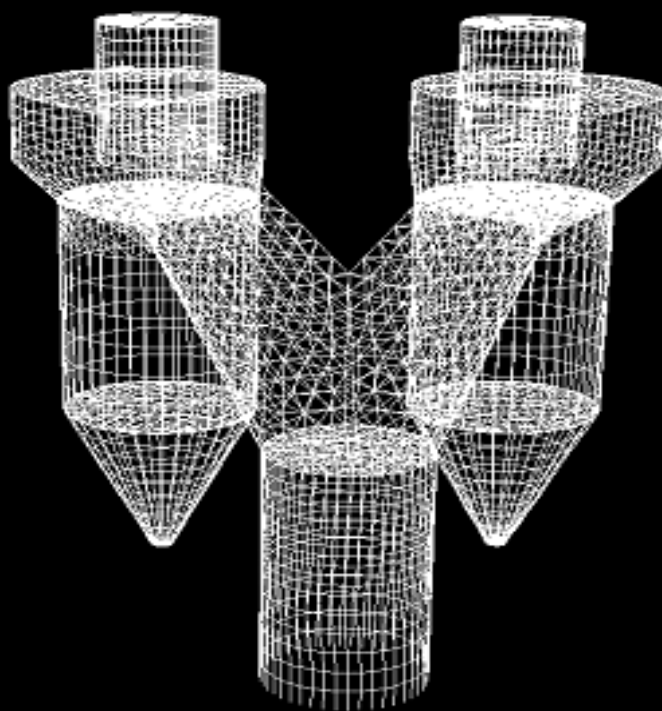


MESIN

Jurnal Teknik Mesin
Volume XIX - No. 2 - Oktober 2004



EDITOR

B. Sutjiatmo (Ketua), A. Suwono,
D. Suharto, K. Bagiasna,
S. D. Jenie, S. S. Brodjonegoro,
Abdurrachim, I. Nurhadi,
R. Suratman, P. S. Darmanto.

MITRA BESTARI

I. P. Nurprasetio (ITB)
I. S. Putra (ITB)
A. I. Mahyuddin (ITB)
Y. Yuwana (ITB)
Z. Abidin (ITB)
P. Sutikno (ITB)
T. Hardianto (ITB)
T. A. F. Soelaiman (ITB)
N. P. Tandian (ITB)
S. Wiryolukito (ITB)
A. Basuki (ITB)

REDAKSI PELAKSANA

A. D. Pasek (Ketua), I. G. W. Puja,
Indrawanto, W. Adriansyah,
A. Wibowo, I. N. Diasta.

ALAMAT REDAKSI

Gedung LITBANG Sarana dan
Prasarana-Lt.III
Institut Teknologi Bandung
Jalan Tamansari 126
Bandung 40132
Tel. :(022)-2502342
Fax: (022)-2502342
E-mail: ari@termo.pauir.itb.ac.id
nono@termo.pauir.itb.ac.id

CARA BERLANGGANAN

Permintaan berlangganan dapat
dikirimkan ke alamat redaksi di
atas.

Terbit 2 (dua) kali dalam satu tahun
Bulan April dan Oktober.

EDITORIAL

Pada Volume XIX no. 2, Jurnal mesin terbit dengan lima buah makalah. Makalah pertama yang berjudul Analisis Reaktor Kimia Berdasarkan Standar Inspeksi Berbasis Resiko API 581 ditulis oleh T.A. Fauzi Soelaiman dari Departemen Teknik Mesin ITB dan tim dari Departemen Pertambangan ITB. Makalah ini membahas pentingnya melakukan inspeksi resiko terhadap peralatan proses, dan hasil penerapan inspeksi resiko pada suatu reaktor kimia. Hasilnya menunjukkan bahwa metoda yang digunakan dapat dipakai untuk memprediksi resiko pada komponen-komponen reaktor kimia dengan cukup baik.

Makalah kedua berjudul Kaji Eksperimental dan Numerik Kinerja *Cyclo Dust Filter*, ditulis oleh Prihadi Setyo Darmanto dan Joko Sarsetyanto dari Departemen Teknik Mesin. Makalah ini membahas keandalan *Cyclo Dust Filter*, yang berupa gabungan siklon dan filter kain, dalam menyaring partikel dari aliran gas. Analisis keandalan dilakukan dengan kaji numerik dan eksperimen. Hasil analisis antara lain menunjukkan bahwa efisiensi pemisahan *Cyclo Dust Filter* dapat mencapai 99% yang menyamai efisiensi *electrostatic precipitator*. Disamping efisiensi, hasil analisis juga menunjukkan pengaruh parameter-parameter penting terhadap kinerja alat.

Carolus Bintoro, mahasiswa Departemen Teknik Mesin, beserta para pembimbingnya menulis makalah ketiga yang diberi judul: Kaji Komputasional Pengaruh Beban dan Keausan terhadap Kekakuan Bantalan Rol. Makalah ini membahas hasil kajian secara numerik pengaruh peningkatan keausan terhadap peningkatan kekakuan bantalan. Selain itu, kajian numerik yang dikembangkan juga berhasil memperlihatkan hubungan antara defleksi dan kekakuan serta gaya radial dan kekakuan sebagai fungsi dari keausan yang dinyatakan dalam *diametral clearance* (Cd).

