

PEMODELAN DINAMIK DAN VALIDASI MODEL DARI SISTEM KENDALI TANGKI GANDA

Zainal Abidin, Priyono Sutikno, Is Maryanto, Ilham B. Santoso
Jurusan Teknik Mesin, FTI-ITB, Jl. Ganesha 10, Bandung 40132.

Ringkasan

Makalah ini membahas tentang pemodelan dinamik dan validasi model dari sistem kendali tangki ganda yang terdiri dari tangki air ganda, motor-dan-pompa, rangkaian listrik penggerak motor dan sensor ketinggian permukaan air. Pemodelan dinamik dari tangki air ganda mula-mula diturunkan secara analitik. Kemudian, pengujian eksperimental dilakukan untuk mencari nilai dari parameter-parameter yang tidak diketahui besarnya. Selain tangki air ganda, komponen-komponen lain juga perlu dimodelkan walaupun cukup secara statik. Setelah model dari semua komponennya diperoleh, maka model dinamik dari sistem kendali tangki ganda secara keseluruhan baru dapat diuji kebenarannya.

Abstract

This paper describes dynamic modeling and model validation of a couple-tank control system which consist of a couple-tank, two motor-and-pumps, two electric-motor drivers, and two water-level sensors. Initially, dynamic modeling of the couple-tank was derived analytically. This derivation produced several parameters whose values were unknown. Experiments were then performed in order to obtain the values of those parameters. In addition to the couple-tank, other components were also modeled statically. Once all components of the couple-tank controlled system have been modeled, model validation of the whole system can then be performed.

Keywords: Pemodelan dinamik, validasi model, kendali, suaian-kurva kuadrat terkecil.

1. Pendahuluan

Pemodelan merupakan kegiatan yang sangat penting baik untuk mengetahui perilaku sistem maupun untuk mengendalikannya. Dengan adanya model, dapat dijelaskan kenapa suatu sistem berperilaku 'demikian'. Dengan adanya model, dapat diramalkan bagaimana perilaku dan unjuk kerja sistem bila bila padanya dilakukan modifikasi. Tersedianya model juga akan menghemat waktu dan biaya untuk menyelidiki dan memperbaiki perilaku sistem.

Berdasarkan tujuannya, model dapat dibedakan menjadi dua yaitu model untuk perancangan sistem kendali dan model untuk menyelidiki perilaku dan sifat dari sistem. Model untuk kendali biasanya melibatkan banyak penyederhanaan karena 'hanya' melibatkan hubungan antara masukan, keluaran dan gangguan [1]. Jadi, parameter atau variabel yang tidak berhubungan langsung dengan masukan, keluaran dan gangguan biasanya dapat diabaikan atau dianggap 'konstan'. Model untuk kendali dapat diperoleh dengan dua cara yaitu analisis dinamik dan pengujian eksperimental berdasarkan data masukan-keluaran.

Sementara itu, model untuk menyelidiki perilaku sistem dapat diklasifikasikan menjadi dua macam yaitu model simulasi komputer dan model skala. Analisis yang detail pada sistem akan menghasilkan formulasi matematik yang

menggambarkan perilaku sistem. Model ini biasanya diselesaikan dengan komputer digital karena cukup kompleks dan melibatkan banyak perhitungan. Adapun model skala digunakan bila sistem yang dipelajari sangat kompleks sehingga tidak memungkinkan dilakukan secara teliti. Model skala terutama digunakan pada sistem yang mahal misalnya pesawat terbang, pesawat luar angkasa, kendaraan pendarat (jelajah) di planet, peralatan militer, dan gedung pencakar langit [2].

Makalah ini akan membahas tentang cara pemodelan dinamik dari sistem kendali tangki ganda. Sistem ini menarik untuk dijadikan obyek pemodelan karena cukup sederhana sehingga proses pemodelannya sendiri dapat diikuti dengan baik tanpa dipersulit oleh cara kerja dan fungsi dari komponen-komponen sistem. Pada proses pemodelan sistem yang kompleks, lebih banyak waktu diperlukan untuk mempelajari cara kerja sistem. Walaupun sederhana, akan tampak bahwa sistem tangki ganda mempunyai dinamika yang tidak linier, satu arah dan berubah terhadap waktu.

Perancangan, pembuatan dan pengujian dari sistem tersebut telah dibahas dalam [3]. Pemodelan dinamik ditekankan untuk komponen utama sistem yaitu tangki air ganda. Dinamika dari tangki ini mula-mula diturunkan secara analitik. Selanjutnya, pengujian eksperimental dilakukan untuk mencari nilai dari parameter-parameter yang

digunakan. Validasi model juga dilakukan pada tiap tahap untuk membuktikan bahwa bahwa model dinamik yang diperoleh dapat menggambarkan perilaku dari komponen yang sesungguhnya. Bila semua model dari komponen telah diperoleh, maka model dari sistem keseluruhan baru dapat diuji keabsahannya.

2. Pemodelan Dinamik dan Validasi Model dari Komponen Sistem Tangki Ganda

Seperti telah diuraikan dalam [3], sistem kendali tangki ganda memiliki lima macam komponen utama yaitu tangki air ganda, pompa-dan-motor (tidak dapat dipisahkan), sensor ketinggian air, rangkaian penggerak motor pompa, dan komputer PC yang berisi program akuisisi data dan pengendalian. Pemodelan tangki ganda dilakukan secara analitik dan eksperimental dimana keduanya saling melengkapi, sedangkan komponen lain hanya dilakukan secara eksperimental karena jauh lebih mudah. Tentu saja program akuisisi data dan pengendalian tidak perlu dimodelkan karena dapat diketahui secara pasti.

2.1 Pemodelan Dinamik Dari Tangki Ganda

2.1.1 Pemodelan Teoritik

Secara skematik, tangki air ganda dapat ditampilkan seperti terlihat dalam Gambar 1. Dalam gambar ini tampak bahwa tangki air ganda terdiri dari dua buah tangki, yaitu tangki kecil (kiri) dan tangki besar (kanan). Tangki kecil diisi air dengan debit q_1 oleh pompa 1, sedangkan tangki besar dengan debit q_2 oleh pompa 2. Pada ketinggian air h_1 tangki kecil akan mengalirkan air ke luar dengan debit q_3 , dan pada ketinggian h_2 tangki besar mengalirkan air ke luar dengan debit q_4 . Bila ketinggian air pada tangki kecil tidak sama dengan ketinggian air pada tangki besar, maka akan terjadi aliran antar tangki q_5 . Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, berlaku hubungan berikut

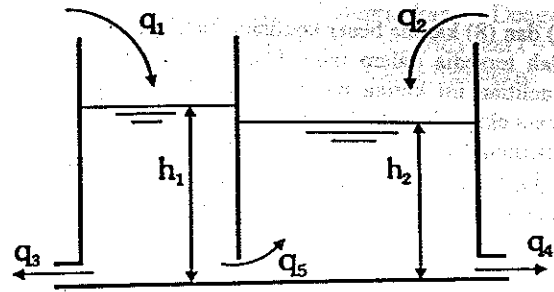
$$A_1 \dot{h}_1 = -q_3 - q_5 \text{sign}(h_1 - h_2) + q_1 \quad (1)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = -q_4 + q_5 \text{sign}(h_1 - h_2) + q_2 \quad (2)$$

Dalam persamaan di atas, fungsi sign diperlukan agar suku di tengah berubah tanda bila $h_1 < h_2$ karena pada kondisi demikian air mengalir dari tangki besar ke tangki kecil.

