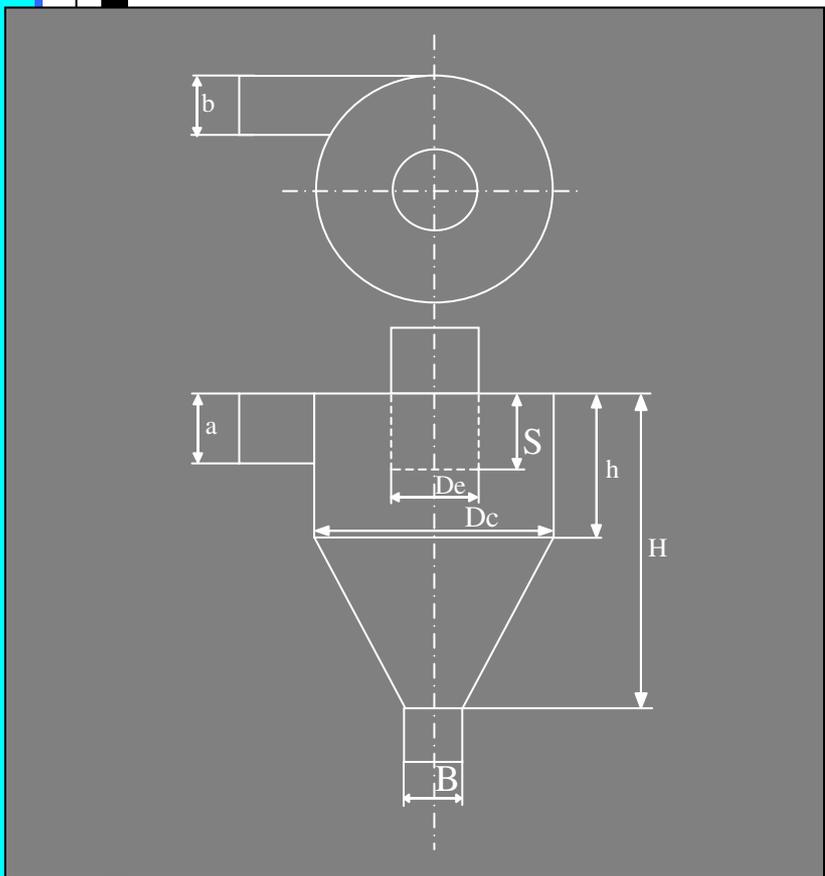


MESEKAWA

Jurnal Teknik Mesin
Volume 21 - No.1 - April 2006



EDITORIAL

EDITOR

B. Sutjiatmo (Ketua), A. Suwono,
D. Suharto, K. Bagiasna,
S. D. Jenie, S. S. Brodjonegoro,
Abdurrachim, I. Nurhadi,
R. Suratman, P. S. Darmanto.

MITRA BESTARI

I. P. Nurprasetio (ITB)
I. S. Putra (ITB)
A. I. Mahyuddin (ITB)
Y. Yuwana (ITB)
Z. Abidin (ITB)
P. Sutikno (ITB)
T. Hardianto (ITB)
T. A. F. Soelaiman (ITB)
N. P. Tandian (ITB)
S. Wiryolukito (ITB)
A. Basuki (ITB)

REDAKSI PELAKSANA

A. D. Pasek (Ketua), I. G. W. Puja,
Indrawanto, W. Adriansyah,
A. Wibowo, I. N. Diasta.

ALAMAT REDAKSI

Gedung LITBANG Sarana dan
Prasarana-Lt.III
Institut Teknologi Bandung
Jalan Tamansari 126
Bandung 40132
Tel. :(022)-2502342
Fax: (022)-2502342
E-mail: ari@termo.pauir.itb.ac.id

CARA BERLANGGANAN

Permintaan berlangganan dapat
dikirimkan ke alamat redaksi di
atas.

Terbit 2 (dua) kali dalam satu tahun
Bulan April dan Oktober.

Makalah pertama dalam Jurnal Mesin Volume 21 No.1 ini ditulis oleh Agusmian Partogi, Zainal Abidin dan Komang Bagiasna dari Laboratorium Dinamika Pusat Rekayasa Industri. Makalah ini menyajikan pengembangan model matematik dan simulasi pengaruh panjang dan waktu rekam terhadap besar kesalahan *magnitude* Fungsi Respon Frekuensi (FRF) pada pengujian dengan metode eksitasi kejut. Simulasi dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB pada empat model sistem getaran satu derajat kebebasan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa harga kesalahan *magnitude* FRF yang diperoleh sangat dekat dengan besar kesalahan yang dihitung dengan menggunakan model matematik yang dibuat.

Makalah kedua berjudul Modifikasi *Top Cyclone* untuk Meningkatkan Kinerja Suatu Pabrik Semen yang ditulis oleh Prihadi Setyo Darmanto dan Arief Syahlan dari Program Studi Teknik Mesin ITB. Pengaruh modifikasi terhadap pola aliran material dalam siklon disimulasikan dengan menggunakan perangkat lunak FLUENT 6.1. Modifikasi *Top Cyclon* ini dimaksudkan untuk meningkatkan efisiensi pemisahan material yang berakibat pada peningkatan produksi, dan juga mengurangi kadar abu batubara dan menurunkan konsumsi panas spesifik. Hasil uji lapangan pada siklon yang dimodifikasi menunjukkan bahwa hal-hal yang diinginkan tersebut dapat dicapai.

Makalah ketiga ditulis oleh S.A. Widyanto dkk. dari Jurusan Teknik Mesin Universitas Gajah Mada. Makalah ini membahas keutamaan metoda *Indirect Pressure-less Sintering* untuk mendapatkan variasi kekuatan tarik yang terpanjang dari material PVC. Pengaruh variabel-variabel penting seperti temperatur dan waktu sintering dibahas pada makalah ini, dan besaran optimum diberikan sebagai kesimpulan.

Crack Detection Using Operating Deflection Shape merupakan judul makalah ke empat yang ditulis oleh Tran Khanh Duong, alumnus mahasiswa magister teknik mesin, Program Studi Teknik Mesin ITB, bersama dengan para mantan pembimbingnya. Makalah ini menyajikan hasil-hasil kajian numerik dan eksperimental terhadap metoda deteksi retak berbasis getaran yang dikembangkan. Data-data pengukuran yang diperoleh dari *Laser Doppler Vibrometer* (LDV) dianalisis dengan metoda *Operating Deflection Shape* (ODS) yang diusulkan. Hasilnya dibandingkan dengan kajian numerik dengan menggunakan program NASTRAN. Hasil-hasil kajian pada berbagai geometri 2D dan 3D menunjukkan bahawa metoda yang dikembangkan dapat digunakan untuk mendeteksi lokasi retakan.

Makalah kelima ditulis oleh Budi Hartono Setiamarga dkk. dari Laboratorium Teknik Metalurgi, Program Studi teknik Mesin ITB. Makalah yang berjudul *Pack Carburizing* pada *Sprocket* Sepeda Motor dengan Material Baja Karbon Rendah, membahas cara-cara dan hasil proses pengerasan permukaan dengan menggunakan karbon aktif pada sebuah sprocket sepeda motor. Sebagai Kesimpulan yang diberikan adalah parameter proses optimum dan material bantu yang digunakan untuk mendapatkan *effective case depth* yang hampir sama dengan *sprocket* asli buatan Jepang.

