

# PENERAPAN MODEL *UP WIND*, EKSPONENSIAL, DAN *CENTRAL DIFFERENCE* PADA METODA ANALISA SUB BULUH

Nathanael P. Tandian<sup>(1)</sup>, Aryadi Suwono<sup>(1)</sup> dan Winarto<sup>(2)</sup>

<sup>1)</sup> Lab. Termodinamika, KPP-IR ITB

E-mail: nathan@termo.pauir.itb.ac.id

<sup>2)</sup> Jurusan Teknik Mesin, FT UNIBRAW

E-mail: winmlg@yahoo.com

## Ringkasan

*Analisa sub-buluh merupakan salah satu metoda untuk menganalisa aspek termohidrolik pada reaktor nuklir atau penukar kalor. Analisa ini menghitung distribusi temperatur fluida pendingin, tekanan, kecepatan aksial, kecepatan aliran silang serta temperatur atau laju pencetusan panas bahan bakar. Makalah ini membahas usaha peningkatan ketelitian metoda sub-buluh dengan mencoba menerapkan tiga skema dalam perhitungan laju perpindahan panas adveksi aliran silang, yaitu skema up wind, eksponensial dan central difference. Hasil perhitungan program sub-buluh yang menerapkan skema up wind, eksponensial atau central difference dalam menentukan perpindahan panas adveksi aliran silang, tidak memperlihatkan perbedaan yang signifikan. Penentuan temperatur rata-rata volume atur terbaik untuk mengevaluasi sifat fisik volume atur juga dibahas dalam makalah ini. Dari penelitian yang dilakukan, terungkap bahwa ketelitian program sub-buluh dapat ditingkatkan jika nilai entalpi rata-rata volume dan rata-rata luas pada persamaan energi, serta nilai densitas rata-rata volume pada persamaan momentum aksial, dievaluasi berdasarkan temperatur titik tengah volume atur.*

## Abstract

*Sub-channel analysis is a method for analyzing thermal hydraulic aspects of nuclear reactors or heat exchangers. The analysis calculates distributions of fluid temperature, pressure, axial velocity, transverse velocity, and fuel rod temperature or heat flux. This paper deals with efforts for improving the accuracy of the sub-channel method. Three numerical schemes for evaluating transversal advective heat rates, i.e.: up wind, exponential, and central difference schemes, were compared. The differences among calculation results obtained by programs that apply these schemes were insignificant. The paper also seeks the best definition of averaged temperature for evaluating physical properties of control volume. It was found that accuracy of the sub-channel method can be improved if the volume-averaged and area-averaged enthalpy in the energy equation, and the volume-averaged density in the axial momentum equation were evaluated based on the fluid temperatures at the middle of control volumes.*

**Keywords:** *sub-channel analysis, up wind scheme, exponential scheme, central-difference scheme*

## 1. PENDAHULUAN

Analisa sub-buluh merupakan salah satu metoda untuk menganalisa aspek termohidrolika reaktor nuklir atau penukar kalor. Dengan menggunakan program komputer yang menerapkan teori sub-buluh, medan temperatur dan tekanan fluida, komponen-komponen kecepatan aliran, serta temperatur atau fluks panas pada permukaan perpindahan panas dapat dihitung dengan cukup mudah dan cepat. Satu hal yang sangat penting untuk dikembangkan adalah bagaimana meningkatkan ketelitian perhitungan metoda sub-buluh.

Pada dasarnya, analisa sub-buluh menerapkan persamaan-persamaan konservasi massa (persamaan kontinuitas), momentum, dan energi. Dalam menerapkan persamaan-persamaan tersebut harus diambil beberapa asumsi karena kompleksitas kondisi aktual serta banyak parameter yang sukar untuk dipastikan.

Pada persamaan energi terdapat suku,  $\sum_{j=1}^J w_j \{h^*\}$  yang

menyatakan laju perpindahan energi oleh aliran silang diversi dari sub-buluh  $i$  ke sub-buluh tetangganya,  $j$ , per satuan panjang volume atur sub-buluh  $i$ . Entalpi  $h^*$  pada persamaan tersebut merupakan entalpi efektif yang dibawa oleh aliran silang (entalpi pada bidang *interface* dua sub-buluh yang bersebelahan). Nilai besaran ini sangat sulit untuk ditentukan secara pasti, sehingga perlu diasumsikan. Pendekatan yang dipakai dalam pembuatan program sub-buluh selama ini adalah dengan menggunakan skema (model persamaan) "donor", yang juga dikenal dengan istilah *up wind scheme* [1], dimana  $h^*$  dianggap sama dengan  $h$  di sub-buluh asal kedatangan aliran silang.

Tulisan ini membandingkan berbagai skema penentuan entalpi efektif yang dibawa aliran silang untuk menentukan skema yang paling teliti. Ada tiga skema penentuan entalpi efektif aliran silang yang dibahas dalam tulisan ini, yaitu *up wind*, eksponensial, dan *central difference*.

## 2. METODA PEMECAHAN MASALAH

Pengaruh penerapan tiga macam model persamaan untuk menentukan entalpi efektif yang dibawa aliran silang terhadap hasil perhitungan, diteliti dengan cara membuat tiga program perhitungan yang menerapkan teori sub-buluh. Persamaan yang digunakan untuk menentukan entalpi efektif aliran silang dalam masing-masing program tersebut berbeda, yaitu persamaan *up wind*, eksponensial, dan *central difference*. Ketiga program tersebut, kemudian dipakai untuk menghitung persoalan aliran yang sama. Persoalan aliran yang diselesaikan diambil dari data peralatan dan kondisi pengujian pada penelitian yang telah dilakukan oleh Kamajaya, K [2] dan hasil analisa dengan program Fluent 4.25 yang dilakukan oleh Nazar, R [3]. Hasil perhitungan dari ketiga program tersebut kemudian dibandingkan dengan data-data yang diperoleh dari percobaan dan dari analisa dengan program Fluent.

Sebelum dipakai untuk keperluan analisa, kebenaran program komputasi divalidasi terlebih dahulu dengan hasil perhitungan yang telah dilakukan oleh peneliti lain [4, 5, 6]. Setelah program perhitungan diyakini benar, kemudian dilakukan perhitungan untuk model reaktor dengan konfigurasi dan kondisi operasi yang telah ditentukan sesuai keperluan analisa.

## 3. KAJIAN TEORITIK

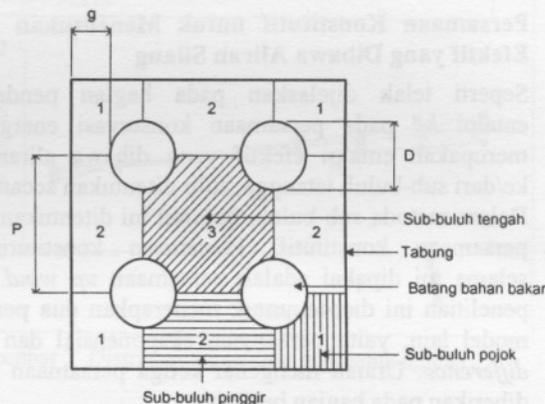
Pola susunan bahan bakar untuk model reaktor susunan bahan bakar bujursangkar dengan 4 bahan bakar dan heksagonal dengan 7 bahan bakar diperlihatkan pada Gambar 1 dan 2. Untuk jumlah bahan bakar yang lebih banyak, pola susunan bahan bakar mengikuti kedua contoh tersebut. Dimensi ketiga pada geometri reaktor tersebut adalah tinggi reaktor, dalam hal ini tegak lurus dengan bidang kertas.