Makalah keempat ditulis oleh Maria F. Sutanto yang merupakan mahasiswa program doktor yang melakukan penelitian di Laboratorium Termodinamika PPAU – IR ITB. Makalah ditulis bersama para pembimbingnya. Makalah ini membahas kaji eksperimen kinerja sudu turbin angin berbentuk silinder berputar yang dilengkapi dengan rotor Savonius. Hasil pengujian menunjukkan bahwa silinder yang berputar dapat digunakan sebagai sudu kincir angin karena adanya gaya angkat yang timbul dari efek Magnus yang terjadi pada silinder tersebut. Perbandingan panjang dan diameter silinder yang baik adalah 4.

Makalah terakhir ditulis oleh Ondřej Cundr dari Czech Technical University in Prague. Makalah yang berjudul *A Plausible Energy Yield from Palm Oil Mill Effluent*, membahas mengenai potensi limbah minyak kelapa sawit untuk dijadikan bahan bakar gas. Makalah ini memuat data-data potensi limbah yang dapat dimanfaatkan dan metoda gasifikasi yang mungkin diterapkan.

Akhir kata Redaksi mengucapkan selamat membaca semoga makalah-makalah dalam Jurnal Mesin memberi informasi dan pengetahuan yang bermanfaat.

MESIN

Jurnal Teknik Mesin

Vol. XIX, No. 2, Oktober 2004

No. ISSN: 0852-6095

Diterbitkan oleh : Departemen Teknik Mesin, FTI
Institut Teknologi Bandung

Surat ijin : STT No. 964/DIT-JEN/PPG/STT/1982.

DAFTAR ISI

<i>Analisis Resiko Reaktor Kimia Berdasarkan Standar Inspeksi Berbasis Resiko (Risk Based Inspection: RBI) API 581</i> T. A. Fauzi Soelaiman, Ahmad Taufik dan Tito Arya Soma	37
<i>Kaji Eksperimental dan Numerik Kinerja Cyclo Dust Filter</i> Prihadi Setyo Darmanto dan Joko Sarsetyanto	49
<i>Kaji Komputasional Pengaruh Beban dan Keausan Terhadap Kekakuan Bantalan Rol</i> Carolus Bintoro, Komang Bagiasna, Djoko Suharto dan Zainal Abidin	56
<i>Kaji Eksperimen Optimasi Koefisien Daya SKEA Jenis Poros Datar dengan Sudu Gabungan Silinder Berputar dan Rotor Savonius</i> Maria F. Soetanto, Aryadi Suwono, Prihadi S. Darmanto dan Ari D. Pasek	63
<i>A Plausible Energy Yield from Palm Oil Mill Effluent</i> Ing. Ondřej Cundr	70

M E S I N

Jurnal Teknik Mesin

Vol. XIX, No. 2, Oktober 2004

KAJI KOMPUTASIONAL PENGARUH BEBAN DAN KEAUSAN TERHADAP KEKAKUAN BANTALAN ROL

Carolus Bintoro¹, Komang Bagiasna², Djoko Suharto³, dan Zainal Abidin²

¹Mahasiswa, Dep. Teknik Mesin ITB
²Lab. Dinamika, PAU – Ilmu Rekayasa ITB
³Dep. Teknik Mesin ITB

Ringkasan

Kajian numerik tentang perubahan kekakuan bantalan rol akibat adanya peningkatan keausan dibahas pada tulisan ini. Kajian dilakukan dengan menggunakan metode kontak Hertzian dan merupakan bagian dari penelitian mengenai penentuan respon getaran pada bantalan rol akibat terjadinya peningkatan keausan. Di sini, keausan diasumsikan sebagai diametral clearance, C_d , dan gaya diasumsikan bekerja dalam arah radial. Pada kaji komputasional dapat dibuktikan bahwa peningkatan keausan akan menurunkan kekakuan bantalan. Berdasarkan kajian ini, hubungan antara defleksi dan kekakuan serta gaya radial dan kekakuan sebagai fungsi dari C_d dapat ditentukan.

Abstract

This paper explores the study of numerical determination of roller bearing stiffness as a result of wear increment by using contact Hertzian method. This study is part of the research on the determination of roller bearing vibration response as a result of wear increment. In this paper, wear is assumed as diametral clearance, C_d , and force work in radial direction. Computational method shows that increasing wear causes the decrease of stiffness. The relationship between deflection and stiffness, radial load and stiffness as a function of C_d can be determined.

key words: Roller bearing stiffness, Hertzian Contact, Diametral clearance

Notasi

C_d : diametral clearance
 E_i : modulus elastisitas
 F : gaya rata-rata bantalan.
 $J_r(\epsilon)$: radial load integral
 k : nomor elemen gelinding
 K_n : konstanta kekakuan bantalan
 K_l : konstanta kekakuan kontak garis
 K_{bij} : kekakuan bantalan, $i, j = x, y, z$
 l : panjang efektif elemen rol
 M : momen rata-rata bantalan
 n : load deflection exponent
 Q : gaya reaksi kontak lintasan luar dengan elemen gelinding.
 \bar{R} : Jari-jari ekuvalen
 R_i : radius benda bersentuhan
 r : jari-jari *pitch* bantalan
 Z : jumlah elemen gelinding.
 α : sudut kontak elemen gelinding
 β : defleksi sudut rata-rata bantalan
 δ : defleksi rata-rata bantalan
 ϵ : load distribution factor
 ν_i : bilangan nisbah Poisson

ψ : sudut elemen gelinding ke sumbu vertikal

Subscript :

b : bearing / bantalan
 i, j : penanda arah, x, y, z
 l : linear
 nl : non-linear
 m : mean / rata-rata
 r : radial
 i : inner race / lintasan dalam
 O : outer race / lintasan luar