Dengan menggunakan hukum Bernoulli dan konsep tahanan katup [4,5], dapat ditunjukkan bahwa

$$q_3 = K_3 \sqrt{h_1} \quad (3)$$



Gambar 1. Diagram skematik dari tangki air ganda

dimana

$$K_3 = a_3 \sqrt{2g/R_3} \quad (4)$$

Dalam persamaan di atas, K_3 adalah parameter aliran katup 3, g adalah percepatan gravitasi bumi, a_3 adalah luas penampang bagian dalam katup keluaran tangki kecil dan R_3 menyatakan koefisien hambatan katup 3.

Dengan cara yang sama, untuk katup keluaran tangki besar berlaku hubungan berikut

$$q_4 = K_4 \sqrt{h_2} \quad (5)$$

dimana

$$K_4 = a_4 \sqrt{2g/R_4} \quad (6)$$

Sementara itu, untuk katup antar tangki berlaku hubungan berikut

$$q_5 = K_5 \sqrt{|h_1 - h_2|} \quad (7)$$

dimana

$$K_5 = a_5 \sqrt{2g/R_5} \quad (8)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (3), (5) dan (7) ke dalam persamaan (1) dan (2) dapat diperoleh persamaan dinamik dari tangki ganda sebagai berikut

$$A_1 \dot{h}_1 = -K_3 \sqrt{h_1} - K_5 \sqrt{|h_1 - h_2|} \text{sign}(h_1 - h_2) + q_1 \quad (9)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = -K_4 \sqrt{h_2} + K_5 \sqrt{|h_1 - h_2|} \text{sign}(h_1 - h_2) + q_2 \quad (10)$$

Persamaan dinamik di atas jelas bukan merupakan persamaan dinamik yang linier. Dalam persamaan ini besar parameter K_3 , K_4 , K_5 seharusnya dihitung dari persamaan (4),

(6) dan (8) karena besar koefisien hambatan R_3 , R_4 , dan R_5 telah tersedia dalam tabel [4]. Namun demikian, dalam penelitian ini ketiga parameter tersebut akan ditentukan secara eksperimental karena luas penampang a_3 , a_4 , dan a_5 tidak mungkin diukur secara teliti. Disamping itu, pengujian ini juga bermanfaat untuk menyelidiki keabsahaan dari persamaan (3), (5) dan (7) yang telah diperoleh.

2.1.2 Pemodelan Eksperimental dan Validasi Model

Untuk menentukan harga parameter K_3 , K_4 , dan K_5 sebenarnya dapat dilakukan dengan menggunakan teknik identifikasi sistem tak linier [6], atau identifikasi sistem yang berubah terhadap waktu [7,8]. Tetapi, bila hal ini dilakukan maka kesalahan yang terjadi pada K_3 dapat mempengaruhi perhitungan harga K_4 dan K_5 atau sebaliknya. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan ditempuh cara yang lebih mudah dan handal. Dengan cara ini diharapkan bahwa masing-masing harga parameter K_3 , K_4 , dan K_5 yang diperoleh dapat dibuktikan kebenarannya secara terpisah dan tidak saling terkait.

Untuk mendapatkan parameter K_3 dari persamaan (9), maka laju aliran masuk ke tangki 1 dibuat nol ($q_1 = 0$) dan katup antar tangki ditutup sehingga $K_5 = 0$. Oleh karena itu persamaan (9) menjadi sederhana yaitu

$$A_1 \dot{h}_1 = -K_3 \sqrt{h_1} \quad (11)$$

Selanjutnya, dengan mengintegrasikan persamaan di atas dan mensubstitusikan syarat batas $h_1 = h_{10}$ pada saat $t=0$ akan dihasilkan hubungan berikut

$$\sqrt{h_1} = -\frac{K_3}{2A_1} t + \sqrt{h_{10}} \quad (12)$$

Persamaan di atas selanjutnya didekati dengan persamaan sediaan kurva berikut

$$\sqrt{h_1} = -P t + Q + e_1 \quad (13)$$

Dimana e_1 merupakan kesalahan pendekatan. Kerena itu, dengan menerapkan metode sediaan kurva kuadrat terkecil (Least-Square Curve-Fitting) dapat diturunkan besar koefisien P dan Q sebagai berikut

$$P = \frac{\sum \sqrt{h_j} \Sigma t_j^2 - n \Sigma(t_j \sqrt{h_j}) \Sigma t_j}{n \Sigma t_j^2 - (\Sigma t_j)^2} \quad (14)$$

$$Q = \frac{\Sigma \sqrt{h_j} \Sigma t_j^2 - n \Sigma(t_j \sqrt{h_j}) \Sigma t_j}{n \Sigma t_j^2 - (\Sigma t_j)^2} \quad (15)$$

Dalam persamaan (14) dan (15) operator Σ menyatakan penjumlahan dari $j=1$ sampai $j=n$, dimana n menyatakan banyaknya data pengamatan.

Untuk menentukan nilai dari koefisien P dan Q, dilakukan pengujian dengan prosedur berikut:

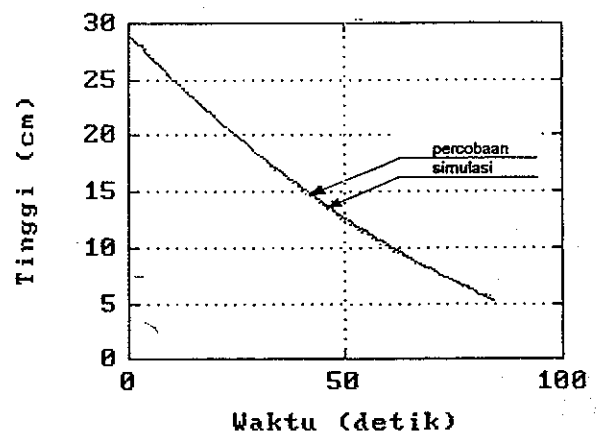
- Tutup katup pada saluran penghubung antar tangki.
- Tutup katup keluaran dari tangki kecil.
- Isi tangki kecil dengan air sampai ketinggian 29 cm.
- Buka penuh katup keluaran tangki kecil.
- Ambil data waktu dan ketinggian setiap saat.
- Hitung koefisien P dan Q dari persamaan (14) dan (15).

