

## Pengaruh Beban Berulang terhadap Lebar Retak Pelat Beton Satu Arah dengan Pendekatan Mekanika Retakan

Agoes Soehardjono MD<sup>1)</sup>  
IGP Raka<sup>2)</sup>  
Priyo Suprobo<sup>2)</sup>

### Abstrak

Masalah lebar retak merupakan hal yang masih memerlukan penelitian lebih lanjut. Rumusan yang ada masih menunjukkan penyebaran yang lebar dan pengaruh beban berulang terhadap lebar retak dianggap belum memuaskan. Hal ini telah diungkapkan oleh beberapa peraturan internasional seperti Eurocode 2 dan ACI 318. Analisis tentang pengaruh beban berulang terhadap lebar retak pelat beton satu arah dengan pendekatan mekanika retakan akan mengamati pengaruh variasi tegangan baja, angka tulangan, dan beban berulang. Analisis tinggi retak awal ( $\zeta_i$ ) dan laju perambatan retak ( $\dot{\zeta}_i = f(fs, N)$ ) pada material komposit (beton bertulang) akan dibahas dalam menentukan lebar retak. Perhitungan lebar retak merupakan pengembangan rumusan hasil eksperimen (A. Carpinteri) dan peneliti lain dalam menentukan rumusan usulan. Studi parameter dilakukan terhadap pelat beton dengan memperhitungkan faktor intensitas tegangan  $K_{IC}$  akibat kombinasi beban aksial / momen, dan hasilnya menunjukkan bahwa parameter tegangan baja dan beban berulang merupakan parameter yang penting. Ternyata pada tegangan baja tertentu ( $fs/fy = 0,6$ ) dan beban berulang diatas nilai tertentu ( $N > 8.560.000$  kali), beban berulang ( $N$ ) mempengaruhi lebar retak dengan fungsi logaritma pangkat ( $w = 0,1267 \log^{0,2495}$ ) sampai kondisi batas lelah ( $N = 10.000.000$  kali).

**Kata-kata kunci:** beban berulang, laju perambatan retak, lebar retak.

### Abstract

The problem of crack width is the case that must be observed further. The formula available still shows wide scatter and the effect of repeated loading to crack width regarded that it has not satisfied yet. This case has been expressed by some international rules such as Euro code 2 and ACI 318. The analyze about the effect of repeated loading to crack width on one-way slab with fracture mechanic approach will observe the effect of the variation of the steel stress, the reinforcement ratio and the repeated loading. The analyze of the initial crack depth ( $\zeta_i$ ) and the crack growth rate ( $\dot{\zeta}_i = f(fs, N)$ ) on composite material (reinforced concrete) will be discussed to determine the crack width. The crack width calculation is the development of the result of experiment (A. Carpinteri) and other observer to determine proposed formula Parameter study is done to the concrete slab by calculating the stress intensity factor  $K_{IC}$  due to the axial / moment load combination, and the result shows that the steel stress and the repeated loading parameter are the important parameter. In fact in the steel stress ( $fs/fy = 0,6$ ) and the repeated loading above certain value ( $N > 8.560.000$  times), the repeated loading effect the crack width with power logarithmic function ( $w = 0,1267 \log^{0,2495}$ ) until fatigue limit state ( $N = 10.000.000$  times).

**Keywords:** repeated loading, crack growth rate, crack width.

## 1. Pendahuluan

Masalah lebar retak beton bertulang cukup kompleks (dapat menimbulkan korosi pada baja tulangan yang berakibat struktur mengalami keruntuhan), karena itu sejumlah pendekatan teoritis, semi teoritis, dan empiris telah dikembangkan oleh beberapa ahli. Retak adalah indikator kelayakan pada struktur pelat lantai jembatan

jalan raya yang merupakan salah satu prasarana transportasi.