Akhir kata Redaksi mengucapkan selamat membaca semoga makalah-makalah dalam Jurnal Mesin ini dapat memberi informasi dan pengetahuan yang bermanfaat.

MESIN

Jurnal Teknik Mesin

Vol. 21, No. 1, April 2006

Diterbitkan oleh : Program Studi Teknik Mesin, FTI
Institut Teknologi Bandung

Surat ijin : STT No. 964/DIT-JEN/PPG/STT/1982.

DAFTAR ISI

<i>Analisis besar kesalahan magnitude fungsi respon frekuensi hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut akibat keterbatasan panjang waktu rekam</i> Agusmian Partogi, Zainal Abidin dan Komang Bagiasna	1
<i>Modifikasi top cyclone untuk meningkatkan kinerja suatu pabrik semen</i> Prihadi Setyo Darmanto dan Arief Syahlan	10
<i>Influence of sintering temperature and holding time on tensile strength and shrinkage of pvc specimen on indirect pressure-less sintering process</i> S.A. Widyanto, S. Riyadi, A.E. Tontowi, Jamasri and H.S. Rochardjo	16
<i>Crack detection using operating deflection shape</i> Tran Khanh Duong, Djoko Suharto, Komang Bagiasna, Zainal Abidin	21
<i>Pack carburizing pada sprocket sepeda motor dengan material baja karbon rendah</i> Budi Hartono Setiamarga, Novi Kurniawati dan Umen Rumendi	28

M E S I N

Jurnal Teknik Mesin

Vol. 21, No. 1, April 2006

ANALISIS BESAR KESALAHAN MAGNITUDE FUNGSI RESPON FREKUENSI HASIL PENGUJIAN DENGAN METODE EKSITASI KEJUT AKIBAT KETERBATASAN PANJANG WAKTU REKAM

Agusmian Partogi, Zainal Abidin dan Komang Bagiasna

Lab. Dinamika, Pusat Rekayasa Industri - ITB
Jl. Tamansari 126, Bandung 40132
E-mail : sir-mian @ dynamic.pauir.itb.ac.id

Ringkasan

Makalah ini menyajikan analisis matematik mengenai pengaruh panjang waktu rekam terhadap besar kesalahan magnitude Fungsi Respon Frekuensi (FRF) pada pengujian dengan metode eksitasi kejut. Dalam makalah ini, digunakan asumsi bahwa nilai frekuensi pribadi teredam sama dengan kelipatan bilangan bulat positif dari resolusi frekuensi pada spektrum respon. Berdasarkan analisis ini dihasilkan sebuah persamaan untuk menghitung besar kesalahan magnitude FRF akibat terbatasnya panjang waktu rekam. Sebagai contoh ilustrasi, dalam makalah ini disajikan hasil simulasi pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut pada empat model sistem getaran satu derajat kebebasan. Simulasi ini dilakukan dengan bantuan program komputer yang dibuat pada perangkat lunak MATLAB. Hasil simulasi menunjukkan bahwa harga kesalahan magnitude FRF yang diperoleh sangat dekat dengan besar kesalahan yang dihitung dengan menggunakan persamaan teoritik yang diturunkan.

Abstract

This paper describes the mathematical analysis concerning the influence of time record length on the magnitude error of the Frequency Response Function (FRF) using impact hammer testing. In this paper, the value of damped natural frequency is assumed to be the same with the value of positive integer multiple of the frequency resolution in response spectrum. The mathematical analysis results an equation which can be used to calculate the error value of FRF magnitude due to the finite time record length. As an illustrative example, the simulated FRF using impact hammer testing on four S-DOF vibration system models is presented in this paper. The simulation is performed using a computer program which is constructed using MATLAB software. The simulation results show that the error of FRF magnitude obtained from the simulated testing is almost the same with the error value derived from theoretical equation.

keywords: Time Record Length, Frequency Response Function, Impulse Response Function, Fourier Transform, Discrete Fourier Transform

1. PENDAHULUAN

Fungsi Respon Frekuensi (FRF) merupakan salah satu faktor yang memegang peranan penting dalam kegiatan perawatan prediktif (*predictive maintenance*) berbasis pemantauan sinyal getaran. FRF memberikan gambaran mengenai karakteristik dinamik suatu sistem getaran yang ditinjau. Selain itu, FRF juga merupakan fungsi yang menghubungkan besar gaya eksitasi dengan respon getaran yang terjadi. Jadi, apabila FRF dan besar gaya eksitasi diketahui dengan akurat maka respon getaran dapat diprediksi dengan akurat. Sebaliknya, bila yang diketahui dengan akurat adalah FRF dan respon getaran maka besar gaya eksitasi dapat diprediksi dengan akurat pula.

FRF suatu sistem getaran dapat diperoleh dari hasil pemodelan maupun pengujian. Pada sistem getaran

yang sangat kompleks, pemodelan FRF biasanya sangat sulit dilakukan. Oleh karena itu, FRF dari sistem getaran semacam ini dapat diperoleh melalui pengujian. Pada dasarnya, pengujian FRF dilakukan dengan menggunakan instrumen pengakuisisi dan pengolah sinyal (*spectrum analyzer*) yang memiliki jumlah kanal minimum dua buah. Berdasarkan metode eksitasinya, pengujian FRF dibagi menjadi dua jenis, yaitu pengujian dengan menggunakan penggetar elektrodinamik (*exciter*) dan pengujian dengan menggunakan metode eksitasi kejut (*impact hammer*). Kedua metode pengujian FRF ini masing-masing memiliki keunggulan dan kelemahan, akan tetapi pengujian dengan metode eksitasi kejut lebih sering digunakan karena lebih praktis dan peralatan yang digunakan lebih sederhana. Selain itu, pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut sangat cocok digunakan pada struktur mekanik yang berukuran relatif kecil.

Beberapa hasil penelitian yang telah dilakukan oleh para peneliti sebelumnya di berbagai tempat [1-4] memperlihatkan bahwa nilai magnitudo FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut sangat dipengaruhi oleh panjang waktu rekam (*time record length*). Fenomena ini seringkali ditemukan dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut pada struktur-struktur mekanik yang relatif ringan (konstanta peluruhannya cukup kecil). Dewasa ini sudah banyak dikembangkan teknik untuk mengidentifikasi konstanta peluruhan suatu sistem getaran dengan akurat. Beberapa teknik yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi konstanta peluruhan suatu sistem getaran berdasarkan data hasil pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, diantaranya seperti yang diusulkan oleh Ahn et al, [1,2] dan Gade et al, [4].

Sayangnya, dalam penelitian-penelitian tersebut belum ada yang mengungkapkan secara matematis mengenai hubungan antara panjang waktu rekam dan besar kesalahan magnitudo FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut. Padahal, hubungan matematis ini sangat penting untuk mengetahui langkah-langkah apa saja yang perlu dilakukan, sehingga kesalahan yang cukup besar dapat dihindari dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut.

