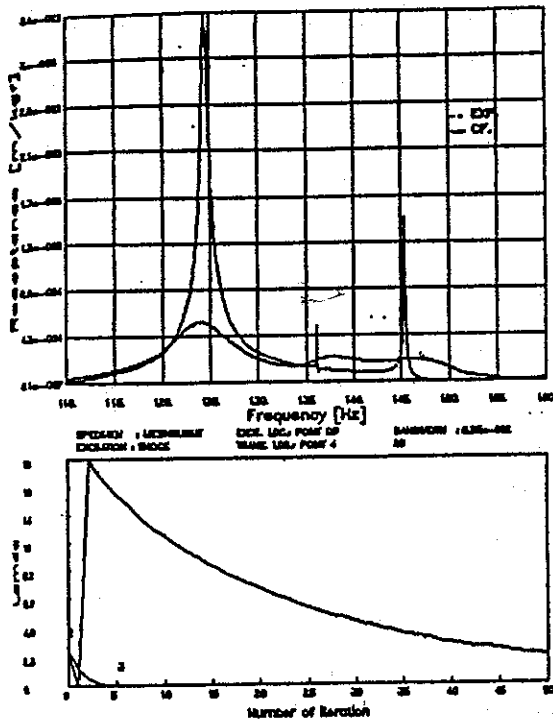
Gambar 7. hasil curve-fitting untuk modus getar terkopel, pelat T: x13/F22

6.3 Mesin Bubut

Hasil pengukuran FRF beserta kurva hasil curve-fittingnya diperlihatkan dalam gambar 8.

Pengukuran FRF dilakukan pada rentang frekuensi dari 110 Hz sampai 160 Hz sehingga diperoleh kecermatan (resolusi pengukuran) frekuensi yang tinggi. Berdasarkan bentuk kurvanya terlihat bahwa nisbah redaman masing-masing modus getarnya adalah relatif besar. Frekuensi resonansi untuk modus getar kedua sangat terkopel dengan yang ketiga.

Parameter modus getar hasil curve-fitting menunjukkan kurva yang tidak berimpit dengan kurva hasil pengukuran.



Gambar 8. Kurva FRF pengukuran dan hasil curve-fit ting mesin bubut.

Harga lambda selama proses iterasi untuk modus getar kesatu membesar pada awal iterasi dan akhirnya mengecil pada iterasi yang kelima puluh.

7. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan serta hasil-hasil yang diperoleh dalam pengkajian ini dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut,

- Telah berhasil dibuat program komputer untuk proses curve-fitting struktur redaman ringan.
- Pemakaian program curve-fitting ini disamping terbatas untuk redaman ringan juga untuk frekuensi resonansi yang mandiri.

- Untuk kasus struktur redaman ringan serta puncak yang mandiri hasil proses curve-fitting cukup baik (kesalahan lebih kecil dari 5%).
- Asumsi yang digunakan tidak memungkinkan pemakaian proses curve-fitting ini untuk kasus redaman yang besar (nisbah redaman lebih besar dari 0,03) maupun modus getar yang terkopel.

DAFTAR PUSTAKA

- Widagdo, R.,: "Kaji awal metode Curve-fitting Untuk penentuan parameter modus getar", Tugas S1, Jur. Teknik Mesin, ITB, 1988.
- Bur, M.,: "Curve fitting fungsi transfer getaran struktur", tugas Magister, Jur. Teknik Mesin, ITB, 1988
- Bagiasna, K.,: "Redaman Viskus sebanding & Redaman Viskus umum dalam teknik curve fitting", Proceedings Seminar Experimental Mechanics '90, Bandung, 1990.
- Bagiasna, K.,: "Analisis Modus getar eksperimental dalam getaran struktur", Seminar PAU I. Rekayasa, ITB 1990
- Ewins, D.J.,: "Modal testing Theory and Practice", Bruel & Kjaer, England, 1986.
- Nagamatsu, A., Nagaïke, M.,: "Research on Modal Analysis", Bull. JSME, Vol. 27, No. 229, 1984.