Dalam pengujian ini diambil data sebanyak 3500 buah. Dari perhitungan yang dilakukan diperoleh harga $P = 0,036961$, $Q = 5,390711$ dan $e_1 = 0,001$, sehingga persamaan (13) dapat didekati dengan

$$\sqrt{h_1} = -0,036961 t + 5,390711 \quad (16)$$

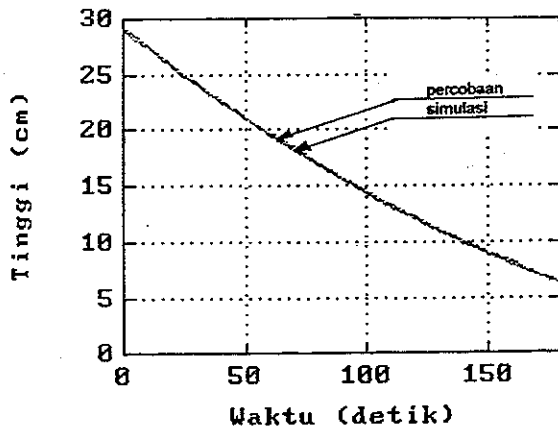
Jadi, dengan membandingkan persamaan (12) dan persamaan (16) dapat dihitung besar parameter K_3 , karena luas penampang tangki kecil (A_1) dapat dihitung secara teliti berdasarkan hasil pengukuran dimensi.

Untuk membuktikan bahwa persamaan (16) menggambarkan perilaku aliran keluar dari tangki kecil, maka persamaan tersebut selanjutnya disimulasikan dan dibandingkan dengan data pengujian. Perbandingan ini disajikan dalam Gambar 2. Dalam gambar ini tampak jelas bahwa persamaan (16) dapat menggambarkan dinamika aliran keluar dari tangki kecil dengan baik.



Gambar 2. Validasi Model Aliran Keluar Tangki Kecil.

Dengan cara yang sama, untuk tangki besar dapat dilakukan penurunan dan pengujian yang serupa. Hasil yang diperoleh tidak disajikan di sini, tetapi validasi modelnya ditampilkan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Validasi Model Aliran Keluar Tangki Besar.

Sampai pada tahap ini identifikasi parameter K_3 dan K_4 dalam persamaan (9) dan (10) telah berhasil diketemukan dan dibuktikan kebenarannya. Adapun untuk memperoleh parameter K_3 cara pengujian 'khusus' perlu dilakukan.

Untuk mendapatkan persamaan suaian kurva dari aliran antar tangki, maka q_1 , q_2 , q_3 dan q_4 dibuat sama dengan nol sehingga persamaan (9) berubah menjadi

$$A_1 \dot{h}_1 = -K_{SA} \sqrt{h_1 - h_2} \quad (17)$$

Operator mutlak dan fungsi *sign* dalam persamaan di atas hilang karena untuk memperoleh harga k_{SA} tinggi h_1 akan dibuat lebih besar dari h_2 . Disamping itu, dalam persamaan ini k_5 ditulis sebagai k_{SA} karena dikhawatirkan bahwa k_5 untuk aliran dari tangki kecil ke tangki besar harganya berbeda bila arah aliran dibalik. Hal ini dapat dimengerti karena bentuk dalam dari katup yang tidak simetris terhadap arah aliran akan menyebabkan koefisien gesek yang berbeda.

Walaupun sederhana, persamaan (17) tidak dapat diintegrasikan secara analitik karena h_1 dan h_2 keduanya berubah terhadap waktu. Cara numerik sebenarnya dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini, tetapi penurunan persamaan suaian kurvanya akan menjadi sulit. Untuk menghindari hal tersebut, h_2 akan dipertahankan tetap selama pengujian pemodelan k_{SA} berlangsung. Pada kondisi demikian maka persamaan (17) akan menjadi

$$A_1 \dot{h}_1 = -K_{SA} \sqrt{h_1 - h_{2T}} \quad (18)$$

Dalam persamaan di atas, h_{2T} adalah h_2 yang dipertahankan tetap selama pengujian berlangsung. Persamaan (18) ini

sekarang dapat langsung diintegrasikan. Dengan menggunakan kondisi batas bahwa $h_1 = h_{10}$ pada saat $t = 0$, integrasi persamaan (18) akan menghasilkan hubungan

$$\sqrt{h_1 - h_{2T}} = -\frac{K_{SA}}{2A_1} t + \sqrt{h_{10} - h_{2T}} \quad (19)$$

Persamaan di atas selanjutnya didekati dengan persamaan suaian kurva berikut

$$\sqrt{h_1 - h_{2T}} = -R t + S + e_2 \quad (20)$$

Dimana e_2 merupakan kesalahan pendekatan. Karena itu, dengan menerapkan metode suaian kurva kuadrat terkecil dapat diturunkan besar koefisien R dan S sebagai berikut

$$R = \frac{\sum \sqrt{h_{1j} - h_{2T}} \sum t_j - n \sum (t_j \sqrt{h_{1j} - h_{2T}})}{n \sum t_j^2 - (\sum t_j)^2} \quad (21)$$

$$S = \frac{\sum \sqrt{h_{1j} - h_{2T}} \sum t_j^2 - n \sum (t_j \sqrt{h_{1j} - h_{2T}}) \sum t_j}{n \sum t_j^2 - (\sum t_j)^2} \quad (22)$$

Untuk menentukan harga koefisien R dan S, dilakukan 'pengujian dengan prosedur sebagai berikut:

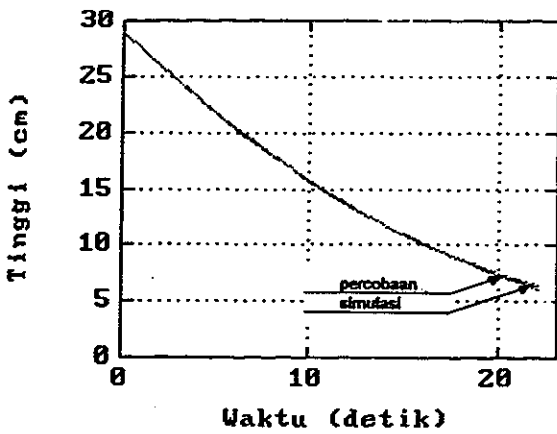
- Tutup katup pada saluran penghubung antar tangki.
- Tutup katup keluaran dari tangki besar maupun tangki kecil.
- Isi tangki kecil dengan air sampai penuh dan tangki besar sampai ketinggian tertentu misalnya 3,5 cm.
- Buka katup penghubung antar tangki. Selama terjadi aliran dari tangki kecil ke tangki besar, tinggi air di tangki besar harus dipertahankan tetap dengan cara memompa air keluar dari tangki ini.
- Ambil data waktu dan ketinggian setiap saat.
- Hitung koefisien R dan S dari persamaan (21) dan (22).