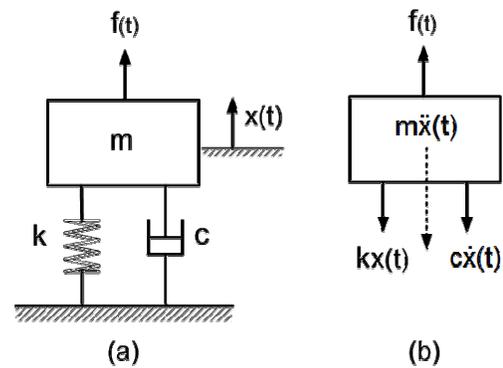
Oleh karena itu, dalam penelitian ini dilakukan analisis matematis untuk mendapatkan hubungan antara panjang waktu rekam dan besar kesalahan magnitudo FRF yang diperoleh dari hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut. Dalam makalah ini pembahasan hanya dibatasi pada analisis pengaruh keterbatasan panjang waktu rekam terhadap besar kesalahan magnitudo FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut. Sebagai contoh ilustrasi, dalam makalah ini ditunjukkan hasil simulasi pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut pada empat model sistem getaran teredam satu derajat kebebasan (1-DK). Simulasi ini dilakukan dengan bantuan program komputer yang dibuat pada sub program SIMULINK untuk sistem kontinu yang tersedia pada perangkat lunak MATLAB 7. Dalam simulasi, spektrum gaya eksitasi diasumsikan sama dengan spektrum yang dihasilkan oleh fungsi delta Dirac, yang mana nilai magnitudo fungsi ini sama dengan satu untuk semua rentang frekuensi.

2. DASAR TEORI

2.1 Persamaan Gerak

Suatu sistem getaran paksa linier teredam 1-DK dapat dimodelkan dengan sebuah pegas, redaman viskos dan massa seperti terlihat pada Gambar 1(a). Apabila prinsip D' Alembert diterapkan dalam analisis gaya, maka Diagram Benda Bebas (DBB) sistem getaran tersebut dapat digambarkan seperti tampak pada Gambar 1(b). Analisis kesetimbangan gaya pada DBB tersebut menghasilkan persamaan gerak sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum F &= 0 \\ f(t) - m\ddot{x}(t) - c\dot{x}(t) - kx(t) &= 0 \\ m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) &= f(t) \end{aligned} \quad (1)$$



Gambar 1. (a) Model sistem getaran, (b) DBB

Jika gaya eksitasi $f(t)$ pada Persamaan (1) merupakan gaya eksitasi kejut dengan impuls sebesar satu satuan, maka fungsi gaya tersebut dapat dinyatakan sebagai fungsi delta Dirac yang dinotasikan dengan $\delta(t)$. Secara matematik, fungsi delta Dirac dapat dinyatakan dalam Persamaan (2) berikut:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad (2)$$

dan

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Bila semua kondisi awal sistem getaran sama dengan nol, maka respon sistem akibat impuls satuan disebut sebagai fungsi respon impuls (*impulse response function*) dan dinotasikan dengan $h(t)$. Fungsi respon impuls $h(t)$ dengan respon berupa simpangan dapat ditentukan melalui langkah-langkah sebagai berikut [5]:

- Substitusi $x(t) = h(t)$ dan $f(t) = \delta(t)$ ke dalam Persamaan (1) diperoleh persamaan berikut:

$$m\ddot{h}(t) + c\dot{h}(t) + kh(t) = \delta(t) \quad (3)$$

$$\text{dengan } h(0) = \dot{h}(0) = 0.$$

- Integrasi Persamaan (3) terhadap waktu untuk selang integrasi sebesar $\Delta t = \tau_0$, di mana nilai τ_0 menuju nol diperoleh persamaan berikut:

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\tau_0} [m\ddot{h}(t) + c\dot{h}(t) + kh(t)] dt = \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\tau_0} \delta(t) dt = 1 \quad (4)$$

di mana

$$\begin{aligned} \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\tau_0} m\ddot{h}(t) dt &= \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} m\dot{h}(t) \Big|_0^{\tau_0} = m\dot{h}(0^+) \\ \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\tau_0} c\dot{h}(t) dt &= \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} c.h(t) \Big|_0^{\tau_0} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \int_0^{\tau_0} k.h(t) dt = 0$$

Di sini $\dot{h}(0^+)$ diartikan sebagai kecepatan sistem getaran pada waktu $t = \tau_0$. Karena kecepatan sistem getaran berubah dalam selang waktu yang sangat singkat (limit $\tau_0 \rightarrow 0$), kondisi ini menyebabkan sistem getaran tersebut tidak memiliki waktu yang cukup untuk mengalami simpangan, sehingga $h(\tau_0) = 0$. Substitusi Persamaan (5) ke dalam Persamaan (4) menghasilkan:

$$\dot{h}(0^+) = \frac{1}{m} \quad (6)$$

Persamaan (6) memiliki arti fisik bahwa impuls satuan menyebabkan terjadinya perubahan kecepatan sistem getaran dalam waktu yang sangat singkat. Oleh karena itu, pengaruh impuls satuan yang bekerja pada sistem getaran pada waktu $t = 0$ bisa dianggap sama dengan memberikan kecepatan awal ke sistem getaran tersebut sebesar $1/m$. Dengan demikian, penyelesaian Persamaan (3) dapat dilakukan dengan menganggap bahwa sistem tersebut adalah sistem getaran bebas dengan simpangan awal $h(0)$ sebesar nol dan kecepatan awal $\dot{h}(0)$ sebesar $1/m$. Jadi, fungsi respon impuls $h(t)$ untuk sistem 1-DK ini dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (7)$$

di mana

$$\begin{aligned} \omega_d &= \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \sigma &= \frac{c}{2m} = \zeta \omega_n \end{aligned}$$

Untuk gaya eksitasi $f(t)$ yang berupa fungsi sembarang, respon sistem getaran yang terjadi $x(t)$ akibat gaya eksitasi ini dapat ditentukan melalui integral konvolusi antara $f(t)$ dan $h(t)$. Secara matematik, integral konvolusi ini dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)h(\tau)d\tau \quad (8)$$

Dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, gaya eksitasi yang dibangkitkan oleh palu pemukul (*impact hammer*) merupakan gaya eksitasi dengan besar impuls sembarang (misalkan sebesar I_0). Secara matematik sinyal gaya eksitasi tersebut dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$f(t) = I_0 \cdot \delta(t) \quad (9)$$

Jadi berdasarkan Persamaan (8), sinyal respon sistem getaran $x(t)$ yang dibangkitkan oleh gaya eksitasi $f(t)$ dengan besar impuls sembarang secara matematik dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned} x(t) &= I_0 \int_0^{\infty} \delta(\tau)h(t-\tau)d\tau = I_0 h(t) \\ x(t) &= A e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) \end{aligned} \quad (10)$$

di mana $A = \frac{I_0}{m\omega_d}$

2.2 Analisis Harga Kesalahan Magnitude FRF Akibat Keterbatasan Panjang Waktu Rekam untuk Sinyal Kontinu

FRF teoritik suatu sistem getaran 1-DK yang dinotasikan dengan $H_t(j\omega)$, dapat diperoleh berdasarkan transformasi Fourier dari fungsi respon impuls $h(t)$, yaitu:

$$\begin{aligned} H_t(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{j\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) \right) e^{j\omega t} dt \\ H_t(j\omega) &= \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \end{aligned} \quad (11)$$

Apabila pada sistem getaran tersebut bekerja gaya eksitasi yang berupa fungsi sembarang, maka hubungan antara respon getaran yang terjadi dan gaya eksitasi yang bekerja dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$H_t(j\omega) = \frac{X_t(j\omega)}{F_t(j\omega)} \quad (12)$$

di mana $X_t(j\omega)$ merupakan spektrum teoritik sinyal respon getaran yang terjadi, sedangkan $F_t(j\omega)$ merupakan spektrum teoritik sinyal gaya eksitasi sembarang yang masing-masing diperoleh dari hasil transformasi Fourier.