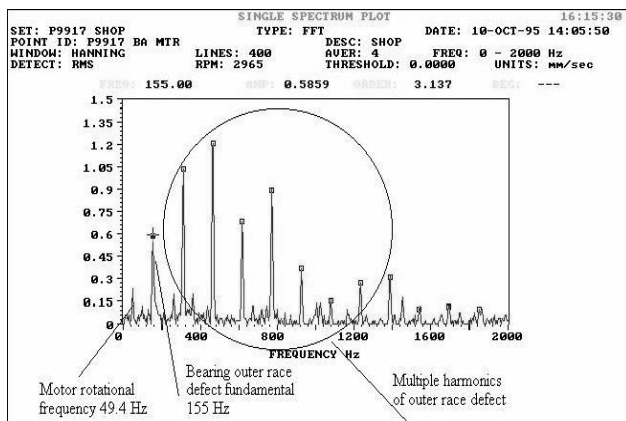
1. PENDAHULUAN

Kegiatan perawatan prediktif berbasis pemantauan sinyal getaran umumnya dilakukan dengan mengukur respon getaran pada rumah bantalan. Bantalan yang terpasang dalam rumah bantalan tersebut di samping merupakan tumpuan elemen rotasi (yaitu: poros rotor) juga merupakan elemen transmisi berbagai gaya yang bekerja pada poros rotor.

Besar respon getaran yang terjadi di rumah bantalan tergantung pada besar gaya eksitasi getaran dan karakteristik dinamik dari rakitan rumah bantalan. Dalam kasus ini gaya eksitasi getaran dapat berasal dari

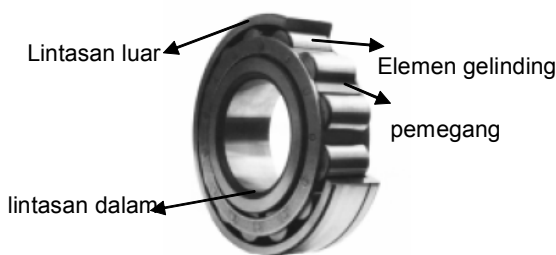
berbagai gaya dinamik yang timbul pada poros dan rotor. Sementara itu, karakteristik dinamik rakitan rumah bantalan dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah kekakuannya. Dengan demikian, analisis kekakuan non-linear bantalan menjadi penting untuk memprediksi ciri respon getaran dalam mendukung teknologi perawatan prediktif [1].

Dalam teknologi perawatan prediktif berbasis pemantauan sinyal getaran, kesalahan dalam menyimpulkan hasil pengukuran respon getaran dapat timbul oleh adanya kekakuan non-linear bantalan. Gambar 1 memperlihatkan spektrum respon getaran bantalan rol dengan cacat pada lintasan luarnya.



Gambar 1. Spektrum respon getaran akibat adanya cacat pada lintasan luar bantalan [2]

Bantalan gelinding tersusun dari lintasan luar (*outer race*), lintasan dalam (*inner race*), elemen gelinding (*roller*) dan pemegang (*cage*), seperti terlihat pada Gambar 2. Susunan tersebut memerlukan adanya *clearance* agar elemen bantalan dapat berfungsi dengan baik. Dalam penggunaannya, elemen bantalan akan mengalami gesekan yang akhirnya akan meningkatkan keausannya.



Gambar 2. Bantalan rol

Pemodelan teoritik bantalan telah banyak dilakukan [3,4] dan dimaksudkan untuk analisis kekakuan bantalan. Studi yang lebih mendalam dilakukan untuk mengetahui respon bantalan pada frekuensi tinggi [5] dan hubungannya dengan ketidaksempurnaan permukaan lintasan bantalan [6].

Beberapa penelitian yang telah dilakukan [7, 8, 9, 10] menunjukkan bahwa bantalan yang banyak digunakan

pada mesin rotasi memiliki kekakuan non-linear. Pada sistem getaran linear, hubungan antara respon getaran dan stimulusnya dapat dikorelasikan secara linear sedangkan pada kasus non-linear, respon getarannya tidak sepenuhnya mencerminkan stimulusnya [11].

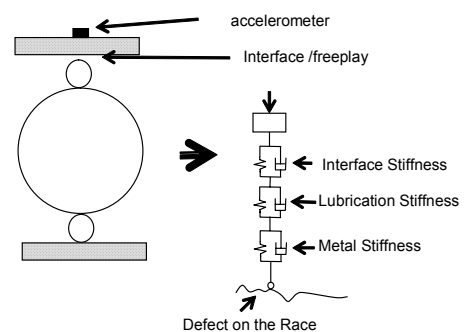
Makalah ini merupakan hasil kegiatan tahap awal dari penelitian mengenai analisis teoritik dan kaji eksperimental ciri getaran mekanik akibat keausan pada bantalan rol. Dalam pelaksanaannya, beberapa penelitian kecil pendukung dilakukan; diantaranya adalah penentuan kekakuan non-linear bantalan akibat adanya keausan. Dalam kajian ini, pembahasan akan dititikberatkan pada penentuan hubungan antara gaya dan keausan merata (*uniform*) yang digambarkan sebagai *diametral clearance* (*Cd*). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode kontak Hertzian.

2. PEMODELAN ELEMEN BANTALAN

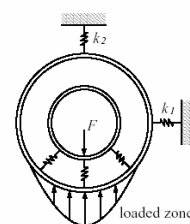
2.1. Pemodelan Fisik

Pemodelan sistem poros rotor dengan bantalan gelinding sebagai penumpunya diperlihatkan pada Gambar 3. Pada gambar tersebut tampak bahwa bantalan dimodelkan sebagai sistem pegas-peredam [12]. Dengan mengetahui besar gaya eksitasi yang bekerja serta parameter dinamik bantalan, maka dapat diperkirakan respon getaran yang terjadi. Parameter dinamik yang menjadi kajian dalam penelitian ini adalah kekakuan bantalan.