Pengaruh beban berulang pada range beban kerja sangat penting untuk beberapa struktur terutama bila berada pada lingkungan yang korosif. Beban berulang mengakibatkan kekuatan lekat berkurang sehingga lebar retaknya akan semakin bertambah. Eksperimen

1) Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil FT – Universitas Brawijaya Malang

2) Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil FTSP – ITS Surabaya

**Catatan :** Usulan makalah dikirimkan pada Desember 2003 dan dinilai oleh peer reviewer pada tanggal 7 Januari 2004 – 28 April 2004. Revisi penulisan dilakukan antara tanggal 1 April 2004 hingga 15 Mei 2004.

dari Bennet dan Dave (1969) pada balok menyimpulkan bahwa pada 1.000.000 siklus lebar retak menjadi (2,5 – 4) kali lebar retak menurut rumusan Gergely-Lutz. Berdasarkan hasil eksperimen Goto (1971) menyatakan bahwa pada tegangan baja 200 N/mm<sup>2</sup> sesudah 10.000 siklus adhesi antara permukaan batang tulangan dengan beton sekelilingnya menjadi hilang. Tegangan lekat hanya ditimbulkan oleh aksi mekanik pada tulangan deform. Hasil kerja dari ACI Committee 224, (1980) melaporkan bahwa penambahan lebar retak akibat beban jangka panjang atau beban berulang setelah beberapa tahun dapat bervariasi dari (10 – 1000) %.

Dalam AASHTO (*American Association of State Highway and Transportation Officials*) 1994 dan UBC (*Uniform Building Code*) 1997, dinyatakan bahwa rumusan lebar retak masih belum memuaskan. Dalam AS (*Australian Standard*) 3600 - 2000, dinyatakan bahwa retak lentur elemen beton bertulang adalah topik yang kompleks. Pendekatan statistik digunakan karena variabilitas yang besar antara hasil pengujian dan perkiraan. Dalam EC-2 (*Eurocode-2*) 2000 dinyatakan bahwa kontrol retak dicapai dengan membatasi diameter dan spasi batang tulangan. Dalam SNI (Standar Nasional Indonesia) Beton 2001, dinyatakan bahwa aturan tentang distribusi tulangan dipakai dengan tujuan membatasi retak lentur pada balok dan pelat satu-arah. Bila tegangan leleh  $f_y > 300$  N/mm<sup>2</sup> maka kontrol retak diberikan oleh nilai :

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \leq 25 \text{ MN/m} \quad (1)$$

Sebagai alternatif perhitungan nilai z, dapat dilakukan perhitungan lebar retak (w) :

$$w = 11.10^{-6} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A} \leq 0,30 \text{ mm} \quad (2)$$

dimana  $\beta = h_2 / h_1 =$  faktor gradien regangan,  $f_s =$  tegangan baja pada beban kerja,  $d_c =$  tebal selimut beton, A = luas efektif beton tarik.

Dalam ACI 318R-02 (*Commentary*) dan laporan ACI Committee 318, dinyatakan bahwa lebar retak mempunyai penyebaran (*scatter*) yang lebar, kontrol retak lebih baik bila tulangan didistribusikan dengan baik pada daerah tegangan beton tarik maksimum.

Dari berbagai rumusan peneliti sebelumnya dan peraturan AASHTO, UBC, AS, EC-2, SNI Beton 2001, serta ACI 318-02 ternyata satu dengan lainnya mengajukan rumusan lebar retak yang saling berbeda. Sehingga sampai saat ini dapat dikatakan belum didapat rumusan lebar retak yang memuaskan dan masih memerlukan penelitian lebih lanjut.

Rumusan lebar retak sangat tergantung pada tegangan

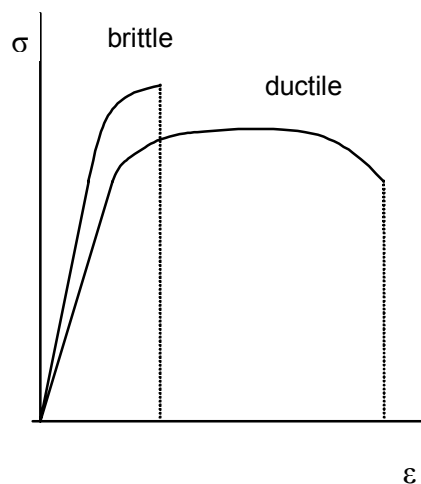
baja, diameter tulangan, dan selimut beton. Untuk mengetahui umur suatu struktur jembatan diperlukan kajian tentang mekanika retakan. Sehingga perlu dilakukan studi parameter lain, yaitu tentang pengaruh beban berulang terhadap lebar retak pelat beton. Penulis mencoba merumuskan masalah diatas dalam suatu judul makalah “*pengaruh beban berulang terhadap lebar retak pelat beton satu arah dengan pendekatan mekanika retakan*”.