Untuk gaya eksitasi $f(t)$ dengan besar impuls sembarang seperti yang dinyatakan dalam Persamaan (9), spektrum teoritik untuk gaya eksitasi semacam ini dinotasikan dengan $\mathcal{F}_t(j\omega)$ dan diperoleh berdasarkan transformasi Fourier Persamaan (9), yaitu:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_t(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{\infty} I_0 \delta(t) e^{-j\omega t} dt = I_0 \end{aligned} \quad (13)$$

sedangkan spektrum teoritik respon getaran yang terjadi akibat gaya eksitasi semacam ini dinotasikan dengan $\mathcal{X}_t(j\omega)$ dan diperoleh berdasarkan transformasi Fourier Persamaan (10), yaitu:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_t(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j\omega t} dt \\ &= I_0 \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) \right) e^{j\omega t} dt \\ \mathcal{X}_t(j\omega) &= \left(\frac{I_0}{k - \omega^2 m + j\omega c} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Jadi, hubungan antara respon getaran yang terjadi dan gaya eksitasi dengan besar impuls sembarang dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (12), yaitu:

$$H_t(j\omega) = \frac{\mathcal{X}_t(j\omega)}{\mathcal{F}_t(j\omega)} = \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \quad (15)$$

pada Persamaan (15) dapat dilihat dengan jelas bahwa FRF teoritik yang diperoleh untuk gaya eksitasi dengan besar impuls sembarang sama dengan FRF teoritik yang diperoleh untuk gaya eksitasi dengan impuls satuan [bandingkan dengan Persamaan (11)].

Karena keterbatasan memori pada peralatan *spectrum analyzer*, maka sinyal respon dan sinyal gaya eksitasi hanya bisa diukur dalam rentang waktu yang terbatas yaitu sebesar T_r (untuk selanjutnya, dalam makalah ini notasi T_r menyatakan panjang waktu rekam). Dengan demikian, gaya eksitasi dengan besar impuls sembarang dan respon getaran yang diukur, secara matematik dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$f_m(t) = f(t) [u(t) - u(t - T_r)]$$

$$f_m(t) = I_0 \delta(t) [u(t) - u(t - T_r)] \quad (16)$$

dan

$$\begin{aligned} x_m(t) &= x(t) [u(t) - u(t - T_r)] \\ x_m(t) &= Ae^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) [u(t) - u(t - T_r)] \end{aligned} \quad (17)$$

yang mana $f_m(t)$ merupakan sinyal gaya ekstasi kejut yang diukur, $x_m(t)$ merupakan sinyal respon getaran yang diukur, $u(t)$ merupakan fungsi step satuan, dan $u(t - T_r)$ merupakan fungsi step satuan yang digeser sebesar T_r dalam arah sumbu t positif.

Selanjutnya, spektrum gaya eksitasi kejut terukur $F_m(j\omega)$ diperoleh dari hasil transformasi Fourier terhadap sinyal gaya eksitasi kejut yang diukur $f_m(t)$, sehingga secara matematis dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\begin{aligned} F_m(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_m(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_0^{T_r} I_0 \delta(t) e^{-j\omega t} dt = I_0 \end{aligned} \quad (18)$$

Pada Persamaan (18) terlihat bahwa spektrum gaya eksitasi kejut yang terukur bernilai konstan dan tidak dipengaruhi oleh panjang waktu rekam. Selain itu, terlihat juga bahwa spektrum gaya eksitasi kejut terukur $F_m(j\omega)$ sama dengan spektrum gaya eksitasi kejut teoritik $\mathcal{F}_i(j\omega)$ [bandingkan dengan Persamaan (13)].

Sejalan dengan pernyataan di atas, spektrum respon getaran terukur $X_m(j\omega)$ dapat dihitung berdasarkan transformasi Fourier sinyal respon getaran yang diukur yaitu sebagai berikut [1,2]:

$$\begin{aligned} X_m(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_m(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= I_0 \int_0^{T_r} \left(\frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t) \right) e^{-j\omega t} dt \\ X_m(j\omega) &= \left(\frac{I_0}{k - \omega^2 m + j\omega c} \right) [1 - \varepsilon(j\omega)] \\ X_m(j\omega) &= \mathcal{X}(j\omega) [1 - \varepsilon(j\omega)] \end{aligned} \quad (19)$$

di mana

$$\begin{aligned} \varepsilon(j\omega) &= e^{(-\sigma - j\omega)T_r} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_d T_r) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\omega_d T_r) + j \frac{\omega}{\omega_d} \sin(\omega_d T_r) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

Pada Persamaan (19) terlihat bahwa spektrum respon terukur merupakan fungsi dari $\varepsilon(j\omega)$. Di sini, $\varepsilon(j\omega)$ merupakan besar kesalahan spektrum respon akibat terbatasnya panjang waktu rekam. Selanjutnya, Persamaan (20) memperlihatkan besar kesalahan magnitude spektrum respon sebagai fungsi dari panjang waktu rekam. Selain itu, pada Persamaan (20) juga terlihat bahwa besar kesalahan magnitude spektrum respon akan menjadi nol bila panjang waktu rekam T_r menuju tak berhingga.

Seperti halnya FRF teoritik yang dinyatakan dalam Persamaan (12), FRF hasil pengukuran $H_m(j\omega)$ yang diperoleh dari spektrum gaya eksitasi terukur $F_m(j\omega)$ dan respon getaran terukur $X_m(j\omega)$ adalah:

$$\begin{aligned} H_m(j\omega) &= \frac{X_m(j\omega)}{F_m(j\omega)} \\ &= \left(\frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \right) [1 - \varepsilon(j\omega)] \\ &= H_t(j\omega) [1 - \varepsilon(j\omega)] \end{aligned} \quad (21)$$

Dari Persamaan (20) dan (21) dapat disimpulkan bahwa apabila panjang waktu rekam T_r menuju tak berhingga, maka magnitude FRF yang diperoleh dari pengujian dengan metode eksitasi kejut akan sama dengan magnitude FRF teoritik.