Bahan bakar mencetuskan kalor yang ditransfer ke fluida pendingin yang mengalir dari bagian bawah menuju bagian atas reaktor. Fluida mengalir dalam celah yang terbentuk di antara batang-batang bahan bakar atau antara bahan bakar dan dinding reaktor. Saluran/celah ini yang selanjutnya disebut sebagai sub-buluh. Aliran fluida tersebut didominasi oleh aliran dalam arah aksial. Sesuai Gambar 1 dan 2, sub-buluh dalam reaktor dapat dibedakan menjadi tiga macam, yaitu sub-buluh tengah, sub-buluh pinggir dan sub-buluh pojok. Karena setiap sub-buluh terhubung dengan sub-buluh tetangganya, maka di samping aliran arah aksial, juga terdapat aliran arah transversal meskipun tidak dominan. Aliran ini timbul karena adanya perbedaan tekanan di antara setiap sub-buluh dengan sub-buluh tetangganya.

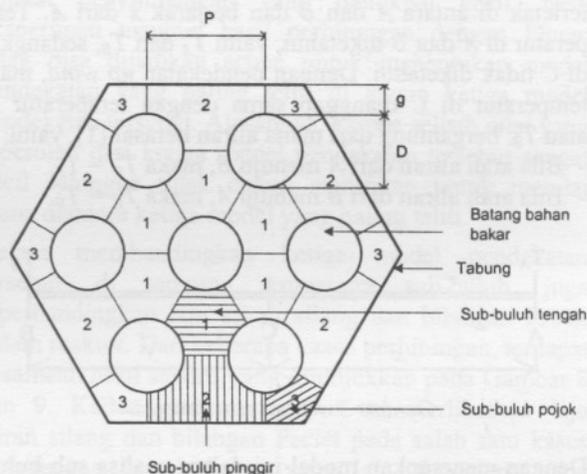
### Persamaan-persamaan Konservasi dalam Sub-buluh

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, bahwa aspek termohidrolik dalam reaktor diperoleh dengan cara menerapkan persamaan-persamaan konservasi, yaitu konservasi massa, konservasi momentum linier, dan konservasi energi. Karena ada dua arah aliran, maka persamaan konservasi momentum linier diterapkan untuk dua aliran tersebut, yaitu persamaan momentum linier aksial dan persamaan momentum linier transversal.

Sebelum menerapkan persamaan-persamaan tersebut, maka perlu didefinisikan volume atur dimana masing-masing persamaan konservasi diterapkan. Untuk persamaan konservasi massa, konservasi energi dan konservasi momentum linier aksial, digunakan volume atur yang sama, yaitu volume atur dengan penampang yang mengikuti sub-buluhnya, sedangkan panjang volume atur dalam arah aksial ( $\Delta z$ ) dapat ditentukan secara bebas. Karena aliran silang terjadi di celah (gap) antara dua sub-buluh, maka volume atur untuk persamaan konservasi momentum linier transversal dibedakan dengan volume atur untuk tiga persamaan sebelumnya. Dalam hal ini, volume atur untuk persamaan momentum transversal berupa persegi panjang yang melewati dua sub-buluh yang berdekatan, sedangkan panjang volume atur ( $\Delta z$ ) disamakan dengan panjang volume atur yang lainnya.



Gambar 1 Model reaktor susunan bahan bakar bujur sangkar dengan empat bahan bakar.



Gambar 2 Model reaktor susunan bahan bakar heksagonal dengan tujuh bahan bakar.

Persamaan-persamaan konservasi tersebut adalah sebagai berikut [4, 5, 10, 11]:

a. Persamaan konservasi massa

$$A_{fs} \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_i \rangle + \frac{\Delta \dot{m}_i}{\Delta z} = - \sum_{j=1}^J W_{ij} \quad (1)$$

b. Persamaan konservasi energi

$$A_{fi} \frac{\partial}{\partial t} [\langle \rho h \rangle_i] + \frac{\Delta}{\Delta z} [\dot{m}_i h_i] = \langle q'_i \rangle_{rb} - \sum_{j=1}^J W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] - \sum_{j=1}^J W_{ij} \{h^*\} + A_{fi} \left\langle \frac{Dp_i}{Dt} \right\rangle \quad (2)$$

c. Persamaan konservasi momentum linier aksial

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \dot{m}_i \rangle + \sum_{j=1}^J W_{ij} \{g_z^*\} + \frac{\Delta(\dot{m}_i g_{zi})}{\Delta z} = -A_{fi} \langle \rho \rangle g_z - A_{fi} \frac{\Delta \langle p \rangle}{\Delta z} - \sum_{j=1}^J W_{ij}^{*M} (g_{zi} - g_{zj}) - \left\langle \frac{F_{iz}}{\Delta z} \right\rangle \quad (3)$$

d. Persamaan konservasi momentum linier transversal

$$\frac{\partial}{\partial t} (W_{ij}^x) + \frac{\Delta}{\Delta z} (W_{ij}^x \{g_z\}) = -\frac{s_{ij}^y}{\ell} (\Delta_x \langle p \rangle) - \left\langle \frac{F_{ix}}{\ell \Delta z} \right\rangle \quad (4)$$

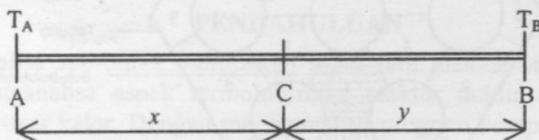
### Persamaan Konstitutif untuk Menentukan Entalpi Efektif yang Dibawa Aliran Silang

Seperti telah dijelaskan pada bagian pendahuluan, entalpi  $h^*$  pada persamaan konservasi energi, yang merupakan entalpi efektif yang dibawa aliran silang ke/dari sub-buluh tetangga, sulit ditentukan secara eksak. Dalam metoda sub-buluh, besaran ini ditentukan dengan persamaan konstitutif. Persamaan konstitutif yang selama ini dipakai adalah persamaan *up wind*. Dalam penelitian ini dicoba untuk menerapkan dua persamaan model lain, yaitu persamaan eksponensial dan *central difference*. Uraian mengenai ketiga persamaan tersebut diberikan pada bagian berikut.

#### • *Up wind* (donor)

Gambar 3 mengilustrasikan suatu aliran satu dimensi, dalam arah aliran dari A ke B, atau sebaliknya. Titik C terletak di antara A dan B dan berjarak  $x$  dari A. Temperatur di A dan B diketahui, yaitu  $T_A$  dan  $T_B$ , sedangkan di C tidak diketahui. Dengan pendekatan *up wind*, maka temperatur di C dianggap sama dengan temperatur  $T_A$  atau  $T_B$ , bergantung dari mana aliran berasal [1], yaitu:

- Bila arah aliran dari A menuju B, maka  $T_C = T_A$ ,
- Bila arah aliran dari B menuju A, maka  $T_C = T_B$ .