Dalam pengujian ini diambil data sebanyak 3500 buah. Dari perhitungan yang dilakukan diperoleh harga $R=0,158074$, $S=5,156314$, dan $e_2=0,002$, sehingga persamaan (20) dapat didekati dengan

$$\sqrt{h_1 - h_{2T}} \approx -0,158074 t + 5,156314 \quad (23)$$

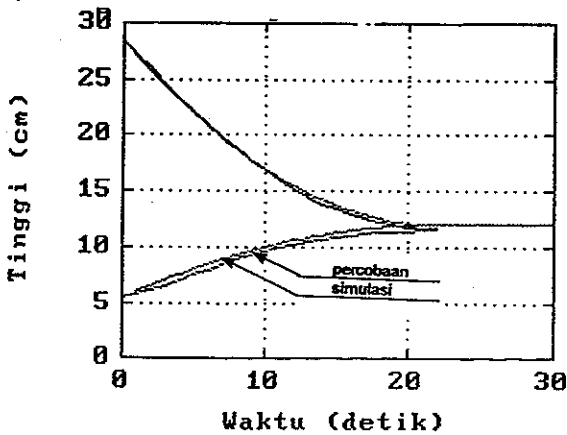
Seperti halnya pada pengujian sebelumnya, untuk membuktikan bahwa persamaan (23) mendekati karakteristik aliran antar tangki maka hasil simulasi persamaan tersebut dibandingkan dengan data pengujian.

seperti tampak pada Gambar 4. Dalam gambar ini terlihat bahwa persamaan (23) memang dapat menggambarkan dinamika aliran dari tangki kecil ke tangki besar.



Gambar 4. Validasi Model Aliran dari Tangki Kecil ke Tangki Besar.

Selanjutnya, untuk membuktikan bahwa persamaan (23) yang diperoleh juga memenuhi persamaan (17), dimana ketinggian air di tangki besar dibiarkan naik, maka validasi model perlu pula dilakukan. Perbandingan antara hasil simulasi dan pengujian aliran antar tangki ketika ketinggian air di tangki besar dibiarkan naik diperlihatkan dalam Gambar 5 berikut. Dalam gambar ini tampak bahwa persamaan (23) mempunyai karakteristik yang mendekati kondisi yang sebenarnya.



Gambar 5. Validasi Model Aliran dari Tangki Kecil ke Tangki Besar. Ketinggian Air di Tangki Besar Dibiarkan Naik.

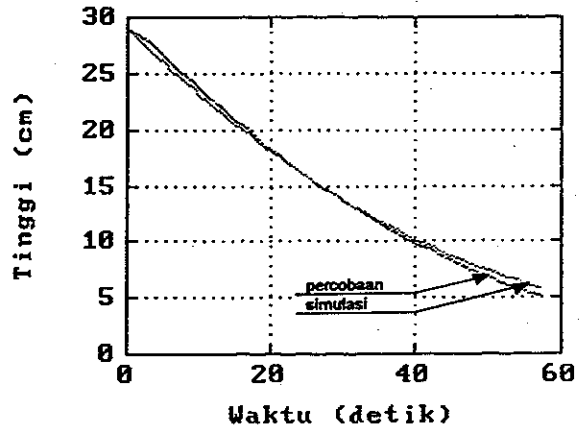
Setelah harga parameter k_{SA} diperoleh, maka pengujian yang serupa kemudian dilakukan untuk arah aliran antar tangki yang berlangsung dari tangki besar ke tangki kecil. Pada kondisi demikian persamaan (19) dapat ditulis sebagai

$$\sqrt{h_2 - h_{1T}} = -\frac{K_{SB}}{2A_1} t + \sqrt{h_{20} - h_{1T}} \quad (24)$$

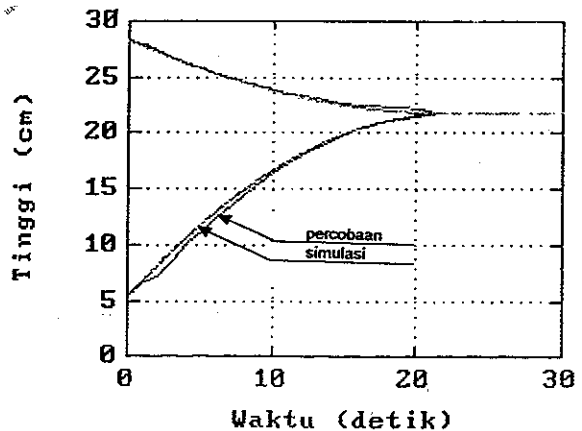
Sedangkan persamaan suaian kurva yang diperoleh dari pengujian adalah sebagai berikut

$$\sqrt{h_2 - h_{1T}} \approx -0,071602 t + 4,965293 \quad (25)$$

Validasi bahwa persamaan (25) mendekati perilaku aliran dari tangki besar ke tangki kecil diperlihatkan dalam Gambar 6. Sedangkan Gambar 7 memperlihatkan validasi yang serupa bila ketinggian air di tangki kecil diperbolehkan naik. Kedua gambar ini memperlihatkan kesesuaian dinamika yang sangat baik.



Gambar 6. Validasi Model Aliran dari Tangki Besar ke Tangki Kecil.



Gambar 7. Validasi Model Aliran dari Tangki Besar ke Tangki Kecil. Ketinggian Air di Tangki Kecil Dibiarkan Naik.

Sebelum melanjutkan ke pemodelan komponen tangki ganda yang lain, berikut ini disajikan Tabel 1 yang berisi hasil identifikasi parameter K_3 , K_4 , K_{SA} , dan K_{SB} (dari hasil pengukuran dimensi diperoleh bahwa $A_1 = 161 \text{ cm}^2$ dan $A_2 = 400 \text{ cm}^2$).

Tabel 1. Harga Parameter Hasil Pengujian

Parameter	Harga (cm ^{2.5} /s)
K ₃	11,90
K ₄	12,78
K _{5A}	50,90
K _{5B}	57,28

Dalam tabel di atas terlihat bahwa harga K₃ hampir sama besarnya dengan K₄ karena keduanya dibuat dari katup yang sejenis. Katup antar tangki mempunyai dimensi yang lebih besar dari katup keluaran, sehingga dapat dimengerti bila harga K_{5A} dan K_{5B} lebih besar dari K₃ dan K₄. Dari pengujian ini juga terlihat bahwa harga K_{5A} tidak sama dengan harga K_{5B}, sesuai dengan dugaan semula. Perbedaan ini menyebabkan persamaan (9) dan (10) perlu dimodifikasi lagi sehingga kedua persamaan tersebut semakin tidak linier. Untuk menghindari hal ini, K_{5A} dan K_{5B} akan dirata-ratakan sehingga persamaan (9) dan (10) dapat dipertahankan. Harga rata-rata antara K_{5A} dan K_{5B} dinotasikan sebagai K₅ dan besarnya adalah 54,09. Harga rata-rata ini berbeda 5,9% dari harga K_{5A} dan K_{5B}. Karena itu, pendekatan ini dianggap cukup baik. Dengan diketahuinya harga K₃, K₄, dan K₅, maka persamaan (9) dan (10) dapat ditulis kembali menjadi

$$161\dot{h}_1 = -11,90\sqrt{h_1} - 54,09\sqrt{|h_1 - h_2|}\text{sign}(h_1 - h_2) + q_1 \quad (26)$$

$$400\dot{h}_2 = -12,78\sqrt{h_2} + 54,09\sqrt{|h_1 - h_2|}\text{sign}(h_1 - h_2) + q_2 \quad (27)$$

Kedua persamaan di atas merupakan model dinamik dari tangki air ganda.