## 2. Teori Mekanika Retakan (*Fracture Mechanic*)

Secara sederhana retakan (*fracture*) adalah pemisahan setempat dari bagian struktur yang disebabkan oleh respon akibat adanya tegangan baik statis maupun dinamis. Pada bahan daktail (*ductile*) akan menyerap energi yang tinggi dan deformasi plastisnya sangat besar. Sedang bahan yang getas (*brittle*) deformasi plastisnya sangat kecil atau bahkan tidak ada (**Gambar 1**).

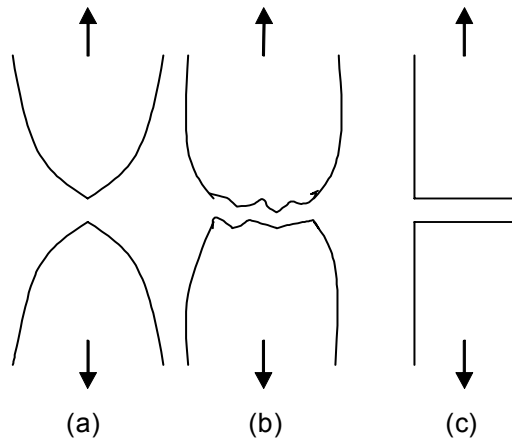
Ada 2 tahapan pada proses retakan yaitu formasi retak (*crack formation*) dan rambatan retak (*crack propagation*) yang berakibat kegagalan bila tegangan kritis terlampaui [Callister, 1997]. Pada retakan getas, retak (*crack*) sangat cepat merambat dan sangat kecil deformasi plastisnya.

Retakan daktail (**Gambar 2**) lebih sering dipilih karena dua alasan. Pertama, pada retakan getas keruntuhan terjadi secara tiba-tiba. Sedang retakan daktail deformasi plastisnya memberikan tanda akan terjadinya kegagalan sehingga bahaya runtuh secara pre-



**Gambar 1. Perbedaan tegangan-regangan material getas dan daktail**

Sumber : Hayden dan Moffatt, 1965.



**Gambar 2. Bentuk putusnya material : (a) daktil tinggi, (b) daktil sedang, dan (c) getas**

Sumber : William Callister, 1994.

ventif dapat terukur. Kedua, energi regangan yang berlebihan menimbulkan retakan daktil sehingga dalam hal ini material yang daktil secara umum lebih ulet (*tougher*). Salah satu contoh adalah tegangan tarik yang diberikan pada tulangan adalah daktil, tetapi pada beton adalah getas, sedang pada beton bertulang dapat diklasifikasikan diantara keduanya

Mekanika retakan (*fracture mechanic*) merupakan cabang pengetahuan dari ilmu fisika untuk mengetahui perilaku atau mekanisme dari retakan. Hubungan tegangan regangan pada material yang berbeda, bentuk atau pola retak awal dan mekanisme perambatan retak merupakan bagian terpenting dari mekanika retakan.