2.3 Analisis Besar Kesalahan Magnitude FRF Akibat Keterbatasan Panjang Waktu Rekam untuk Sinyal Diskrit

Seperti yang telah diketahui, dewasa ini hampir semua *spectrum analyzer* bekerja secara digital. Pada peralatan ini, sinyal yang diperoleh dari hasil pengujian terlebih dahulu didiskritisasi dan selanjutnya baru dilakukan pemrosesan sinyal. Bila respon sistem getaran akibat impuls satuan diukur dengan panjang waktu rekam sebesar T_r dan selanjutnya didiskritisasi, maka secara matematik sinyal ini dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$h(t_n) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t_n} \sin \omega_d t_n [u(t_n) - u(t_n - T_r)] \quad (22)$$

Transformasi Fourier Diskrit (*Discrete Fourier Transform*) Persamaan (22) menghasilkan:

$$H(j\omega_k) = T_r \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{m\omega_d} e^{-\sigma t_n} \sin(\omega_d t_n) e^{-j\omega_k t_n} \quad (23)$$

dimana

$$\begin{aligned} t_n &= n.T && ; n \in \mathbf{Z}^+ \\ T &= 1/f_s \\ T_r &= N.T \\ \Delta f &= 1/T_r \\ \omega_k &= k.\Delta\omega && ; k \in \mathbf{Z}^+ \\ \Delta\omega &= 2\pi.\Delta f \\ j &= \sqrt{-1} \end{aligned}$$

dalam persamaan-persamaan di atas, T menyatakan periode pencuplikan, n menyatakan urutan pencuplikan sinyal, N menyatakan jumlah data sinyal yang diukur, f_s menyatakan frekuensi cuplik (*sampling frequency*), Δf menyatakan resolusi frekuensi, k menyatakan urutan frekuensi dalam domain frekuensi dan \mathbf{Z}^+ menyatakan himpunan semua bilangan bulat positif. Selain itu, pada persamaan di atas juga terlihat bahwa panjang waktu rekam berbanding terbalik dengan resolusi frekuensi. Jadi, semakin besar panjang waktu rekam, semakin kecil nilai resolusi frekuensi (resolusi tinggi). Sebaliknya, semakin kecil panjang waktu rekam, semakin besar pula nilai resolusi frekuensi (resolusi rendah).

Pada *spectrum analyzer* yang umum digunakan (sebagai contoh **MSA hp 35650A**), frekuensi pencuplikan dan resolusi frekuensi dapat ditentukan melalui pemilihan parameter pengujian berupa rentang frekuensi (f_{span}) dan jumlah garis frekuensi (N_f). Hubungan antara frekuensi

pencuplikan dan rentang frekuensi pada *spectrum analyzer* yang umum digunakan adalah sebagai berikut:

$$f_s = 2,56 \times f_{\text{span}} \quad (24)$$

sedangkan hubungan antara resolusi frekuensi, frekuensi span dan jumlah garis frekuensi adalah sebagai berikut:

$$\Delta f = \frac{f_{\text{span}}}{N_f} \quad (25)$$

Jadi, bila panjang waktu rekam yang diinginkan cukup panjang maka N_f yang dipilih harus sebesar mungkin. Sebaliknya, bila frekuensi pencuplikan yang diinginkan cukup tinggi maka f_{span} yang dipilih harus cukup tinggi pula.

Bila frekuensi pribadi teredam (ω_d) diasumsikan merupakan kelipatan bilangan bulat positif (s) dari resolusi frekuensi atau dengan kata lain frekuensi pribadi teredam berimpit dengan garis frekuensi (*frequency line*), maka secara matematik hubungan antar ketiga parameter ini dapat ditulis dalam persamaan berikut:

$$\omega_d = s \cdot \Delta\omega = s \cdot 2\pi\Delta f \quad ; s \in \mathbf{Z}^+ \quad (26)$$

Padahal, berdasarkan formula Euler:

$$\sin(s\Delta\omega \cdot nT) = \frac{e^{j \cdot s\Delta\omega \cdot nT} - e^{-j \cdot s\Delta\omega \cdot nT}}{2j} \quad (27)$$

Oleh karena itu, dengan mensubstitusikan Persamaan (26) dan (27) ke dalam Persamaan (23) diperoleh:

$$H(j\omega_k) = \frac{T_r}{m\omega_d} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\sigma \cdot nT} \cdot \frac{1}{2j} \left[e^{j(s-k)\Delta\omega \cdot nT} - e^{-j(s+k)\Delta\omega \cdot nT} \right] \quad (28)$$

Persamaan (28) dapat disederhanakan dan ditulis dalam bentuk persamaan berikut:

$$H(j\omega_k) = \frac{T_r}{N} \cdot \frac{1}{m\omega_d} \left[\frac{1}{2j} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ e^{-(\sigma T_r - j \cdot 2\pi \cdot (s-k))/N} \right\}^n - \frac{1}{2j} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ e^{-(\sigma T_r + j \cdot 2\pi \cdot (s+k))/N} \right\}^n \right] \quad (29)$$

Karena Persamaan (29) merupakan persamaan deret geometri berhingga, maka penyelesaian persamaan ini akan menghasilkan persamaan berikut:

$$H(j\omega_k) = \frac{T_r}{2j} \cdot \frac{1}{m\omega_d} \left[\frac{1 - e^{-(\sigma T_r - j \cdot 2\pi \cdot (s-k))}}{N \left\{ 1 - e^{-(\sigma T_r - j \cdot 2\pi \cdot (s-k))/N} \right\}} - \frac{1 - e^{-(\sigma T_r + j \cdot 2\pi \cdot (s+k))}}{N \left\{ 1 - e^{-(\sigma T_r + j \cdot 2\pi \cdot (s+k))/N} \right\}} \right] \quad (30)$$

Dalam makalah ini periode pencuplikan diasumsikan sangat kecil, sehingga N bernilai sangat besar. Oleh karena itu, untuk nilai N yang sangat besar Persamaan (30) dapat ditulis menjadi:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} H(j\omega_k) = \frac{T_r \cdot A}{2j} \left[\frac{1 - e^{-\sigma T_r} e^{j \cdot 2\pi \cdot (s-k)}}{\left\{ \sigma T_r - j \cdot 2\pi \cdot (s-k) \right\}} - \frac{1 - e^{-\sigma T_r} e^{j \cdot 2\pi \cdot (s+k)}}{\left\{ \sigma T_r + j \cdot 2\pi \cdot (s+k) \right\}} \right] \quad (31)$$

Penyederhanaan Persamaan (31) akan menghasilkan persamaan berikut:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} H(j\omega_k) = (1 - e^{-\sigma T_r}) \left[\frac{1}{k - m\omega_k^2 + j c \omega_k} \right] = (1 - e^{-\sigma T_r}) H_t(j\omega_k) \quad (32)$$

di mana $H_t(j\omega_k)$ adalah FRF teoritik yang terdiskritisasi.

Pada Persamaan (32) terlihat bahwa FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut bergantung pada panjang waktu rekam T_r dan konstanta peluruhan sistem getaran σ . Dalam persamaan ini, hasil kali σ dengan T_r atau (σT_r) merupakan bilangan yang tidak berdimensi.