Wensing [13], memodelkan sistem bantalan menjadi sistem getaran 2 derajat kebebasan, dengan gerakan dalam arah vertikal dan horizontal seperti terlihat pada Gambar 4. Pada gambar tersebut juga diperlihatkan *load zone* akibat adanya beban radial, *F*.



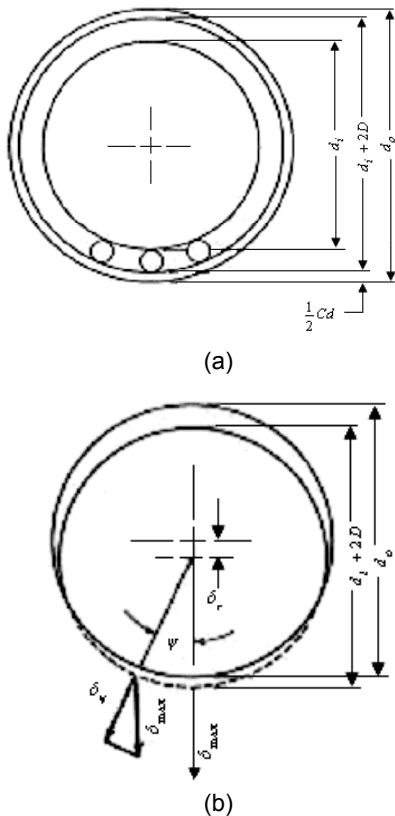
Gambar 3. Pemodelan sistem dinamik bantalan rol.



Gambar 4. Load zone bantalan rol [4]

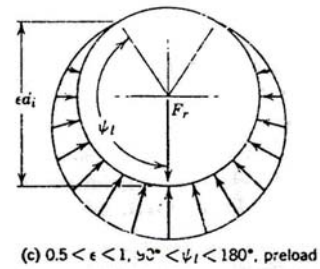
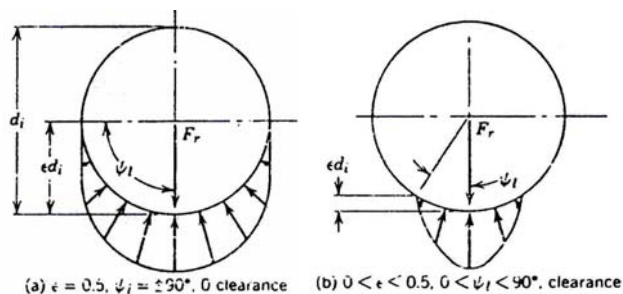
2.2. Pengaruh Load Zone

Penggambaran bantalan sebelum dan sesudah terdefleksi diperlihatkan pada Gambar 5. Defleksi tersebut disebabkan oleh gaya yang bekerja pada poros dan selanjutnya gaya tersebut diteruskan ke rumah bantalan. Fenomena tersebut dimanfaatkan pada teknologi perawatan prediktif untuk mendapatkan informasi mengenai kondisi mesin. Informasi diperoleh dengan mengukur respon getaran yang dilakukan dengan memasang sensor getaran yang orientasinya tertentu (vertikal, horizontal, atau aksial) pada rumah bantalan.



Gambar 5. (a) Bantalan sebelum terdefleksi. (b) Bantalan sesudah terdefleksi [4].

Distribusi gaya radial pada elemen gelinding (*load zone*) dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu besarnya C_d , *preload* maupun gaya radial yang bekerja pada bantalan (Gambar 4 dan 6). Besar *load zone* disimbolkan dengan *load distribution factor* ϵ yang akan mempengaruhi besar kekakuan bantalan.



Gambar 6. Distribusi beban bantalan gelinding pada berbagai C_d [4].

Pada penelitian ini kekakuan bantalan teoritis ditentukan dengan mengubah besar gaya radial yang bekerja sehingga *load zone* dan defleksi bantalan juga berubah. Hubungan gaya radial dan defleksi tersebut digunakan untuk menentukan kekakuan bantalan.

2.3. Pemodelan Kekakuan Bantalan

Lim [8], memodelkan kekakuan bantalan sebagai fungsi defleksi linear dan defleksi angular sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$[K]_{b_{i,j}} = \begin{bmatrix} \partial F_{bi} / \partial \delta_j & \partial F_{bi} / \partial \beta_j \\ \partial M_{bi} / \partial \delta_j & \partial M_{bi} / \partial \beta_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

di mana i, j menyatakan arah x, y, z . Gaya (F) dan momen (M) yang bekerja pada bantalan, diformulasikan oleh Lim dalam pers. (2) dan (3) berikut:

$$\begin{Bmatrix} F_{bxm} \\ F_{bym} \\ F_{bzm} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^z Q_k \begin{Bmatrix} \cos \alpha_k \cdot \cos \psi_k \\ \cos \alpha_k \cdot \sin \psi_k \\ \sin \alpha_k \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{bxm} \\ M_{bym} \\ M_{bzm} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^z r_k \cdot Q_k \cdot \sin \alpha_k \begin{Bmatrix} \sin \psi_k \\ -\cos \psi_k \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Pada penelitian awal ini, kajian hanya dilakukan pada gaya arah radial. Hubungan antara gaya radial dan defleksi serta distribusi beban yang terjadi telah dikaji oleh Harris [3]. Namun kekakuan bantalan oleh Harris dikaji untuk C_d nominal. Pada penelitian ini kekakuan bantalan ditentukan menggunakan kaidah kontak Hertzian dengan perubahan C_d sebagai parameter utama. Penurunannya adalah sebagai berikut:

$$Q = K_n \cdot \delta^n \quad (4)$$

K_n tergantung pada geometri dan material elemen bantalan yang bersentuhan, serta dinyatakan dalam pers. (5) berikut [14]:

$$K_n = \frac{4}{3 \cdot \pi (h_1 + h_2)} \sqrt{\bar{R}} \quad (5)$$

di mana :

$$\bar{R} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; h_s = \frac{1 - \nu_s^2}{\pi \cdot E_s}; s = 1, 2$$