Gambar 3 Aliran satu dimensi.

Dengan menerapkan model ini dalam analisa sub-buluh, maka entalpi efektif yang ditransfer ke suatu sub-buluh sama dengan entalpi (yang ditentukan berdasarkan temperatur) sub-buluh tetangga asal kedatangan aliran silang, sehingga berlaku:

jika:  $W_{ij} > 0$ , maka:  $h^* = h_i$

$W_{ij} < 0$ , maka:  $h^* = h_j$  (5)

Persamaan *up wind* sangat mudah diterapkan dalam program sub-buluh. Namun demikian, pendekatan ini cenderung tidak akurat bila perpindahan panas difusi jauh lebih dominan dari perpindahan panas adveksi.

#### • *Central difference*

Metoda ini menganggap bahwa distribusi temperatur dari A sampai B adalah linier (Gambar 3) [1]. Dengan demikian temperatur  $T_C$  adalah:

$$T_C = \frac{T_A \cdot y + T_B \cdot x}{x + y} \quad (6)$$

Dengan menerapkan pendekatan ini dalam analisa sub-buluh, maka entalpi efektif yang dibawa aliran silang ditentukan berdasarkan temperatur *interface* dua sub-buluh yang berbatasan, dimana temperatur tersebut didekati dengan Persamaan (6). Dalam hal ini A dan B menunjukkan letak pusat sub-buluh yang berdekatan, sedangkan  $x$  dan  $y$  merupakan jarak kedua pusat sub-buluh tersebut dengan *interface* yang memisahkan kedua sub-buluh. Bila aliran silang sangat lambat, maka perpindahan panas difusi menjadi lebih dominan dibanding adveksi. Untuk keadaan demikian, pendekatan ini diduga akan cenderung akurat, sebaliknya jika suku adveksi lebih dominan, pendekatan ini cenderung mempunyai kesalahan yang besar.

#### • Eksponensial

Persamaan-diferensial energi untuk kasus perpindahan panas satu dimensi, kondisi *steady*, tanpa sumber panas dan melibatkan suku adveksi (konveksi) seperti Gambar 3 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{d}{dx} (\lambda g T) = \frac{d}{dx} \left( k \cdot \frac{dT}{dx} \right) \quad (7)$$

dimana  $\lambda = \rho c_p$

$g$ : kecepatan aliran

$k$ : konduktivitas fluida

$\lambda g = \text{konstan}$ .

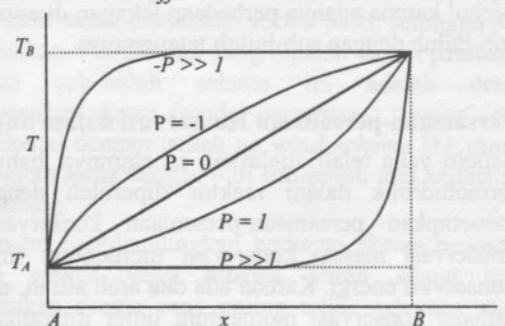
Jawab Persamaan (7) dengan syarat batas seperti pada Gambar 3 adalah sebagai berikut [1]:

$$\frac{T_C - T_A}{T_B - T_A} = \frac{\exp(Px/(x+y)) - 1}{\exp(P) - 1} \quad (8)$$

dimana  $P$  adalah bilangan *Peclet*, yang didefinisikan dengan  $P \equiv \frac{\lambda g(x+y)}{k}$ . Dengan menggunakan

Persamaan (8), maka temperatur  $T_C$  dapat ditentukan secara eksak.

Distribusi temperatur pada daerah antara A dan B dapat dilihat pada Gambar 4. Dari Gambar 4 terlihat bahwa bila  $P = -\infty$  atau  $+\infty$ , maka didapat distribusi temperatur yang sama dengan pendekatan *up wind*; bila  $P = 0$  didapat distribusi temperatur linear seperti pada pendekatan *central difference*.



Gambar 4 Distribusi temperatur sesuai persamaan eksponensial.

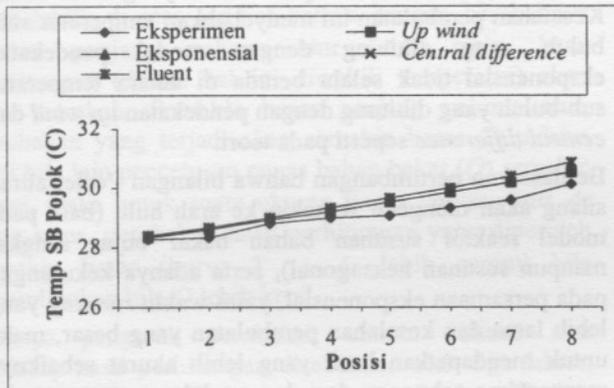
Dalam implementasi pendekatan eksponen pada analisa sub-buluh, temperatur pada *interface* yang akan menjadi dasar dalam penentuan entalpi efektif aliran silang, ditentukan dengan Persamaan (8). Temperatur  $T_A$  dan  $T_B$  adalah temperatur dua sub-buluh bersebelahan yang mengapit *interface* tersebut. Kecepatan alir dapat dihitung dengan persamaan  $\mathcal{G} = W_{ij} / \rho s_{ij}$ , dan  $x$  serta  $y$  adalah jarak kedua pusat sub-buluh dengan bidang *interface* di antara mereka.

Meskipun untuk kasus satu dimensi persamaan eksponensial memberikan jawab eksak, namun dalam sub-buluh keadaan aliran tidak lagi satu dimensi, karena aliran fluida mempunyai komponen aliran silang dan komponen aksial. Dengan demikian, pendekatan eksponensial tidak memberikan jawaban eksak bila diterapkan untuk aliran dalam reaktor. Pendekatan eksponensial memerlukan memori dan waktu perhitungan yang besar.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

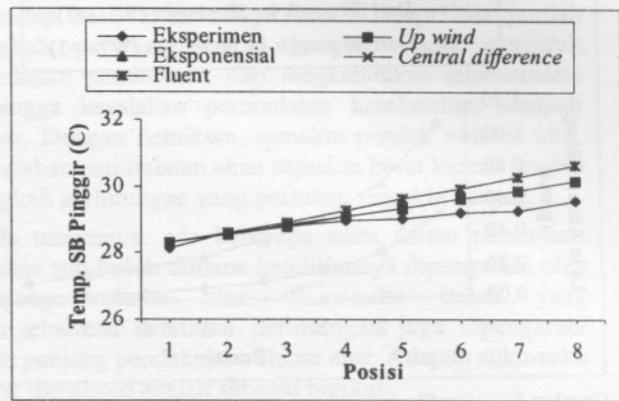
##### Penerapan Tiga Model Entalpi Efektif yang Dibawa Aliran Silang

Gambar 5, 6 dan 7 menunjukkan berbagai distribusi temperatur yang didapat dari hasil perhitungan dengan program sub-buluh, data eksperimen, dan hasil perhitungan dengan Fluent. Program sub-buluh yang digunakan menerapkan tiga macam pendekatan perhitungan entalpi aliran silang, yaitu: pendekatan *up wind*, *central difference*, dan eksponensial.