Selanjutnya, besar kesalahan magnitude FRF akibat keterbatasan panjang waktu rekam pada pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut dapat didefinisikan sebagai berikut:

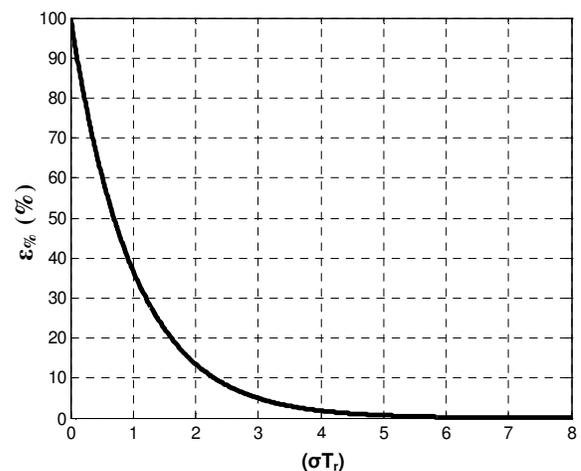
$$\varepsilon_{\%} = \frac{|H_t(j\omega_k)| - \left| \lim_{N \rightarrow \infty} H(j\omega_k) \right|}{|H_t(j\omega_k)|} \times 100 \quad [\%] \quad (33)$$

Substitusi Persamaan (32) ke dalam Persamaan (33) akan menghasilkan persamaan berikut:

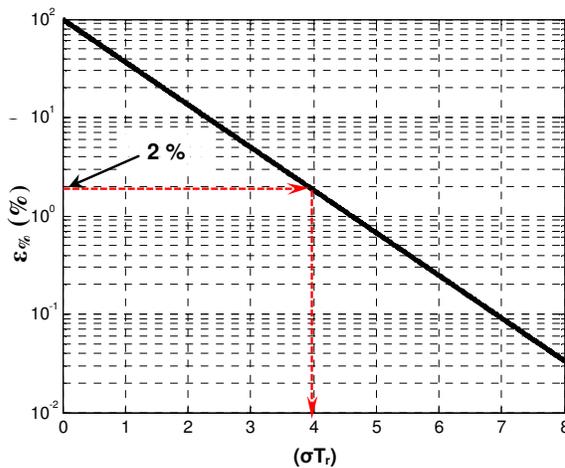
$$\varepsilon_{\%} = 100 \cdot e^{-\sigma T_r} \quad [\%] \quad (34)$$

di mana $\varepsilon_{\%}$ merupakan besar kesalahan magnitude FRF teoritik akibat terbatasnya panjang waktu rekam. Pada Persamaan (34) tampak bahwa besar kesalahan yang terjadi bukan merupakan fungsi frekuensi. Dengan kata lain, secara teoritik besar kesalahan yang terjadi untuk seluruh rentang frekuensi adalah sama.

Bila Persamaan (34) diplot, maka akan diperoleh grafik seperti terlihat pada Gambar 2 dan Gambar 3 yang masing-masing gambar tersebut untuk skala linier dan semilog. Pada kedua gambar tersebut terlihat bahwa besar kesalahan magnitude FRF hasil pengujian akan mengecil secara eksponensial seiring dengan membesarnya nilai σT_r .



Gambar 2. Grafik besar kesalahan magnitude FRF akibat panjang waktu rekam yang terbatas (skala linier)



Gambar 3. Grafik besar kesalahan magnitude FRF akibat panjang waktu rekam yang terbatas (skala semilog)

Sebagai contoh, bila kesalahan maksimum magnitude FRF yang diinginkan dari pengujian adalah sebesar 2 %, maka nilai minimum σT_r yang diperlukan adalah sebesar 4 (lihat Gambar 3). Jadi, apabila besar kesalahan pengujian magnitude FRF ingin diketahui dengan akurat maka konstanta peluruhan (σ) harus diketahui terlebih dahulu. Berikut ini disajikan besar kesalahan magnitude FRF teoritik untuk beberapa nilai σT_r yang dihitung berdasarkan Persamaan (34).

Tabel 1. Besar kesalahan magnitude FRF teoritik

(σT_r)	$\epsilon_{\%} (\%)$
1	36,787
2	13,533
4	1,831
8	0,033

3. HASIL SIMULASI DAN DISKUSI

Dalam makalah ini, simulasi pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut diperlihatkan untuk memberikan gambaran mengenai pengaruh keterbatasan panjang waktu rekam terhadap besar kesalahan magnitude hasil pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut. Simulasi ini dilakukan dengan bantuan program komputer yang dibuat pada sub program SIMULINK untuk sistem kontinu yang tersedia di perangkat lunak MATLAB 7. Dalam penelitian ini, algoritma program pengolahan sinyal yang dibuat untuk simulasi pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut serupa dengan algoritma pengolahan sinyal pada *spectrum analyzer* yang saat ini banyak digunakan.

Sebagai contoh ilustrasi, model sistem getaran yang digunakan dalam simulasi terdiri dari empat model sistem getaran. Masing-masing model tersebut diberi nama A, B, C, dan D seperti terlihat pada Tabel 2. Dua model sistem getaran memiliki frekuensi pribadi teredam sebesar 25 Hz dengan konstanta peluruhan masing-masing sebesar 1 dan 2 (model A dan C), sedangkan dua model sistem getaran yang lain memiliki

frekuensi pribadi teredam sebesar 2 Hz dengan konstanta peluruhan masing-masing sebesar 1 dan 2 (model B dan D).

Tabel 2. Parameter model sistem getaran 1-DK yang digunakan dalam simulasi

Model	m (kg)	c (Ns/m)	k (N/m)	f_d (Hz)	σ
A	10	20	246750,110	25	1
B	20	40	3178,273	2	1
C	10	40	246780,110	25	2
D	20	80	3238,273	2	2

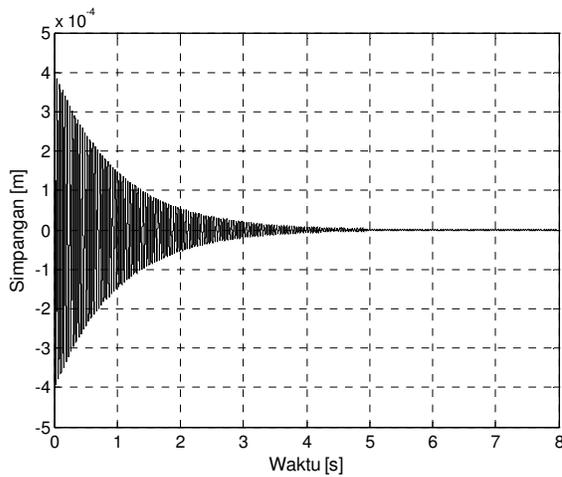
Untuk memberikan gambaran mengenai pengaruh panjang waktu rekam terhadap besar kesalahan magnitude pada pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, maka dilakukan simulasi pengujian FRF pada beberapa panjang waktu rekam. Panjang waktu rekam yang digunakan untuk model sistem getaran A dan B dalam simulasi ini adalah sebesar 2, 4 dan 8 detik, sedangkan untuk model sistem getaran C dan D panjang waktu rekam yang digunakan dalam simulasi adalah sebesar 1, 2 dan 4 detik. Karena konstanta peluruhan (σ) untuk masing-masing model sistem getaran diketahui dengan pasti, maka menurut Persamaan (31) besar kesalahan magnitude FRF dari hasil pengujian untuk masing-masing model sistem getaran tersebut dapat dihitung untuk berbagai nilai σT .

Nilai magnitude FRF teoritik untuk masing-masing model sistem getaran dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (11). Pada Tabel 3 disajikan nilai magnitude FRF teoritik masing-masing model sistem getaran pada beberapa frekuensi.