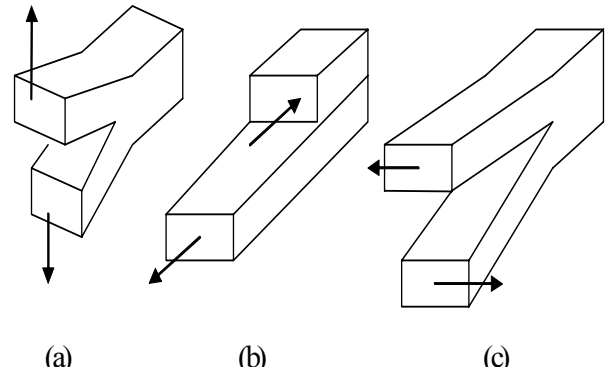
Kekuatan retakan suatu benda padat fungsi dari gaya kohesif yang ada diantara atom-atom. Pada tahun 1920 *AA Griffith* [Callister, 1997] berpendapat bahwa semua material yang getas mengandung sejumlah retakan kecil dengan ukuran, bentuk geometri, dan arah yang berbeda. Retak terjadi ketika kuat kohesif teoritis yang timbul sangat besar dan biasanya terjadi diujung retakan awal akibat tegangan tarik. Ini sangat berpengaruh pada terbentuknya retakan baru yang dengan cepat menyebar dengan arah tertentu.

Ada 3 model bentuk retakan [Broek, 1989 ], yaitu mode I terbuka, mode II tergeser, dan mode III sobek seperti pada (Gambar 3). Yang paling sering dijumpai adalah mode I dan selanjutnya diperlakukan pada analisis mekanika retakan.

Dengan memakai prinsip teori elastisitas, dapat diketahui bahwa tegangan tarik ( $\sigma_x$  dan  $\sigma_y$ ) dan tegangan

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \text{ geser} \quad (3.a)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.b)$$



**Gambar 3. Tiga mode retaka (a) membuka (opening), (b) menggeser (sliding), (c) sobek (tearing)**

Sumber : David Broek, 1982.

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.c)$$

dimana  $\theta$  = sudut kemiringan elemen ke ujung retakan,  $r$  = jarak elemen ke ujung retakan,  $K$  = faktor intensitas tegangan dengan persamaan :

$$K = Y(a/W) \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{N mm}^{-3/2}) \quad (4)$$

Kriteria perambatan retak material getas yang cacat dimana retakan terjadi adalah bila tegangan melebihi nilai kritis  $\sigma_c$  [Callister, 1997]. Nilai kritis ini diistilahkan dengan ketangguhan retakan (*fracture toughness*) regangan bidang yang besarnya :

$$K_{IC} = Y(a/W) \sigma_c \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{N mm}^{-3/2}) \quad (5)$$

dimana  $Y(a/W)$  = fungsi dari panjang retak dan lebar komponen,  $\sigma_c$  = tegangan kritis,  $a$  = panjang retakan.

Kelelahan (*fatigue*) struktur adalah kegagalan karena menurunnya ketahanan material akibat perubahan tegangan secara berulang-ulang. Suatu elemen dapat gagal pada pembebanan yang jauh lebih rendah dari pada beban yang dapat dipikulnya pada keadaan tegangan tetap. Ketahanan terhadap lelah merupakan kendala paling penting yang harus diperhitungkan dalam perencanaan struktur baja dan beton.

### 3. Mekanika Retakan pada Struktur Beton

Untuk dapat menganalisis perilaku retak elemen struktur perlu mengetahui hubungan antara beban dan deformasi. Bila elemen retak dibebani aksial ( $P$ ) dan momen ( $M$ ) secara simultan pada kondisi elastis akan terjadi tambahan deformasi.

Bila elemen retak (Gambar 4), dimana bekerja gaya  $P$  dan  $M$  secara simultan pada muka retak, kita dapat mengevaluasi deformasi sudut ( $\Delta\phi_{MP}$ ) akibat  $P$ , bersama dengan COD (*crack opening displacement*)

( $\Delta\delta_{PP}$ ) pada titik dimana gaya P terjadi, dan pada saat yang sama COD ( $\Delta\delta_{PM}$ ) akibat M bersama dengan deformasi sudut ( $\Delta\phi_{MM}$ ).