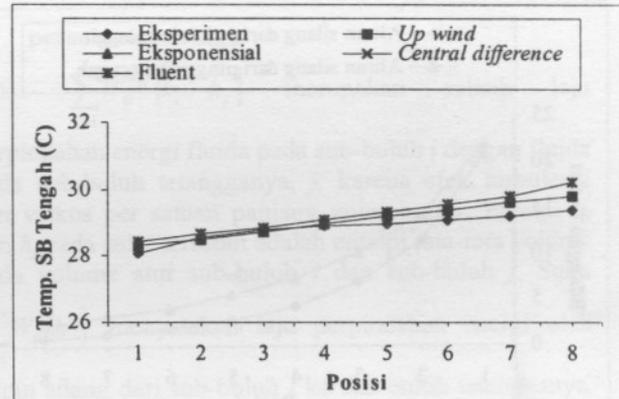


Gambar 5 Distribusi temperatur sub-buluh pojok.

Dari ketiga grafik pada Gambar 5, 6 dan 7, terlihat bahwa selisih antara temperatur sub-buluh hasil perhitungan dengan menggunakan pendekatan *up wind*, eksponensial dan *central difference* sangat kecil. Karena perbedaannya yang kecil, maka ketiga kurva pada grafik-grafik tersebut tampak berimpit. Selisih yang relatif kecil pada hasil perhitungan dengan menggunakan tiga model pendekatan tersebut disebabkan oleh perbedaan antara temperatur sub-buluh pojok, sub-buluh pinggir dan sub-buluh tengah yang relatif kecil. Ini membuat perbedaan temperatur *interface* yang dihitung dengan ketiga model persamaan tersebut juga kecil, sehingga hasil akhir yang diperoleh hampir sama.



Gambar 6 Distribusi temperatur sub-buluh pinggir.

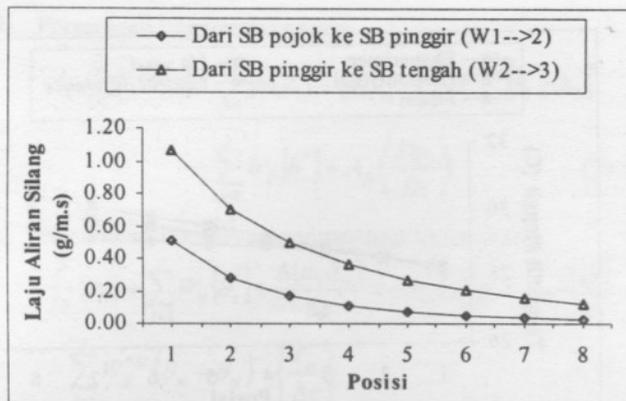


Gambar 7 Distribusi temperatur sub-buluh tengah.

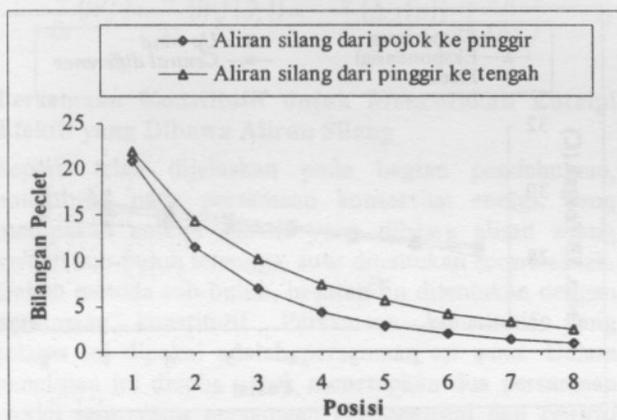
Bila dibandingkan dengan data eksperimen atau hasil perhitungan Fluent, tampak bahwa hasil perhitungan program sub-buluh hanya menyimpang sedikit dari data eksperimen atau hasil perhitungan Fluent. Dengan tingkat penyimpangan yang demikian kecil, hasil eksperimen maupun hasil perhitungan dengan Fluent tidak bisa dijadikan acuan untuk menentukan model pendekatan yang paling teliti di antara ketiga model pendekatan tersebut. Alasannya, karena selisih nilai yang diperoleh dari ketiga model pendekatan tersebut sangat kecil sehingga tidak cukup signifikan untuk menilai mana diantara ketiga model yang paling teliti.

Dalam membandingkan ketiga model pendekatan tersebut, di samping temperatur sub-buluh, juga diperbandingkan laju aliran silang dan bilangan Peclet dalam reaktor. Dari beberapa kasus perhitungan, terdapat kesamaan hasil seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8 dan 9. Kedua gambar tersebut memperlihatkan laju aliran silang dan bilangan Peclet pada salah satu kasus perhitungan (untuk kasus yang lain, fenomena yang sama juga terjadi).

Dari grafik laju aliran silang (Gambar 8) dan bilangan Peclet (Gambar 9) dapat dilihat bahwa laju aliran silang, baik aliran silang dari sub-buluh pojok ke sub-buluh pinggir maupun dari sub-buluh pinggir ke sub-buluh tengah, semakin kecil pada posisi yang lebih ke hilir. Dengan demikian, semakin ke arah hilir bilangan Peclet juga semakin kecil. Bilangan Peclet akan minimum dan cenderung konstan bila aliran sudah berkembang penuh (*fully developed*).



Gambar 8 Grafik laju aliran silang dalam model reaktor untuk suatu kasus perhitungan.



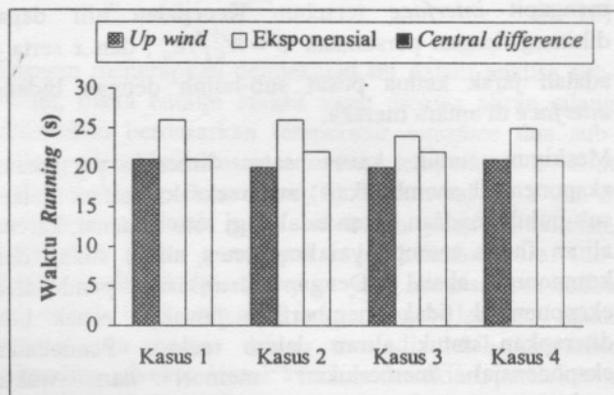
Gambar 9 Grafik bilangan Peclet dari aliran silang untuk suatu kasus perhitungan.

Pengaruh penerapan tiga model persamaan konstitutif untuk menghitung entalpi efektif aliran silang pada model reaktor susunan bahan bakar heksagonal, sama dengan hasil yang diperoleh pada susunan bahan bakar bujur sangkar. Selisih hasil perhitungan yang diperoleh dengan tiga model pendekatan tersebut kecil karena perbedaan temperatur di antara sub-buluh pojok, sub-buluh pinggir dan sub-buluh tengah relatif kecil. Fenomena aliran silang pada susunan bahan bakar heksagonal juga serupa dengan kasus susunan bahan bakar bujur sangkar, yaitu semakin ke hilir kecepatan aliran silang dan bilangan Peclet semakin kecil.