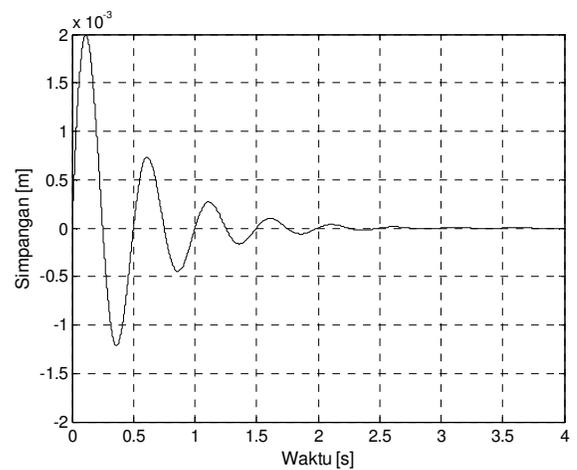
Tabel 3. Magnitude FRF teoritik masing-masing model sistem getaran pada beberapa frekuensi

Model	$ H(j\omega) $ (:m/N)		
	$f = f_d$	$f = 5$ Hz	$f = 20$ Hz
A	318,308	4,221	11,252
B	1987,860	60,210	3,198
C	159,151	4,221	11,235
D	991,583	59,912	3,197

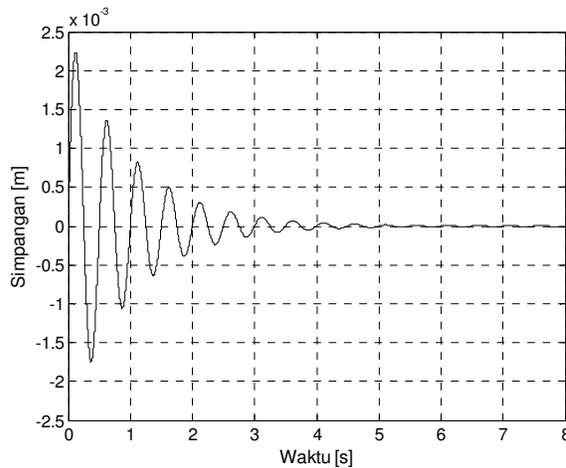
Berikut ini ditunjukkan hasil simulasi pengujian FRF pada masing-masing model sistem getaran. Gambar 4 sampai dengan Gambar 7 memperlihatkan respon simpangan masing-masing model sistem getaran yang diakibatkan oleh impuls satuan. Apabila respon getaran seperti ditunjukkan pada keempat gambar ini dicermati, terlihat bahwa model sistem getaran A dan B memiliki konstanta peluruhan yang lebih kecil dibandingkan dengan model C dan D. Hal ini bisa dijelaskan dengan melihat kenyataan bahwa respon getaran model sistem A dan B hampir meluruh secara sempurna pada waktu 4 detik, sedangkan respon getaran model sistem C dan D hampir meluruh secara sempurna pada waktu 2 detik. Dengan kata lain, respon getaran model sistem A dan B meluruh lebih lambat dibandingkan dengan model sistem C dan D.



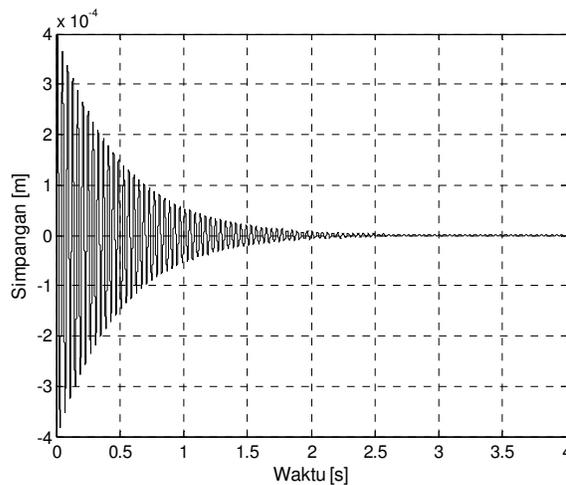
Gambar 4. Respon impuls satuan model sistem getaran A



Gambar 7. Respon impuls satuan model sistem getaran D

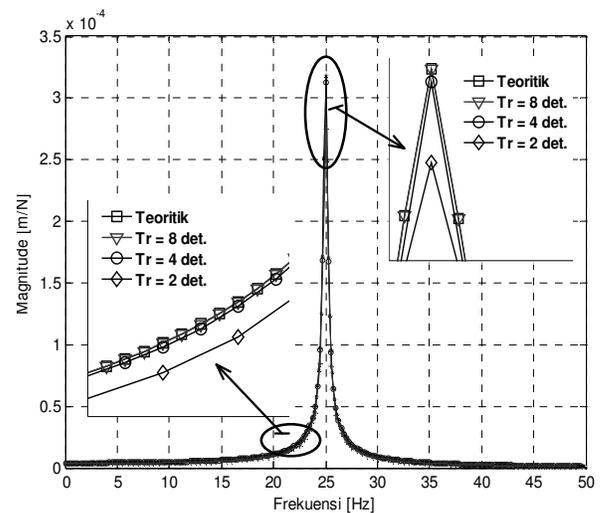


Gambar 5. Respon impuls satuan model sistem getaran B

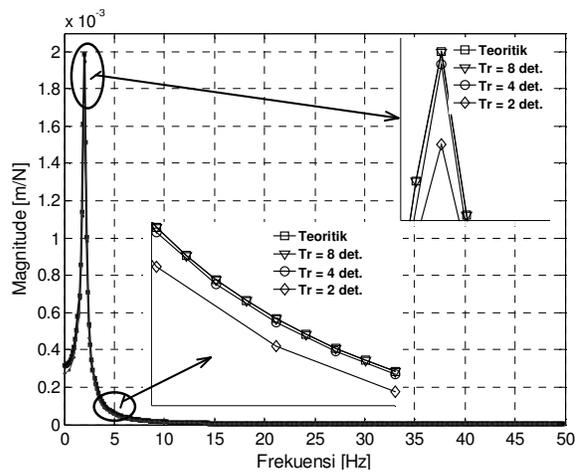


Gambar 6. Respon impuls satuan model sistem getaran C

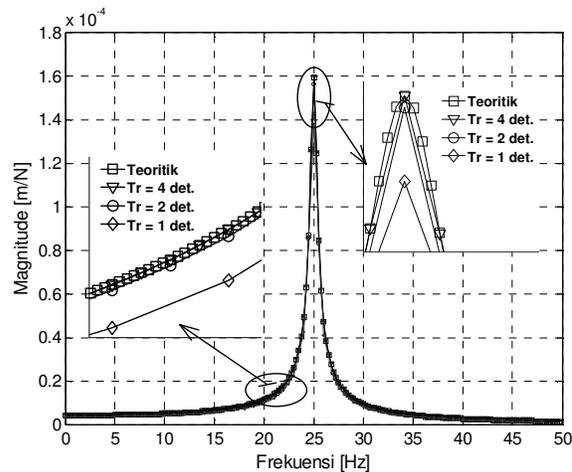
Pada Gambar 8 sampai dengan Gambar 11 diperlihatkan hasil simulasi pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut pada empat model sistem getaran. Keempat gambar tersebut menunjukkan bahwa magnitude FRF dengan panjang waktu rekam yang terbatas selalu lebih kecil daripada magnitude FRF teoritik. Sebagai contoh, pada masing-masing gambar diperlihatkan nilai magnitude FRF pada dua frekuensi yang berbeda untuk berbagai panjang waktu rekam. Selain itu, pada keempat gambar tersebut juga dapat dilihat bahwa semakin panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, maka magnitude FRF yang akan diperoleh dari pengujian tersebut akan semakin mendekati nilai teoritik. Dengan kata lain, semakin besar panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, maka besar kesalahan magnitude FRF yang diperoleh akan semakin kecil. Sebaliknya, semakin kecil panjang waktu rekam yang digunakan, maka magnitude FRF yang diperoleh akan semakin kecil dibandingkan dengan nilai teoritik.