Harris [4], menyederhanakan pers. (5) tersebut menjadi persamaan berikut:

$$K_n = \left[\frac{1}{(1/K_i)^{1/n} + (1/K_o)^{1/n}} \right]^n \quad (6)$$

Besar nilai n, untuk kontak garis (bantalan rol), adalah 1,11, sedangkan K_i dan K_o adalah K_i berikut:

$$K_i = 7,89 \cdot 10^4 \ell^{8/9} \quad (7)$$

Defleksi radial pada setiap posisi elemen gelinding dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\delta_\psi = \delta_r \cos\psi - \frac{1}{2} Cd \quad (8)$$

Pers. (8) di atas dapat dituliskan dalam fungsi defleksi radial maksimum sebagai berikut:

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right] \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Cd}{2\delta_r} \right) \quad (10)$$

Hubungan antara Q_ψ dan Q_{\max} dapat diturunkan dengan menggunakan pers. (4), (8) dan (9), sebagai berikut:

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^n \quad (11)$$

Dalam hal ini, gaya radial total yang bekerja sama dengan penjumlahan komponen beban radial yang bekerja pada masing-masing elemen gelinding. Dengan demikian, gaya radial yang bekerja pada bantalan dapat diformulasikan sbb:

$$F_r = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_1} Q_\psi \cdot \cos\psi \quad (12)$$

$$F_r = Q_{\max} \cdot \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_1} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^n \cdot \cos\psi \quad (13)$$

$$F_r = Z \cdot Q_{\max} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_1}^{\psi_1} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos\psi) \right]^n \cos\psi d\psi \quad (14)$$

$$F_r = Z \cdot Q_{\max} \cdot J_r(\varepsilon) \quad (15)$$

$$Q_{\max} = K_n \cdot \delta_{\psi=0}^n = K_n \cdot (\delta_r - \frac{1}{2} Cd)^n \quad (16)$$

$$F_r = Z \cdot K_n \cdot (\delta_r - \frac{1}{2} Cd)^n \cdot J_r(\varepsilon) \quad (17)$$

Pada pers. (17), defleksi bantalan (δ) di-nyatakan sebagai $(\delta_r - \frac{1}{2} Cd)$, sehingga persamaan tersebut dapat dituliskan menjadi:

$$F_r = Z \cdot K_n \cdot \delta^n \cdot J_r(\varepsilon) \quad (18)$$

Dengan menggunakan pers. (1) dan (18) maka kekakuan bantalan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$K_b = n \cdot Z \cdot K_n \cdot \delta^{n-1} \cdot J_r(\varepsilon) \quad (19)$$

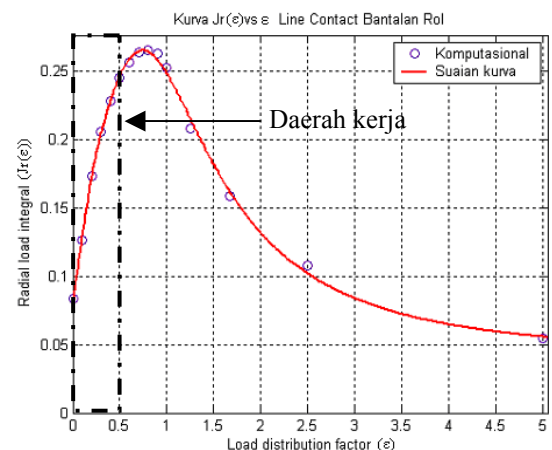
Radial load integral, $J_r(\varepsilon)$ ditentukan dengan menggunakan suaian kurva (*curve-fitting*) dari tabel hasil kaji numerik yang diperoleh Harris. Hasil suaian kurva dan $J_r(\varepsilon)$ diperlihatkan dalam Gambar (7).

Bantalan yang aus, memiliki nilai *load distribution factor* antara 0 hingga 0,5 seperti terlihat dalam Gambar 6. Dengan demikian daerah kerja pada penelitian ini ditunjukkan pada Gambar 7. Besar ε yang dihitung dengan pers. (10), akan digunakan untuk menentukan $J_r(\varepsilon)$. Hasil suaian kurva $J_r(\varepsilon)$ menghasilkan persamaan berikut:

$$J_r(\varepsilon) = \frac{p_1 \cdot \varepsilon^5 + p_2 \cdot \varepsilon^4 + p_3 \cdot \varepsilon^3 + p_4 \cdot \varepsilon^2 + p_5 \cdot \varepsilon + p_6}{\varepsilon^5 + q_1 \cdot \varepsilon^4 + q_2 \cdot \varepsilon^3 + q_3 \cdot \varepsilon^2 + q_4 \cdot \varepsilon + q_5} \quad (20)$$

Konstanta persamaan di atas adalah:

$p_1 = 3,259$	$q_1 = 131,20$
$p_2 = -30,060$	$q_2 = 126,20$
$p_3 = 133,700$	$q_3 = -134,40$
$p_4 = -125,500$	$q_4 = 77,52$
$p_5 = 90,690$	$q_5 = 130,80$
$p_6 = 10,420$	



Gambar 7. Kurva radial load integral $J_r(\varepsilon)$

Pengaruh Cd terhadap kekakuan bantalan ditentukan dengan kaji komputasional pada berbagai nilai Cd. Proses komputasi ini melalui proses iterasi dengan mengasumsikan terlebih dahulu besar ε pada pers. (10), maka selanjutnya $J_r(\varepsilon)$ dapat ditentukan berdasarkan pers. (20). $J_r(\varepsilon)$ tersebut digunakan untuk menentukan δ_r dengan menggunakan pers. (18). Hasil δ_r digunakan untuk menentukan ε pada pers. (10). Apabila besar ε perhitungan tidak sama dengan ε asumsi maka proses iterasi dilanjutkan. Ketika ε asumsi sama dengan ε perhitungan, δ_r digunakan untuk menentukan kekakuan bantalan pada pers. (19).

Besar perubahan kekakuan bantalan akibat pengaruh Cd ditentukan berdasarkan hubungan Cd dan δ_r dalam pers. (10). Hubungan tersebut digunakan untuk menyederhanakan pers. (19). Kurva persamaan tersebut merupakan fungsi ε dan memperlihatkan perubahan kekakuan akibat perubahan Cd.

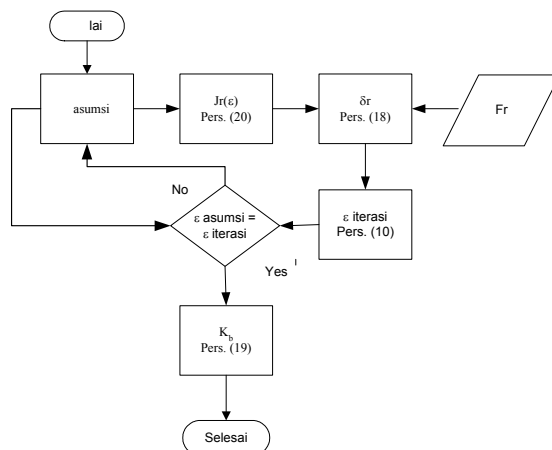
2.4. Studi Kasus

Pada penelitian ini, analisis ditunjukkan pada bantalan uji dengan spesifikasi sebagai berikut:

Merek dagang	: NTN N305
Type	: bantalan silinder rol
Diameter dalam (d)	: 25 [mm]
Diameter luar (D)	: 62 [mm]
Lebar (B atau B _i)	: 17 [mm]
Diameter <i>pitch</i>	: 43,993 [mm]
Diameter rol	: 8,9916 [mm]
Jumlah rol	: 11
Sudut kontak (α)	: 0°
<i>Basic load rating</i>	
<i>dynamic</i> (C)	: 40.200 [N]
<i>static</i> (C ₀)	: 36.500 [N]
Beban dipersyaratkan	: > 805 [N]

3. SIMULASI DAN DISKUSI

Simulasi kekakuan bantalan akibat pengaruh perubahan Cd ditentukan melalui proses iterasi yang dilakukan memakai pers. (10), (18), (19) dan (20). Secara garis besar, proses simulasi yang dilakukan dapat dinyatakan pada diagram seperti tampak pada Gambar 8.



Gambar 8. Diagram alir proses iterasi penentuan kekakuan bantalan

3.1. Hubungan Antara Cd dan δr

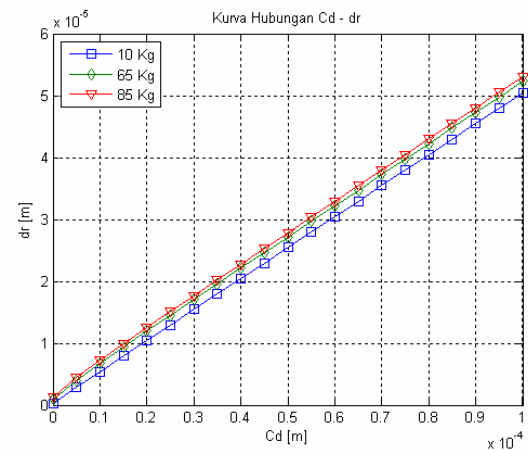
Pendekatan polinomial hubungan antara Cd dan δr dapat diperoleh dari proses suaian kurva (Gambar 9), dengan persamaan pendekatan polinomial sbb:

$$\delta r = p_1 Cd + p_2 \quad (21)$$

Koefisien p_1 dan p_2 dapat dinyatakan pada Tabel 1.

Tabel 1. Konstanta pers. hubungan antara δr dan Cd

F	p_1	p_2
10 Kg	0.5008	0.000418
30 Kg	0.5034	0.001001
50 Kg	0.5062	0.001475
65 Kg	0.5076	0.001689
75 Kg	0.5097	0.001991
85 Kg	0.5110	0.002182



Gambar 9. Kurva hubungan antara Cd dan δr

Pengaruh Cd terhadap K_b ditentukan dengan menggunakan hubungan Cd dan δr (pers. (21)). Kemudian hubungan tersebut digunakan untuk menentukan persamaan kekakuan bantalan (pers. (19)) menjadi fungsi Cd. Setelah itu persamaan kekakuan bantalan dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$K_b = n Z K_n C^{0.11} \frac{-0.4 \chi^5 + 4.7 \chi^4 + 3.9 \chi^3 + 13 \chi^2 + 6.6 \chi + 1.9}{\chi^5 + 45 \chi - 31 \chi^3 + 54 \chi^2 + 1.2 \chi + 20} \quad (22)$$