2.2 Pemodelan Komponen Lain

Selain tangki air ganda, komponen lain penyusun sistem kendali tangki ganda perlu pula dimodelkan agar sistem ini secara keseluruhan dapat dipelajari karakteristiknya. Namun karena dinamika dari sistem tangki ganda merupakan dinamika yang paling lambat, maka komponen-komponen lain cukup dimodelkan secara statik. Ini berarti bahwa pemodelan komponen lain cukup dilakukan pada kondisi stedinnya. Pemodelan komponen lain meliputi pemodelan motor-dan-pompa, pemodelan sensor ketinggian dan pemodelan rangkaian penggerak motor.

2.2.1 Pemodelan Motor-dan-pompa

Pemodelan motor-dan-pompa dilakukan dengan cara mengalirkan air ke tangki ketika semua katup tangki dalam keadaan tertutup. Waktu dan ketinggian air yang terjadi

setiap saat dimonitor. Untuk menghitung laju aliran yang terjadi, digunakan persamaan suaian kurva yang menghubungkan antara ketinggian air dan laju aliran. Percobaan kemudian diulangi untuk catu tegangan yang lain. Dari pengujian ini diperoleh hubungan sebagai berikut

$$q_1 = 25,711 v_1 - 61,506 \quad (28)$$

$$q_2 = 25,446 v_2 - 60,804 \quad (29)$$

dimana v₁ dan v₂ masing-masing menyatakan besar tegangan listrik yang diberikan ke motor 1 dan 2. Persamaan (28) dan (29) hanya berlaku untuk 3 ≤ v₁ ≤ 12 Volt dan 3 ≤ v₂ ≤ 12 Volt. Pada tegangan listrik 2 s/d 3 Volt motor akan berputar tetapi pompa tidak mampu menghasilkan debit. Tegangan listrik di atas 12 Volt tidak boleh diberikan ke motor karena dapat menyebabkan kerusakan (terbakar).

2.2.2 Pemodelan Sensor Ketinggian Air

Pemodelan (dalam hal ini dapat dikatakan kalibrasi) sensor ketinggian air dilakukan dengan mengukur tinggi permukaan air dan membaca tegangan keluaran sensor ketinggian air. Kalibrasi ini menghasilkan persamaan berikut

$$v_{h1} = 3,359 - 0,0722h_1 \quad (30)$$

$$v_{h2} = 3,354 - 0,0720h_2 \quad (31)$$

Dimana v_{h1} dan v_{h2} menyatakan tegangan listrik yang dihasilkan sensor ketika ketinggian permukaan air h₁ dan h₂. Persamaan (30) dan (31) berlaku untuk ketinggian air dari 5 sampai 30 cm.

2.2.3 Pemodelan Rangkaian Penggerak Motor Pompa

Rangkaian penggerak motor pompa dikalibrasi dengan cara memberikan masukan berupa tegangan listrik dan mengukur tegangan keluarannya. Kalibrasi ini menghasilkan persamaan berikut

$$v_1 = -4,260 u_1 + 36,932 \quad (32)$$

$$v_2 = -4,300 u_2 + 36,883 \quad (33)$$

dimana u₁ dan u₂ masing-masing menyatakan besar tegangan listrik yang dihasilkan oleh pengatur 1 dan 2 setelah melalui konverter digital ke analog.

3. Pemodelan Dinamik dan Validasi Model dari Sistem Keseluruhan

Model dinamik dari sistem kendali tangki ganda secara keseluruhan disajikan pada Gambar 8. Dalam gambar ini terlihat bahwa model dinamik dari sistem kendali tangki ganda tersusun dari beberapa persamaan dinamik dan statik.

Setelah model sistem keseluruhan disusun, maka perlu dilakukan validasi untuk mengkaji keabsahan model yang diperoleh. Untuk keperluan ini dilakukan dua macam percobaan. Percobaan pertama dilakukan dengan menerapkan teknik kendali *On-off* pada model dan sistem yang sebenarnya. Hasil simulasi yang diperoleh dari model kemudian dibandingkan dengan hasil pengujian. Hasil pengujian ini ditunjukkan pada Gambar 9 dan 10, masing-masing untuk tangki kecil dan tangki besar. Pada pengujian ini katup penghubung antar tangki dalam keadaan tertutup. Hal ini dimaksudkan untuk mengisolasi model dari kesalahan yang ditimbulkan akibat perata-rataan harga K_{SA} dan K_{SB} . Tampak dalam kedua gambar tersebut bahwa pemodelan dinamik sistem tangki ganda berhasil baik bila interaksi antar tangki tidak ada.

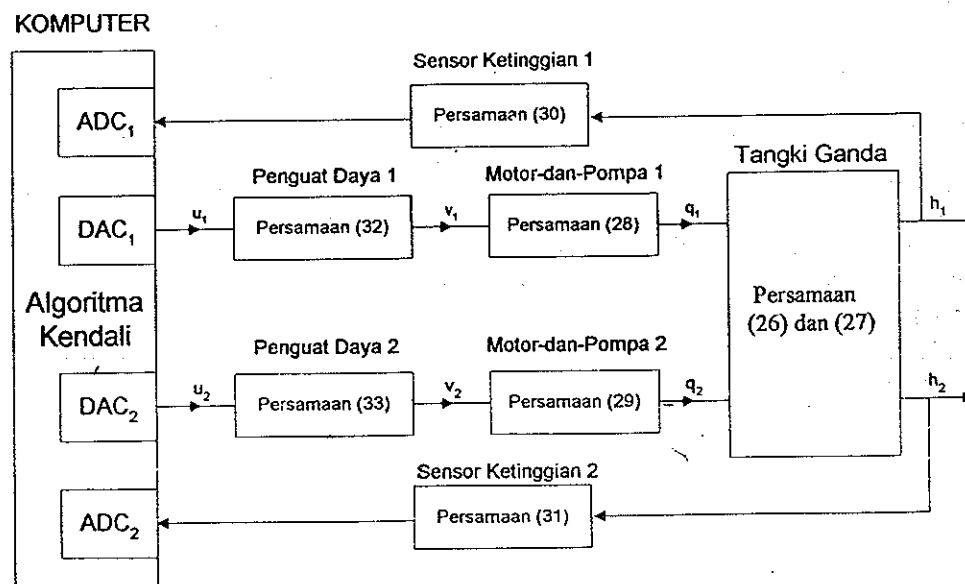
Selanjutnya, untuk membuktikan bahwa pemodelan aliran antar tangki juga absah, maka dilakukan pengujian lain. Pengujian ini dilakukan pada kondisi katup antar tangki dalam kondisi terbuka. Agar lebih meyakinkan, pengatur yang digunakan adalah pengatur *neuro* (Jaringan Syaraf Tiruan) [8]. Hasil pengujian yang diperoleh disajikan dalam Gambar 11 dan 12. Dalam gambar ini respon model dan hasil percobaan ditumpang-tindihkan agar keduanya dapat dibandingkan secara langsung. Gambar 11 merupakan respon sistem dengan masukan perintah sinus sedangkan Gambar 12 untuk masukan signum. Kedua gambar ini memperlihatkan bahwa model yang diperoleh tetap baik walaupun terjadi interaksi antar tangki.