Dari fenomena-fenomena di atas, baik yang terjadi pada susunan bahan bakar bujursangkar maupun susunan bahan bakar heksagonal, maka secara teoritis dapat disimpulkan bahwa pendekatan *up wind* akan teliti di bagian-bagian awal atau hulu reaktor karena bilangan Peclet cenderung besar di daerah ini. Semakin ke hilir, berangsur-angsur bilangan Peclet mengecil, dan apabila bilangan Peclet sudah lebih kecil dari dua maka pendekatan *up wind* menjadi kurang teliti. Untuk daerah hilir, dimana bilangan Peclet lebih kecil dari dua, maka model persamaan *central difference* akan lebih teliti.

Data lain yang dapat diamati adalah lama waktu *running*. Gambar 10 memperlihatkan perbandingan waktu *running* untuk empat kasus perhitungan. Dari keempat kasus perhitungan tersebut, waktu *running* untuk pendekatan eksponensial paling lama bila dibandingkan dengan pendekatan *up wind* maupun *central difference*,

sedangkan pendekatan *up wind* paling cepat. Waktu *running* pendekatan eksponensial rata-rata 23,2 % lebih lama dibandingkan pendekatan *up wind*, dan waktu *running* pendekatan *central difference* rata-rata 5 % lebih lama dibanding pendekatan *up wind*.



Gambar 10 Perbandingan waktu *running* untuk empat kasus perhitungan.

Selain memerlukan waktu *running* yang paling lama, penerapan persamaan eksponensial memberikan bentuk persamaan elemen-elemen matrik Jacobian yang lebih kompleks (persamaan yang panjang), bila dibandingkan dengan dua pendekatan lainnya. Ini mengakibatkan jumlah operasi perhitungan yang harus dilakukan untuk membentuk matrik Jacobian dalam sistem persamaan linier menjadi lebih banyak, bila dibandingkan dengan dua model persamaan pendekatan lainnya. Karena jumlah operasi perhitungan lebih banyak, maka akan mengakibatkan kesalahan pembulatan yang lebih besar. Kesalahan pembulatan ini menyebabkan temperatur sub-buluh yang dihitung dengan model pendekatan eksponensial tidak selalu berada di antara temperatur sub-buluh yang dihitung dengan pendekatan *up wind* dan *central difference* seperti pada teori.

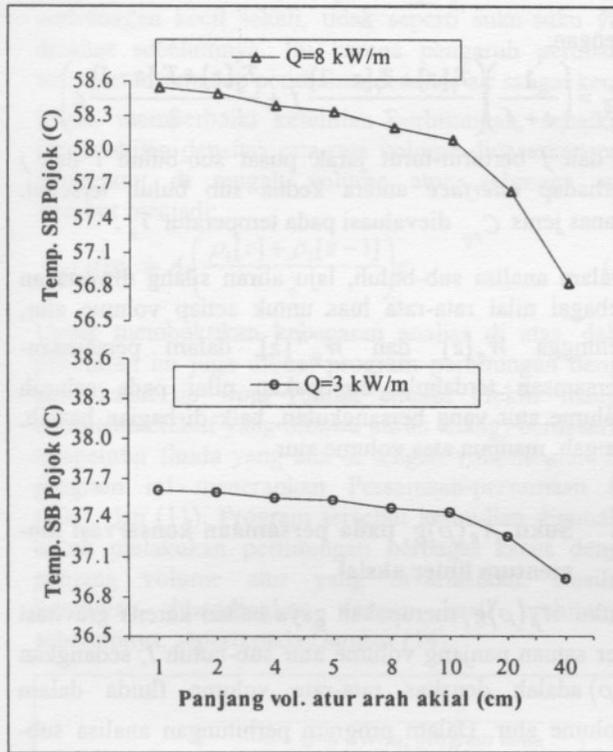
Berdasarkan pertimbangan bahwa bilangan Peclet aliran silang akan mengecil semakin ke arah hulu (baik pada model reaktor susunan bahan bakar bujur sangkar maupun susunan heksagonal), serta adanya kekurangan pada persamaan eksponensial, yaitu waktu *running* yang lebih lama dan kesalahan pembulatan yang besar, maka untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat sebaiknya menerapkan gabungan dari dua model persamaan, yaitu *up wind* dan *central difference*. Pada bagian awal (hulu), saat bilangan Peclet lebih besar dari dua, diterapkan persamaan *up wind*, sedangkan di bagian hilir apabila bilangan Peclet lebih kecil dari dua diterapkan persamaan *central difference*.

#### Pengaruh Panjang Volume Atur Arah Aksial ( $\Delta z$ )

Untuk melihat pengaruh tinggi (panjang arah aksial) volume atur terhadap hasil perhitungan, dilakukan berbagai perhitungan dengan tinggi volume atur,  $\Delta z$ , yang bervariasi. Perhitungan-perhitungan tersebut dilakukan pada dua nilai laju pencetusan panas bahan bakar, yaitu  $Q=3$  kW/m dan 8 kW/m.

Untuk memudahkan analisa, dilakukan perbandingan hasil perhitungan temperatur pada salah satu titik (posisi) dalam sub buluh, yaitu pada salah satu sub-buluh pojok.

Gambar 11 memperlihatkan temperatur sub-buluh pojok sebagai fungsi tinggi volume atur untuk dua nilai laju pencetusan panas bahan bakar.



Gambar 11 Temperatur sub-buluh pojok pada posisi 3 untuk dua kasus perhitungan.

Dari grafik di atas terlihat bahwa dengan berubahnya ukuran panjang volume atur ( $\Delta z$ ), maka hasil perhitungan (dalam hal ini diwakili temperatur) akan turut berubah. Semakin besar panjang volume atur, perubahan yang terjadi akan semakin besar. Demikian juga bila laju pencetusan panas bahan bakar ( $Q$ ) semakin besar, maka untuk suatu ukuran tinggi volume atur  $\Delta z$  yang sama, perubahan hasil perhitungan yang diperoleh semakin besar (kurva  $T$  vs  $\Delta z$  lebih curam) bila dibandingkan bila  $Q$  lebih kecil.

Adanya pengaruh perubahan ukuran volume atur terhadap hasil perhitungan disebabkan oleh tiga faktor, yaitu: kesalahan akibat pemotongan pada deret Taylor, kesalahan pembulatan selama perhitungan, dan karena adanya ketergantungan beberapa persamaan pada ukuran volume atur yang digunakan.

Kesalahan pemotongan pada deret Taylor terjadi karena persamaan-persamaan konservasi yang digunakan dalam analisa sub-buluh pada dasarnya diturunkan dengan mengikutsertakan dua suku pertama pada deret Taylor (hanya sampai suku turunan pertama), sedangkan suku selebihnya diabaikan. Semakin panjang ukuran volume atur kesalahan akibat pemotongan suku-suku ini semakin besar.