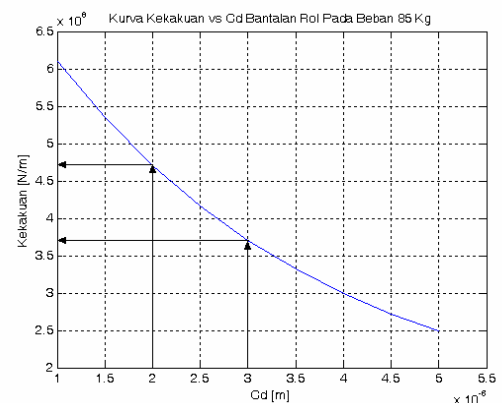
Di mana:

$$\chi = \frac{-0,24 Cd + 1,1 e^{-3}}{0,51 Cd + 2,2 e^{-3}}$$

$$C = 0,11 e^{-1} Cd + 0,22 e^{-2}$$

Koefisien χ dan C pada pers. (22) merupakan fungsi Cd, yang diperoleh dari pers. (19) pada kasus beban 85 Kg. Dengan demikian perubahan pada Cd akan mengubah besaran K_b .

Kurva K_b terhadap Cd dapat ditampilkan pada Gambar 10. Pada kurva Gambar 10 dapat diamati terjadinya perubahan kekakuan yang cukup signifikan, yakni sebesar 10^8 N/m, akibat adanya perubahan Cd yang kecil ($1 \mu\text{m}$).



Gambar 10. Kurva hubungan Cd vs Kekakuan bantalan uji pada beban 85 Kg

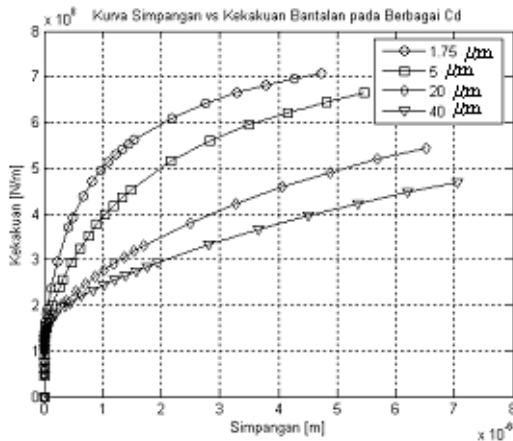
3.2. Kekakuan Non-linear

Kekakuan bantalan bersifat non-linear, sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$K_b = K_l + K_{nl} \quad (23)$$

Non-linearitas tersebut mempengaruhi respon getaran sistem.

Kekakuan non-linear bantalan ditentukan dengan suaian kurva kekakuan pada berbagai harga Cd. Hasil kaji komputasional dapat ditampilkan pada Gambar 11. Pada gambar tersebut terlihat bahwa dengan meningkatnya nilai Cd maka kekakuan bantalan rol akan menurun. Sifat tersebut sesuai dengan kurva yang diperlihatkan pada Gambar 10.



Gambar 11. Kekakuan vs Defleksi pada berbagai Cd

Pemodelan matematik dilakukan dengan menggunakan fungsi polinomial sbb:

$$K_b = c_1 \delta^3 + c_2 \delta^2 + c_3 \delta + c_4 \delta^{0.5} + c_5 \delta^{0.25} + c_6 \delta^{0.1} + c_7 \quad (24)$$

Koefisien persamaan (24) untuk berbagai Cd diperlihatkan pada Tabel 2. Pada tabel tersebut, koefisien c_1 hingga c_6 , tidak sama dengan nol, sehingga bantalan yang dikaji memiliki sifat non-linear

Tabel 2. Tabel koefisien suaian kurva polinomial kekakuan vs defleksi

Cd (μm)	Koefisien						
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
1.75	3.40E+23	1.99E+18	-1.49E+14	5.85E+11	0	0	5.93E+07
5	1.62E+24	-2.31E+19	1.23E+14	0	7.83E+09	0	4.03E+07
20	-1.07E+24	1.00E+19	1.51E+12	0	7.02E+09	0	4.50E+07
40	1.14E+23	-2.94E+18	4.73E+13	0	0	8.09E+08	-4.33E+06
100	5.70E+22	-1.10E+18	2.27E+13	0	0	8.14E+08	-4.71E+06
200	6.18E+22	-9.48E+17	1.41E+13	0	0	8.16E+08	-4.86E+06
300	6.45E+22	-9.57E+17	1.13E+13	0	0	8.16E+08	-4.91E+06

3.3. Hubungan lainnya

Pada beberapa kasus prediksi respon getaran, K merupakan besaran yang tidak diketahui. Untuk itu perlu dicari hubungan antara kekakuan dengan parameter lain yang diketahui. Dalam hal ini parameter tersebut adalah gaya radial. Hubungan tersebut dinyatakan pada kurva yang diperlihatkan pada Gambar 12.