4. Kesimpulan

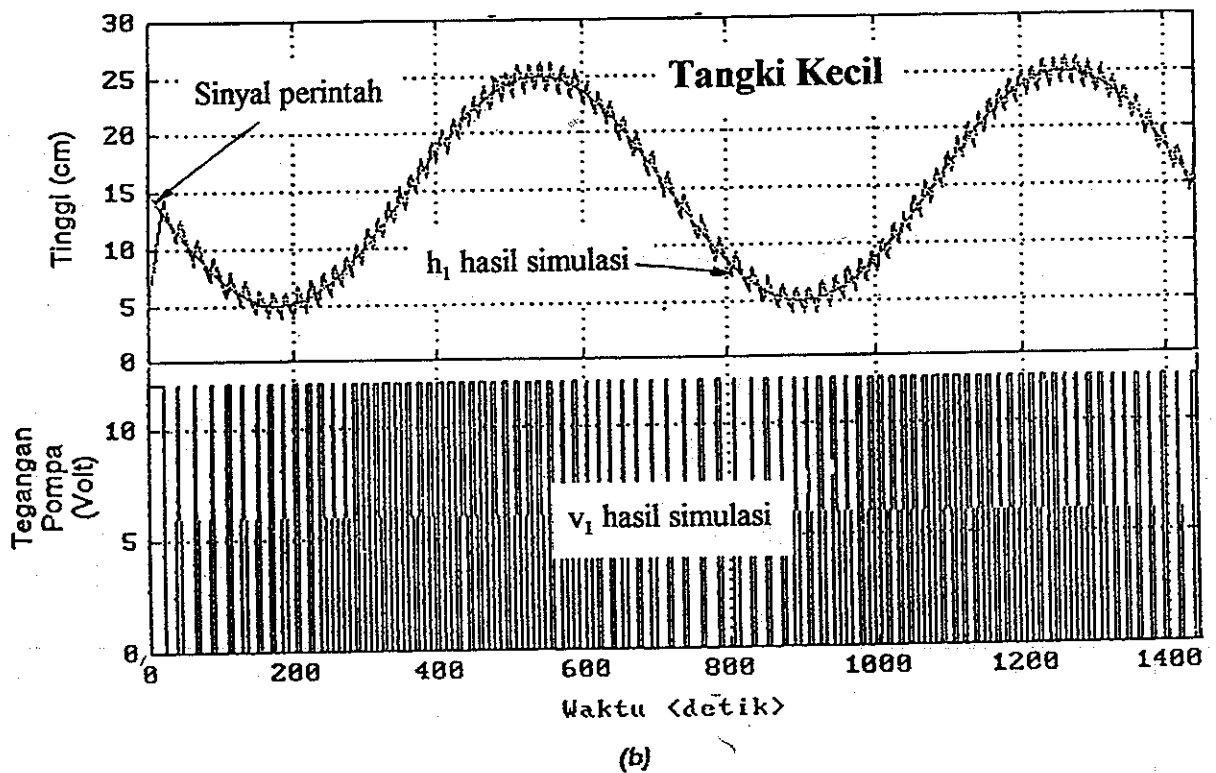
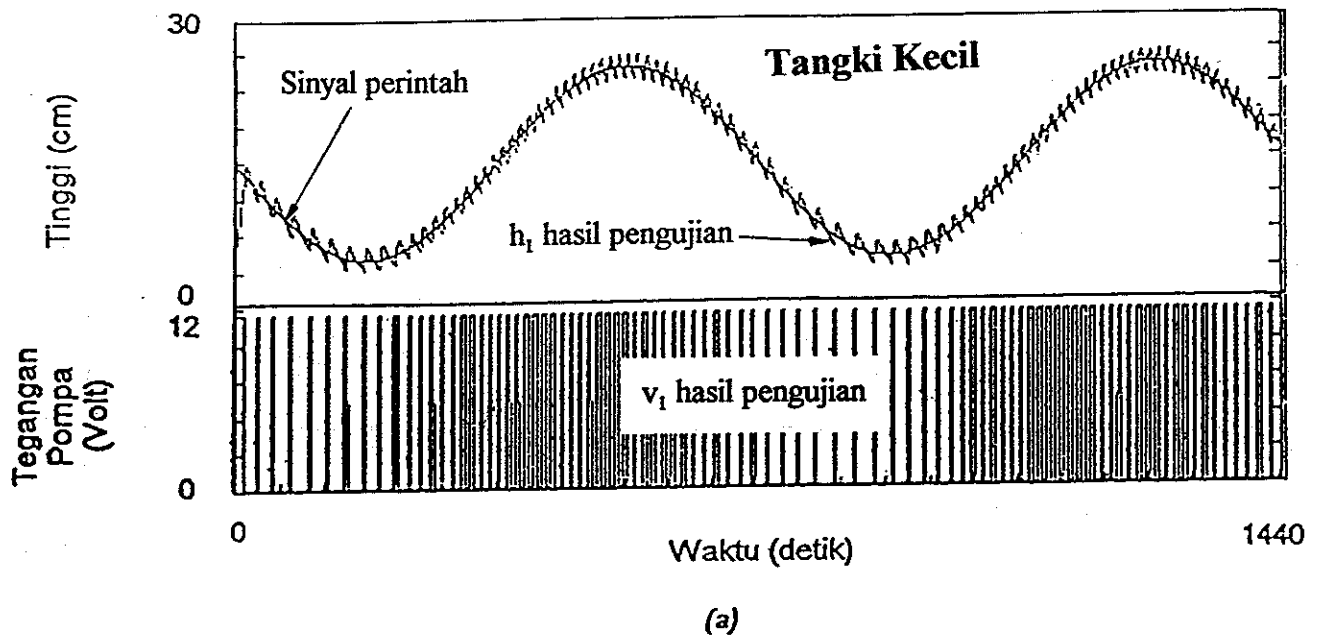
Dalam makalah ini telah dibahas tentang cara pemodelan dinamik dari komponen-komponen sistem kendali tangki ganda. Setelah semua komponen dari sistem kendali tangki ganda dimodelkan maka model dari sistem keseluruhan baru dapat disusun. Validasi sistem keseluruhan menunjukkan bahwa model yang diperoleh cukup baik dalam memprediksi perilaku dinamik dari sistem tangki ganda walaupun sistem ini bersifat tak-linier dan memiliki interaksi antar kanal.