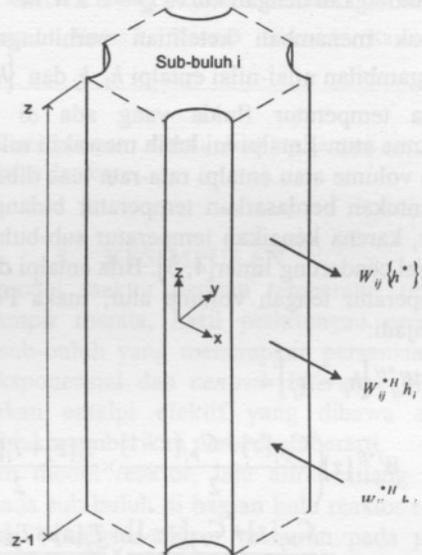
Kesalahan pembulatan terjadi karena dalam proses perhitungan, komputer selalu membulatkan bilangan yang sedang dioperasikan sampai batas ketelitian bilangan yang dapat ditanganinya. Untuk proses perhitungan yang tidak terlalu banyak, pengaruh kesalahan ini

terhadap hasil akhir sangat kecil. Tetapi bila jumlah langkah perhitung cukup banyak, maka pengaruh kesalahan pembulatan tiap langkah akan terakumulasi sehingga kesalahan pembulatan keseluruhan menjadi besar. Dengan demikian, semakin pendek volume atur, kesalahan pembulatan akan semakin besar karena jumlah langkah perhitungan yang perlukan semakin banyak.

Pada umumnya, ada beberapa suku dalam persamaan analisa sub-buluh dimana ketelitiannya dipengaruhi oleh panjang volume atur. Suku-suku inilah yang menyebabkan ketelitian perhitungan juga dipengaruhi oleh panjang pendeknya volume atur. Adapun suku-suku yang dimaksud adalah sebagai berikut:

1. Suku  $\sum_{j=1}^J W_{ij}^{*H} [h_i - h_j]$  dan  $\sum_{j=1}^J W_{ij} \{h^*\}$  pada persamaan energi.

Suku  $\sum_{j=1}^J W_{ij}^{*H} [h_i - h_j]$  merupakan selisih laju perpindahan energi fluida pada sub-buluh  $i$  dengan fluida pada sub-buluh tetangganya,  $j$ , karena efek turbulensi dan viskos per satuan panjang volume atur. Entalpi  $h_i$  dan  $h_j$  pada suku tersebut adalah entalpi rata-rata volume pada volume atur sub-buluh  $i$  dan sub-buluh  $j$ . Suku  $\sum_{j=1}^J W_{ij} \{h^*\}$  menyatakan laju perpindahan energi oleh aliran silang dari sub-buluh  $i$  ke sub-buluh tetangganya,  $j$ , per satuan panjang volume atur. Entalpi  $\{h^*\}$  adalah entalpi rata-rata permukaan pada bidang *interface* antara sub-buluh  $i$  dan sub-buluh  $j$  (lihat Gambar 12).



Gambar 12 Pertukaran energi dengan sub-buluh tetangga pada volume atur konservasi energi.

Dalam program perhitungan analisa sub-buluh yang selama ini telah dilakukan, nilai-nilai entalpi pada kedua suku tersebut ( $h_i$ ,  $h_j$  dan  $\{h^*\}$ ) didasarkan pada temperatur fluida di permukaan atas volume atur (posisi  $z$  pada Gambar 12). Misalkan pada model reaktor susunan bahan bakar bujur sangkar, untuk sub-buluh 1

yang mempunyai dua sub-buluh tetangga yang identik, yaitu sub-buluh 2, maka suku-suku perpindahan entalpi oleh turbulensi dan aliran silang masing-masing menjadi:

$$\bullet \sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = 2W_{12}^{*H} [z] (C_{p1}[z]T_1[z] - C_{p2}[z]T_2[z]) \quad (9a)$$

$$\bullet \sum_{j=1}^j W_{ij} \{h^*\} \quad (9b)$$

Jika menggunakan pendekatan *up wind* maka Persamaan (9a) menjadi:

$$\sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = \begin{cases} 2W_{12}[z]C_{p1}[z]T_1[z] & ; W_{12}[z] > 0 \\ 2W_{12}[z]C_{p2}[z]T_2[z] & ; W_{12}[z] < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Penentuan nilai-nilai entalpi  $h_i$ ,  $h_j$  dan  $\{h^*\}$  yang didasarkan pada temperatur bidang atas volume atur kurang teliti. Dari hasil analisa reaktor yang telah dilakukan sebelumnya [4, 5] diketahui bahwa temperatur sub-buluh membesar jika posisi semakin ke arah hilir (atas). Dengan demikian temperatur pada bidang atas volume atur merupakan temperatur tertinggi pada volume atur tersebut. Bila temperatur ini dipakai sebagai acuan untuk menentukan sifat rata-rata volume atau luas, maka nilai rata-rata volume atau luas yang diperoleh menjadi tidak teliti. Ketidaktelitian ini tentunya akan semakin besar bila volume atur semakin panjang karena beda temperatur pada bagian bawah dan atas volume atur semakin besar. Hal yang serupa juga terjadi bila gradien temperatur dalam arah aksial semakin besar, misalnya bila laju pencetusan kalor bahan bakar ( $Q$ ) semakin besar. Hal ini terlihat jelas pada Gambar 11, yaitu kemiringan kurva  $Q = 8 \text{ kW/m}$  lebih curam bila dibandingkan dengan kurva  $Q = 3 \text{ kW/m}$ .

Untuk menambah ketelitian perhitungan, sebaiknya pengambilan nilai-nilai entalpi  $h_i$ ,  $h_j$  dan  $\{h^*\}$  didasarkan pada temperatur fluida yang ada di tengah-tengah volume atur. Entalpi ini lebih mewakili nilai entalpi rata-rata volume atau entalpi rata-rata luas dibandingkan bila ditentukan berdasarkan temperatur bidang atas volume atur, karena kenaikan temperatur sub-buluh dalam arah aksial cenderung linier [4, 5]. Bila entalpi dievaluasi pada temperatur tengah volume atur, maka Persamaan (9a) menjadi:

$$\sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = W_{ij}^{*H} [z] \left( \frac{C_{p1}[z] + C_{p1}[z-1]}{2} \times \frac{T_i[z] + T_i[z-1]}{2} - \frac{C_{p2}[z] + C_{p2}[z-1]}{2} \times \frac{T_j[z] + T_j[z-1]}{2} \right) \quad (11)$$

Jika menggunakan pendekatan *up wind* maka Persamaan (11) menjadi:

$$\sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = W_{ij} [z] \left( \frac{C_{p1}[z] + C_{p1}[z-1]}{2} \right) \left( \frac{T_i[z] + T_i[z-1]}{2} \right) \quad (12a)$$

jika  $W_{ij}[z] > 0$  atau

$$\sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = W_{ij} [z] \left( \frac{C_{p1}[z] + C_{p1}[z-1]}{2} \right) \left( \frac{T_i[z] + T_i[z-1]}{2} \right) \quad (12b)$$

jika  $W_{ij}[z] < 0$ .