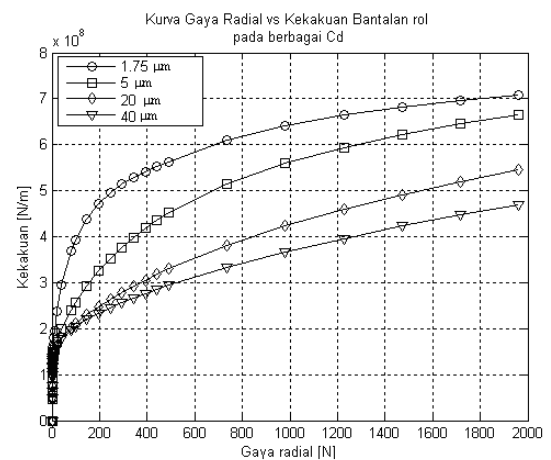
Hubungan tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan matematik dengan konstanta yang diperoleh dari suaian kurva sebagai berikut :

$$K_b = c_1 \cdot F^3 + c_2 \cdot F^2 + c_3 \cdot F + c_4 \cdot F^{0.5} + c_5 \cdot F^{0.1} + c_6 \quad (25)$$

dengan konstanta polinomial yang terdapat pada Tabel 3.

Tabel 3. Tabel koefisien suaian kurva polinomial gaya radial vs kekakuan

Cd (μm)	Koefisien					
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
1.75	-2.42E-02	1.56E+02	-6.50E+05	3.13E+07	7.90E+07	1.45E+07
5	6.70E-02	-2.86E+02	4.14E+05	5.05E+06	1.05E+08	3.86E+06
20	1.77E-02	-9.79E+01	2.77E+05	-9.13E+04	1.17E+08	2.69E+05
40	7.13E-03	-4.40E+01	1.70E+05	-6.79E+04	1.19E+08	3.04E+05
100	2.12E-03	-1.24E+01	8.23E+04	-1.71E+05	1.20E+08	2.31E+05
200	1.00E-03	-5.43E+00	4.62E+04	-1.44E+05	1.21E+08	2.56E+05
300	6.66E-04	-3.62E+00	3.29E+04	-1.34E+05	1.22E+08	2.65E+05



Gambar 12. Gaya radial vs kekakuan pada berbagai Cd

4. KESIMPULAN

Berdasarkan kaji komputasional pengaruh beban dan keausan terhadap kekakuan bantalan rol, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Pengaruh keausan (Cd) pada bantalan rol (NTN N305) terhadap kekakuan, dapat diperoleh dengan menggunakan metode kontak Hertzian. Berdasarkan hasil kaji komputasional terlihat bahwa peningkatan Cd mengakibatkan penurunan kekakuan bantalan.
2. Penurunan kekakuan bantalan rol akibat peningkatan Cd cukup signifikan. Pada Gambar 9, untuk kasus bantalan uji dengan beban 85kgf teramati bahwa peningkatan Cd dari 2 μm menjadi 3 μm , kekakuan bantalan akan turun sekitar 10^8 [N/m].
3. Hasil suaian kurva atas hasil kaji komputasional ini menunjukkan bahwa kekakuan bantalan uji untuk rentang beban dari nol sampai 600 N adalah non-linear. Untuk beban lebih besar dari 600 N, nilai Cd yang kecil (1,75 sampai 5 μm) menunjukkan kekakuan yang lebih non-linear dibandingkan dengan nilai Cd yang besar. Hal tersebut teramati dari pendekatan polinomial (pers. (24) dan (25)), dengan koefisien yang dinyatakan pada Tabel 2 dan 3, maupun Gambar 12.

5. DAFTAR PUSATAKA

1. Tiwari, R., Vyas, N.S., *Estimation of non-linear stiffness parameters of rolling element bearings from random response of rotor-bearing systems*, Journal Sound and Vibration, 1995.
2. AV Technology Ltd., E-mail Publication, Case 3, *Bearing Outer Race Defect*
3. Palmgren, A., *Ball and Rolling Bearing Analysis*, Philadelphia, SKF Industri, Inc., 3rd edition., 1959
4. Harris A.T., *Rolling Bearing Analysis*, John Willey & Sons Inc., 1991
5. McFadden, P.D., Smith, J.D., *Vibration monitoring of rolling element bearings by the high frequency resonance technique – a review*, International Journal of Tribology 17, 3 -10 , 1984.
6. Sunnersjo, C.S., *Rolling element bearing vibrations – the effects of geometrical imperfections and wear*, Jurnal of Sound and Vibration 98, 445-474, 1985.
7. White, M.F., *Rolling element bearing vibration transfer characteristics: Effect of stiffness*, Journal Applied Mechanics, 46, 677-684 (1979).
8. Lim, T.C., Singh, R., *Vibration transmission through rolling element bearings, Part I : Bearing stiffness formulation*, Journal of Sound and Vibration, 139(2), 179-199, 1990.
9. Irwanto, *Kaji teoritik dan analisis respons getaran sistem poros-rotor yang ditumpu oleh bantalan rol*, Tesis Magister, Program Studi Teknik Mesin, Program Pascasarjana ITB, 1997
10. Iskandar, I.S., *Kaji eksperimental dan analisis teoritik respons getaran sistem poros-rotor karena massa tak seimbang dan cacat pada bantalan*, Thesis Magister, Program Studi Teknik Mesin, Program Pascasarjana ITB, 1997.
11. Tjahjowidodo T., Bagiasna K., Abidin Z., Irwanto, *Respons getaran non-linear pada sistem poros-rotor, Bagian I: Pengaruh celah bantalan*, Proceedings ITB, Vol. 32, No. 1, 2000.
12. Technology Article from issue 1/96, Evolution SKF.com
13. Wensing, J. A., *On the dynamics of ball bearings*, Ph.D thesis, University Twente, Enshede, The Netherlands, 1998
14. Schwab, A.L., Meijaard, J.P., Meijers, P., *A Comparison of revolute joint clearance models in the dynamic analysis of rigid and elastic mechanical systems*, Mechanism and Machine Theory, 2002, Vol.37, pp. 895-913.