5. Daftar Pustaka

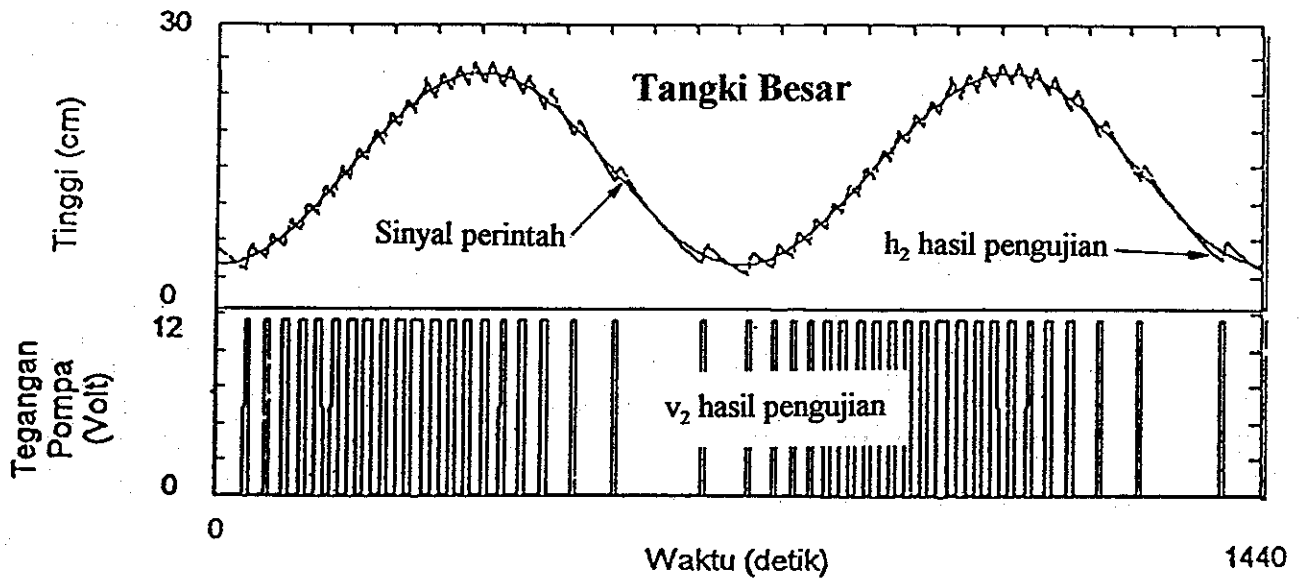
1. P. E. Wellstead, *Introduction to Physical System Modelling*, Academic Press, London, 1979.
2. R. I. Emori dan D. J. Schuring, *Scale Models in Engineering*, Pergamon Press, Exeter, 1977.
3. Z. Abidin, I. Maryanto, dan P. Sutikno, *Perancangan, Pembuatan dan Pengujian Sistem Kendali Tangki Ganda untuk Alat Peraga Kuliah Sistem Kendali*, Jurnal Teknik Mesin, Volume XI, No. 3, Bandung, 1996.
4. F. White, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1979.
5. F. H. Raven, *Automatic Control Engineering*, Fifth Ed., McGraw-Hill, Singapore, 1995.
6. N. K. Sinha dan B. Kusza, *Modeling and Identification of Dynamic Systems*, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1983.
7. M. J. Chen dan J. P. Norton, *Estimation Technique for Tracking Rapid Parameter Changes*, Int. Journal of Control, Vol. 45, No. 11, 1987.
8. Z. Abidin dan B. Porter, *Identification and Control of a Nonlinear MIMO fast Time-varying System*, ETM'93 Proceeding, Bandung, 1993.
9. Z. Abidin dan I. B. Santoso, *Implementation of Neural Network Controllers to a MIMO Unidirectional Nonlinear Plant*, ICARCV'96, Singapore, 1996.



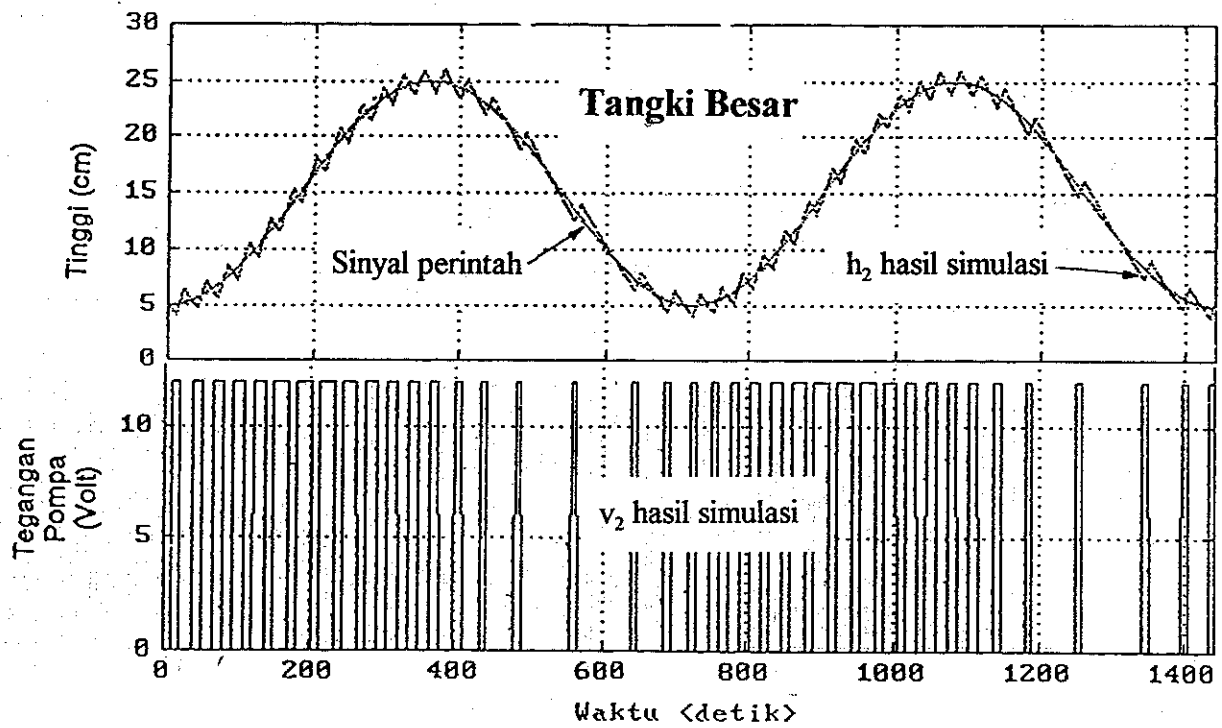
Gambar 8. Model Dinamik dari Sistem Kendali Tangki Ganda Secara Keseluruhan



Gambar 9. Validasi Model Sistem Kendali Tangki Ganda dengan Pengatur On-off dan Katup Antar Tangki dalam Keadaan Tertutup (a) Pengujian (b) Simulasi Model