Jika menggunakan pendekatan *central difference* maka Persamaan (11) menjadi:

$$\sum_{j=1}^j W_{ij}^{*H} [h_i - h_j] = W_{ij} [z] C_{p_{ij}} T_{ij} \quad (13)$$

dengan:

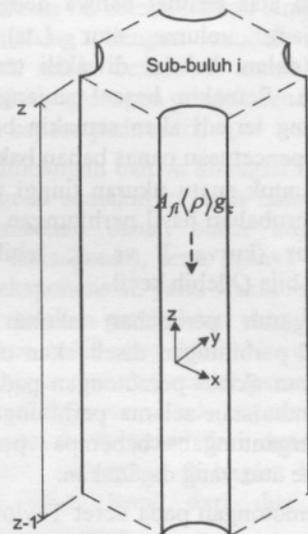
$$T_{ij} = \left( \frac{1}{e+f} \right) \left( \frac{T_i[z] + T_i[z-1]}{2} f + \frac{T_j[z] + T_j[z-1]}{2} e \right)$$

$e$  dan  $f$  berturut-turut jarak pusat sub-buluh  $i$  dan  $j$  terhadap *interface* antara kedua sub-buluh tersebut. Panas jenis  $C_{p_{ij}}$  dievaluasi pada temperatur  $T_{ij}$ .

Dalam analisa sub-buluh, laju aliran silang dinyatakan sebagai nilai rata-rata luas untuk setiap volume atur, sehingga  $W_{ij}[z]$  dan  $W_{ij}^{*H}[z]$  dalam persamaan-persamaan terdahulu merupakan nilai pada seluruh volume atur yang bersangkutan, baik di bagian bawah, tengah, maupun atas volume atur.

## 2. Suku $A_{fi} \langle \rho \rangle g_z$ pada persamaan konservasi momentum linier aksial.

Suku  $A_{fi} \langle \rho \rangle g_z$  merupakan gaya badan karena gravitasi per satuan panjang volume atur sub-buluh  $I$ , sedangkan  $\langle \rho \rangle$  adalah densitas rata-rata volume fluida dalam volume atur. Dalam program perhitungan analisa sub-buluh yang selama ini, densitas rata-rata ini dianggap sama dengan densitas fluida yang dievaluasi pada temperatur bidang atas volume atur (posisi  $z$  Gambar 13).



Gambar 13 Gaya badan pada volume atur momentum linier aksial.

Misalnya untuk gaya badan pada sub-buluh 1, suku tersebut menjadi :

$$A_{f1} \langle \rho \rangle g_z = A_{f1} \rho_1 [z] g$$

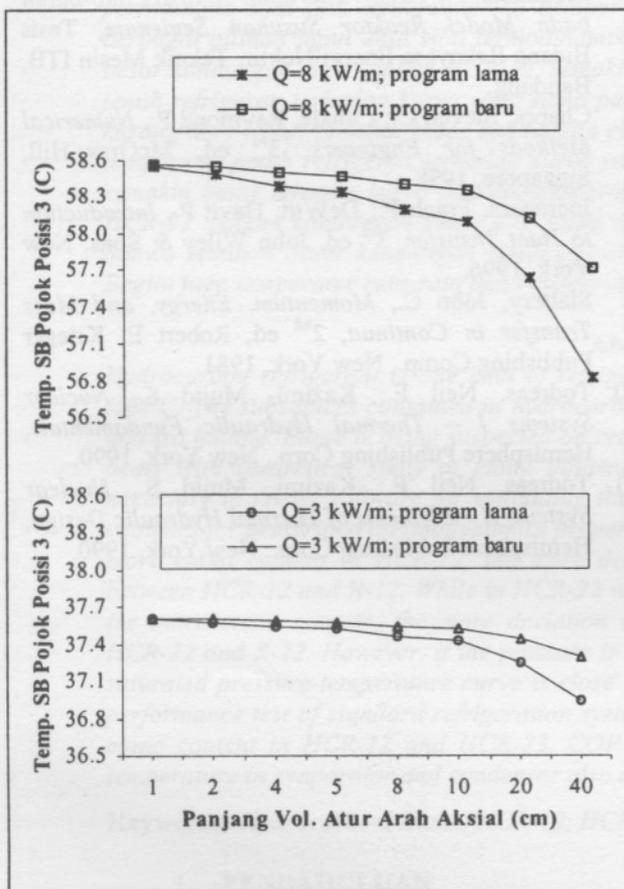
Pengambilan nilai densitas rata-rata volume  $\langle \rho \rangle$  yang didasarkan pada temperatur bidang atas, sebenarnya kurang benar dengan alasan yang sama seperti pada

analisa sebelumnya, yaitu temperatur di bidang atas tidak mewakili temperatur rata-rata untuk keseluruhan fluida dalam volume atur. Tetapi untuk densitas pengaruh variasi temperatur terhadap ketelitian hasil perhitungan kecil sekali, tidak seperti suku-suku yang dibahas sebelumnya. Ini karena pengaruh perubahan temperatur terhadap perubahan densitas air sangat kecil.

Untuk memperbaiki ketelitian perhitungan, sebaiknya pengambilan densitas rata-rata volume didasarkan pada temperatur di tengah volume atur, sehingga suku tersebut menjadi:

$$A_{\rho}(\rho)g_z = A_1 \left( \frac{\rho_1[z] + \rho_1[z-1]}{2} \right) g \quad (11)$$

Untuk membuktikan kebenaran analisa di atas, dalam penelitian ini juga dibuat program perhitungan dengan pendekatan *up wind* (untuk entalpi efektif maupun kecepatan efektif yang dibawa aliran silang) berdasarkan temperatur fluida yang ada di tengah volume atur. Jadi program ini menerapkan Persamaan-persamaan (9), (10a), dan (11). Program tersebut kemudian digunakan untuk melakukan perhitungan berbagai kasus dengan panjang volume atur yang divariasikan. Hasilnya kemudian dibandingkan dengan hasil perhitungan sebelumnya, seperti pada Gambar (14).



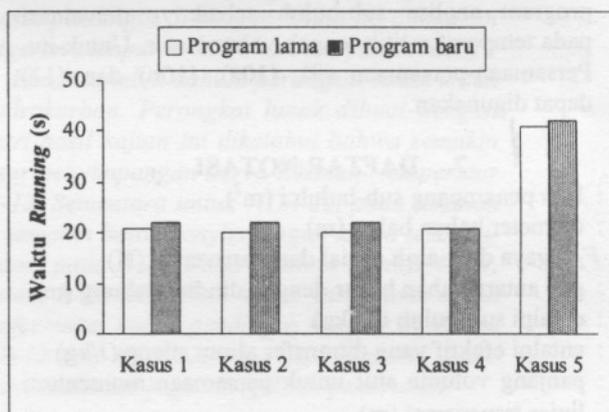
Gambar 14 Perbandingan temperatur SB pojok hasil perhitungan dengan program lama dan baru.

Pada Gambar (14), yang dimaksud program baru adalah program dengan menggunakan temperatur tengah volume atur sebagai temperatur acuan untuk menentukan suku-suku yang dibahas di atas (menerapkan Persamaan

(9), (10a), dan(11)), sedangkan program lama adalah program yang menggunakan temperatur bidang atas volume atur.