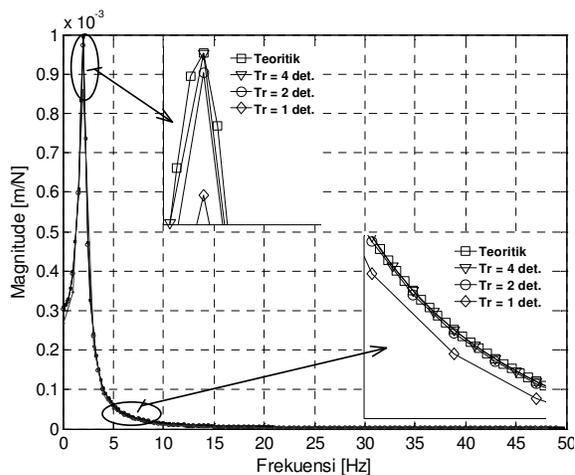
Gambar 8. FRF model sistem getaran A untuk berbagai panjang waktu rekam



Gambar 9. FRF model sistem getaran B untuk berbagai panjang waktu rekam



Gambar 10. FRF model sistem getaran C untuk berbagai panjang waktu rekam



Gambar 11. FRF model sistem getaran D untuk berbagai panjang waktu rekam

Untuk lebih jelasnya, pada Tabel 4 diperlihatkan hasil simulasi pengujian FRF pada keempat model sistem getaran untuk beberapa panjang waktu rekam. Dengan membandingkan isi Tabel 4 dan Tabel 3, dapat disimpulkan bahwa semakin besar panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian, maka magnitudo FRF yang diperoleh dari hasil pengujian semakin mendekati nilai yang teoritiknya. Selain itu, tampak juga bahwa bila panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian cukup kecil, maka nilai magnitudo FRF yang diperoleh akan lebih kecil dibandingkan dengan nilai teoritiknya.

Selanjutnya, pada Tabel 5 disajikan hasil perhitungan besar kesalahan magnitudo FRF masing-masing model yang diperoleh dari simulasi pengujian. Besar kesalahan magnitudo FRF hasil simulasi ini dihitung berdasarkan besar kesalahan sebagaimana didefinisikan dalam Persamaan (33). Di sini terlihat bahwa besar kesalahan magnitudo FRF pada beberapa frekuensi yang diperoleh dari hasil simulasi pengujian sangat dekat dengan besar kesalahan yang dihitung dengan menggunakan Persamaan (34) (bandingkan Tabel 5 dengan Tabel 1).

Tabel 4. Magnitudo FRF masing-masing model sistem getaran hasil simulasi pengujian pada beberapa frekuensi

Model	(σT_r)	$ H(j\omega) $ (:m/N)		
		$f = f_d$	$f = 5 \text{ Hz}$	$f = 20 \text{ Hz}$
A	2	275,230	3,652	9,731
	4	312,478	3,979	11,046
	8	318,201	4,220	11,248
B	2	1718,830	52,061	2,764
	4	1951,450	59,107	3,139
	8	1987,190	60,190	3,197
C	2	137,613	3,651	9,716
	4	156,236	4,144	11,029
	8	159,098	4,219	11,231
D	2	857,388	51,803	2,764
	4	973,422	58,814	3,139
	8	991,251	59,892	3,196

Tabel 5. Besar kesalahan (ϵ) hasil simulasi pengujian FRF untuk berbagai nilai (σT_r)

Model	(σT_r)	ϵ (%)		
		$f = f_d$	$f = 5 \text{ Hz}$	$f = 20 \text{ Hz}$
A	2	13,533	13,488	13,517
	4	1,831	1,825	1,829
	8	0,033	0,033	0,033
B	2	13,533	13,534	13,563
	4	1,831	1,831	1,835
	8	0,033	0,033	0,033
C	2	13,533	13,488	13,517
	4	1,831	1,825	1,829
	8	0,033	0,033	0,033
D	2	13,533	13,534	13,563
	4	1,831	1,831	1,835
	8	0,033	0,033	0,033

4. KESIMPULAN

Berdasarkan bahasan yang telah diuraikan dalam makalah ini, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari hasil analisis matematik telah berhasil diturunkan persamaan yang menghubungkan panjang waktu rekam (T_r) dengan besar kesalahan magnitudo FRF dari hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut.
2. Selain dipengaruhi oleh panjang waktu rekam, besar kesalahan magnitudo FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut juga tergantung pada nilai konstanta peluruhan (σ) sistem getaran yang diuji.
3. Semakin besar panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut, semakin kecil kesalahan magnitudo FRF yang akan diperoleh. Sebaliknya, semakin pendek panjang waktu rekam yang digunakan, semakin besar kesalahan magnitudo FRF yang akan diperoleh.
4. Untuk struktur ringan yang mana konstanta peluruhannya kecil, agar kesalahan magnitudo FRF tidak terlalu besar maka panjang waktu rekam yang digunakan pada pengujian FRF dengan metode eksitasi kejut harus sebesar mungkin, sedangkan untuk struktur yang berat yang mana konstanta peluruhannya besar maka panjang waktu rekam yang digunakan dalam pengujian tidak perlu terlalu besar.

5. Bila diinginkan kesalahan magnitudo FRF kurang dari 2%, maka nilai σT_r minimum yang diperlukan adalah sebesar 4.
6. Untuk frekuensi pribadi teredam yang merupakan kelipatan bilangan bulat positif dari resolusi frekuensi, maka besar kesalahan magnitudo FRF hasil pengujian dengan metode eksitasi kejut tidak tergantung pada frekuensi. Dengan kata lain, besar kesalahan magnitudo FRF dengan metode ini bernilai sama untuk semua rentang frekuensi.

5. DAFTAR PUSTAKA

1. S.E Ahn., W.B Jeong., dan W.S Yoo., An Estimation of Error-Free Frequency Response Function from Impact Hammer Testing, *JSME International Journal, Series C*, Vol.47, No.3, hal 852-857, 2004.
2. S.E Ahn., W.B Jeong., dan W.S Yoo., Improvement of Impulse Response Spectrum and its Application, *Journal of Sound and Vibration* 288, hal. 1223-1239, 2005.
3. K.G McConnell., *Vibration Testing: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
4. S Gade., H Herlufsen., *Technical Review: The use of Impulse Response Function for Modal Parameter Estimation*, Bruel & Kjaer A/S., Denmark, 1994.
5. L Meirovitch., *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill, 2nd Edition, Singapore, 1986.