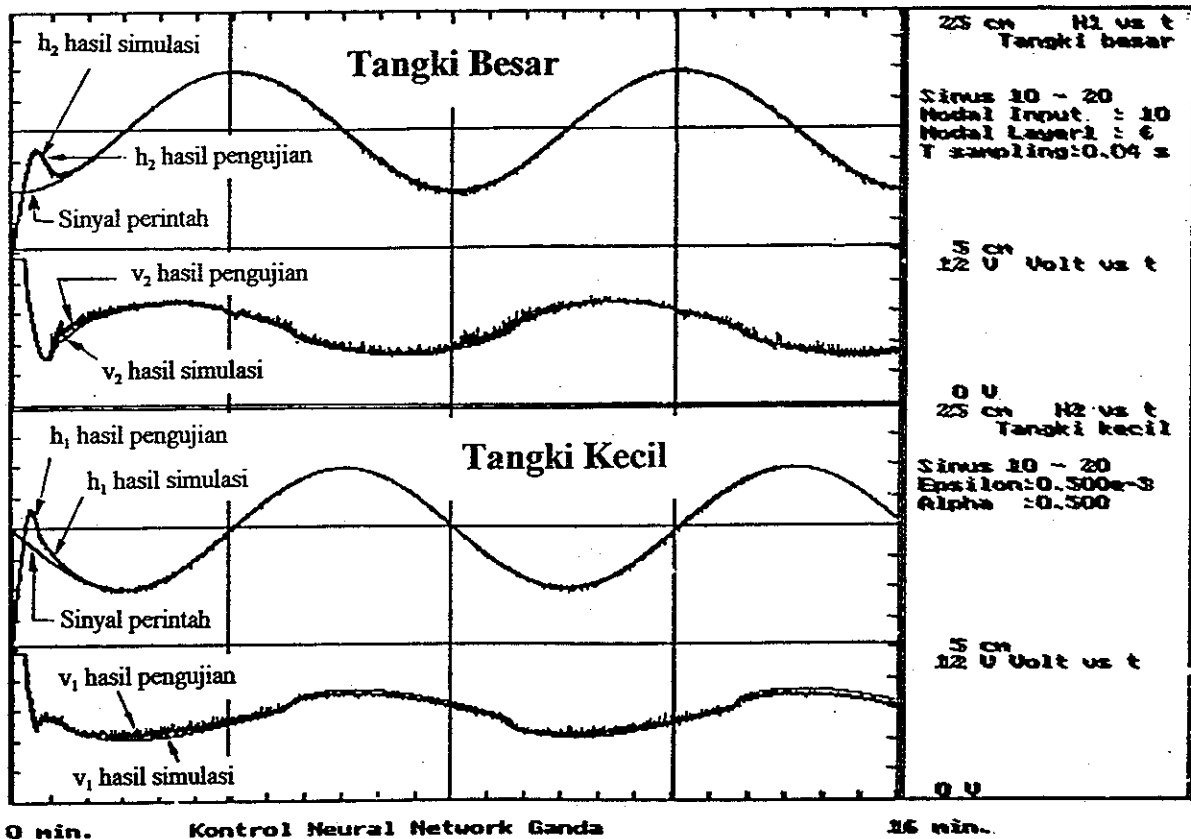


(a)

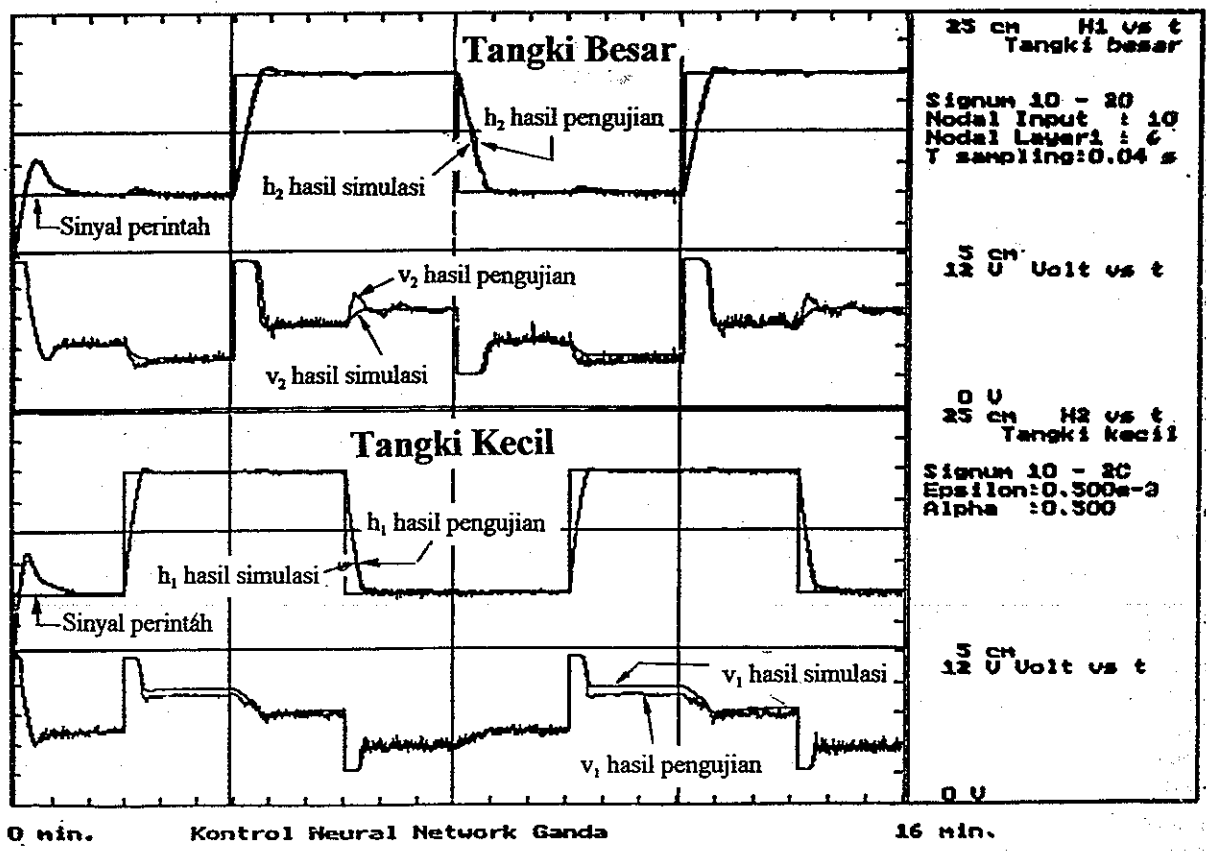


(b)

Gambar 10. Validasi Model Sistem Kendali Tangki Ganda dengan Pengatur On-off dan Katup Antar Tangki dalam Keadaan Tertutup (a) Pengujian (b) Simulasi Model



Gambar 11. Validasi Model Sistem Kendali Tangki Ganda dengan Pengatur Neuro dan Katup Antar Tangki dalam Keadaan Terbuka. Perintah Masukan Sinus.



Gambar 12. Validasi Model Sistem Kendali Tangki Ganda dengan Pengatur Neuro dan Katup Antar Tangki dalam Keadaan Terbuka. Perintah Masukan Signum.