Pada Gambar (14) terlihat bahwa program baru memberikan kurva yang lebih datar dibandingkan dengan program lama. Pada ukuran panjang volume atur yang lebih pendek selisih hasil perhitungan program lama dan baru semakin kecil. Untuk ukuran panjang volume atur tertentu, selisih perhitungan kedua program untuk  $Q=8 \text{ kW/m}$  lebih besar dibandingkan untuk  $Q=3 \text{ kW/m}$ . Hasil demikian menunjukkan adanya kekurangtelitian pada beberapa suku program lama seperti yang dibahas di depan.

Waktu *running* antara program baru dengan program lama juga diperbandingkan. Perbandingan waktu *running* untuk lima kasus perhitungan ditunjukkan pada Gambar (15). Dari kelima kasus tersebut, didapat bahwa perhitungan program baru agak lambat dibandingkan dengan program lama, yaitu rata-rata 5,44 % lebih lambat, sehingga dari sisi waktu *running*, penerapan program baru tidak menjadi masalah.



Gambar 15 Perbandingan waktu running antara program lama dan baru.

## 5. KESIMPULAN

1. Untuk model reaktor dengan temperatur reaktor yang hampir merata, hasil perhitungan program analisa sub-buluh yang menerapkan persamaan *up wind*, eksponensial dan *central difference* (dalam menentukan entalpi efektif yang dibawa aliran silang) tidak memberikan perbedaan berarti.
2. Di dalam model reaktor, laju aliran silang yang terjadi pada sub-buluh di bagian hulu reaktor relatif besar dan berangsur-angsur menurun pada posisi yang semakin ke hilir. Ini berarti bilangan Peclet aliran silang pada awalnya juga besar dan semakin kecil ke arah hilir. Dengan demikian persamaan *up wind* lebih cocok diterapkan di bagian hulu, sedangkan di bagian hilir, apabila bilangan Peclet sudah lebih kecil dari dua, maka lebih baik diterapkan persamaan *central difference*.
3. Penerapan model persamaan eksponensial dalam memprediksi entalpi dan kecepatan efektif memperlambat proses perhitungan sampai 23,22% dibandingkan dengan perhitungan dengan model *up-wind*. Selain itu, penerapan model eksponensial ke

dalam program sub-buluh cukup rumit. Jadi model ekponensial tidak dianjurkan untuk diterapkan pada program perhitungan analisa sub-buluh.

4. Penggunaan temperatur permukaan atas sub-buluh untuk menganalisa sifat fisik rata-rata sub-buluh memberikan hasil yang tidak teliti, terutama apabila ukuran volume atur cukup panjang. Ini terdapat

pada suku  $\sum_{j=1}^J W_{ij}^{*H} [h_i - h_j]$  dan  $\sum_{j=1}^J W_{ij} \{h^*\}$  pada

persamaan energi, serta suku  $A_{fi} \langle \rho \rangle g_z$  pada persamaan momentum linier aksial. Penggunaan temperatur titik tengah sub-buluh untuk menganalisa sifat fisik rata-rata sub-buluh memberikan hasil yang lebih teliti tanpa menambah waktu *running* secara signifikan.

## 6. SARAN

1. Penerapan persamaan gabungan *up wind* dan *central difference* pada program analisa sub-buluh sangat dianjurkan untuk dilakukan.
2. Entalpi dan densitas rata-rata volume atau luas pada program analisa sub-buluh sebaiknya dievaluasi pada temperatur titik tengah volume atur. Untuk itu, Persamaan-persamaan (9), (10a), (10b) dan (11) dapat digunakan.

## 7. DAFTAR NOTASI

- $A_{fi}$  : luas penampang sub-buluh i ( $m^2$ )  
 $D$  : diameter bahan bakar (m)  
 $F_{iz}, F_{ix}$  : gaya drag arah aksial dan transversal (N)  
 $g$  : gap antara bahan bakar dengan dinding tabung (m)  
 $h_i$  : entalpi sub-buluh i (J/kg)  
 $h^*$  : entalpi efektif yang ditransfer aliran silang (J/kg)  
 $\ell$  : panjang volume atur untuk persamaan momentum linier transversal (m)  
 $P$  : jarak (*pitch*) antar batang bahan bakar (m)  
 $q_i$  : laju pencetus panas oleh bahan bakar (W/m)  
 $s_{ij}^y$  : gap diantara dua bahan bakar (m)  
 $\mathcal{G}_{zi}$  : laju aliran arah aksial di sub-buluh i (m/s)  
 $\mathcal{G}_{zi}^*$  : laju aliran arah aksial efektif yang ditransfer oleh aliran silang (m/s)

- $W_{ij}$  : laju aliran silang dari sub-buluh i ke j (kg/s.m)  
 $W_{ij}^{*H}, W_{ij}^{*M}$  : laju aliran silang akibat turbulensi dari sub-buluh i ke j (kg/s.m)  
 $\rho_i$  : densitas fluida sub-buluh i ( $kg/m^3$ )

## 8. DAFTAR PUSTAKA

1. Patankar, Suhas V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp., New York, 1980.
2. Kamajaya, Ketut, *Studi Eksperimental Aspek Termohidrolis Berkas Empat Pipa Susunan Sebaris pada Fasilitas Nilo 1*, Tesis Bidang Rekayasa Energi Nuklir, Teknik Mesin ITB, Bandung, 1996.
3. Nazar, Reinaldy, *Kaji Teoritik Aspek Termohidrolis Reaktor Riset pada Daya 2 MW*, Tesis Bidang Rekayasa Energi Nuklir, Teknik Mesin ITB, Bandung, 1997.
4. Imanuddin, *Penerapan Analisis Sub-buluh pada Model Reaktor Susunan Pemanas Segaris Bujursangkar*, Skripsi Teknik Mesin ITB, Bandung, 1997.
5. Jaya, Ramona, *Analisis Sub-buluh pada Model Reaktor Susunan Heksagonal*, Skripsi Teknik Mesin ITB, Bandung, 1997.
6. Munandar P., Aris, *Penerapan Analisis Sub-buluh pada Model Reaktor Susunan Segienam*, Tesis Bidang Rekayasa Energi Nuklir, Teknik Mesin ITB, Bandung.
7. Chapra, Steven C.; Canale, Raymond P., *Numerical Methods for Engineers*, 3<sup>rd</sup> ed, McGraw-Hill, Singapore, 1998.
8. Incropera, Frank P.; DeWitt, David P., *Introduction to Heat Transfer*, 3<sup>rd</sup> ed, John Wiley & Sons, New York, 1996.
9. Slaterry, John C., *Momentum, Energy, and Mass Transfer in Continua*, 2<sup>nd</sup> ed, Robert E. Krieger Publishing Comp., New York, 1981.
10. Todreas, Neil E.; Kazimi, Mujid S., *Nuclear Systems I - Thermal Hydraulic Fundamentals*, Hemisphere Publishing Corp., New York, 1990.
11. Todreas, Neil E.; Kazimi, Mujid S., *Nuclear Systems II - Elements of Thermal Hydraulic Design*, Hemisphere Publishing Corp., New York, 1990.