Dengan superposisi linier [Carpinteri, 1992] pernyataan diatas dapat ditulis :

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{PM} + \Delta\delta_{PP} = \lambda_{PM} M - \lambda_{PP} P \quad (6.a)$$

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{MM} + \Delta\phi_{MP} = \lambda_{MM} M - \lambda_{MP} P \quad (6.b)$$

dimana  $\lambda_{PM}$ ,  $\lambda_{PP}$ ,  $\lambda_{MM}$ , dan  $\lambda_{MP}$  adalah komponen compliance akibat adanya retak. Faktor  $\lambda$  dapat diturunkan dari metode energi, teori Clapeyron dan Betti. Compliance  $\lambda_{MM}$  (rotasi akibat M = 1),  $\lambda_{PP}$  (COD akibat P = 1),  $\lambda_{PM}$  (COD akibat M = 1), dan atau compliance  $\lambda_{MP}$  (rotasi akibat P = 1), dapat dinyatakan sebagai :

$$\lambda_{MM} = \frac{2}{h^2 b E} \int_0^\xi Y_M^2(\xi) d\xi \quad (7.a)$$

$$\lambda_{PP} = \frac{2}{b E} \int_{c/h}^\xi Y_P^2(c/h, \xi) d\xi \quad (7.b)$$

$$\lambda_{PM} = \lambda_{MP} = \frac{2}{h b E} \int_{c/h}^\xi Y_M(\xi) Y_P(c/h, \xi) d\xi \quad (7.c)$$

Bila diskontinuitas perpindahan retak pada level tulangan, dianggap nol maka

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{PM} + \Delta\delta_{PP} = \lambda_{PM} M - \lambda_{PP} P = 0 \quad (8)$$

$$\frac{Ph}{M} = \frac{1}{r''(c/h, \xi)} \quad (9.a)$$

dimana :

$$r''(c/h, \xi) = \frac{\int_{c/h}^\xi Y_P^2(c/h, \xi) d\xi}{\int_{c/h}^\xi Y_M(\xi) \cdot Y_P(c/h, \xi) d\xi} = \frac{\lambda_{PP}}{\lambda_{PM} \cdot h} \quad (9.b)$$

Konsep momen retak (*fracture moment*)  $M_F$  paralel dengan konsep asli dari  $M_F$  yang dikembangkan oleh Carpinteri. Dengan mengacu pada elemen balok beton bertulang mode I melalui retak tepi, elemen tersebut mengalami momen lentur M dan gaya eksentris tulangan P (**Gambar 5**). Transfer gaya tulangan eksentris P, yang konsentris dengan sumbu balok, komponen faktor intensitas tegangan (*stress intensity factors*)  $K_{IM}$  dan  $K_{IP}$  akibat aksi momen dan gaya aksial [Carpinteri, 1992], dapat ditulis :

$$K_{IM} = \frac{Y_M(\xi)}{h^{3/2} b} [M - P(\frac{h}{2} - d_s)] \quad (10.a)$$

$$K_{IP} = - \frac{Y_F(\xi)}{h^{1/2} b} P \quad (10.b)$$

dimana :

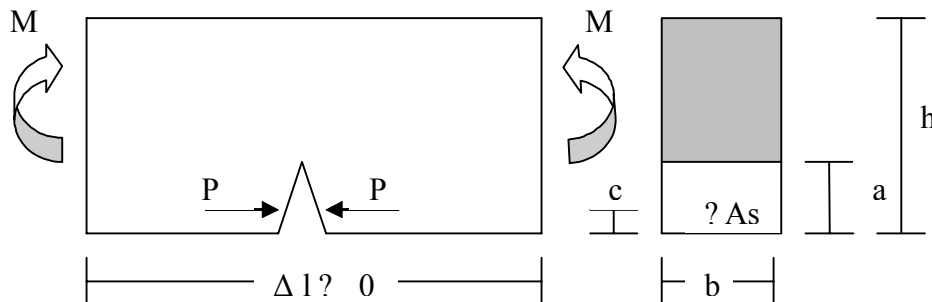
$\xi = a/h =$  tinggi retak relatif

$$Y_M(\xi) = 6(1,99 \xi^{1/2} - 2,47 \xi^{3/2} + 12,97 \xi^{5/2} - 23,17 \xi^{7/2} + 24,80 \xi^{9/2}) \quad (10.c)$$

$$Y_P(\xi) = 1,99 \xi^{1/2} - 0,41 \xi^{3/2} + 18,70 \xi^{5/2} - 38,48 \xi^{7/2} + 53,85 \xi^{9/2} \quad (10.d)$$

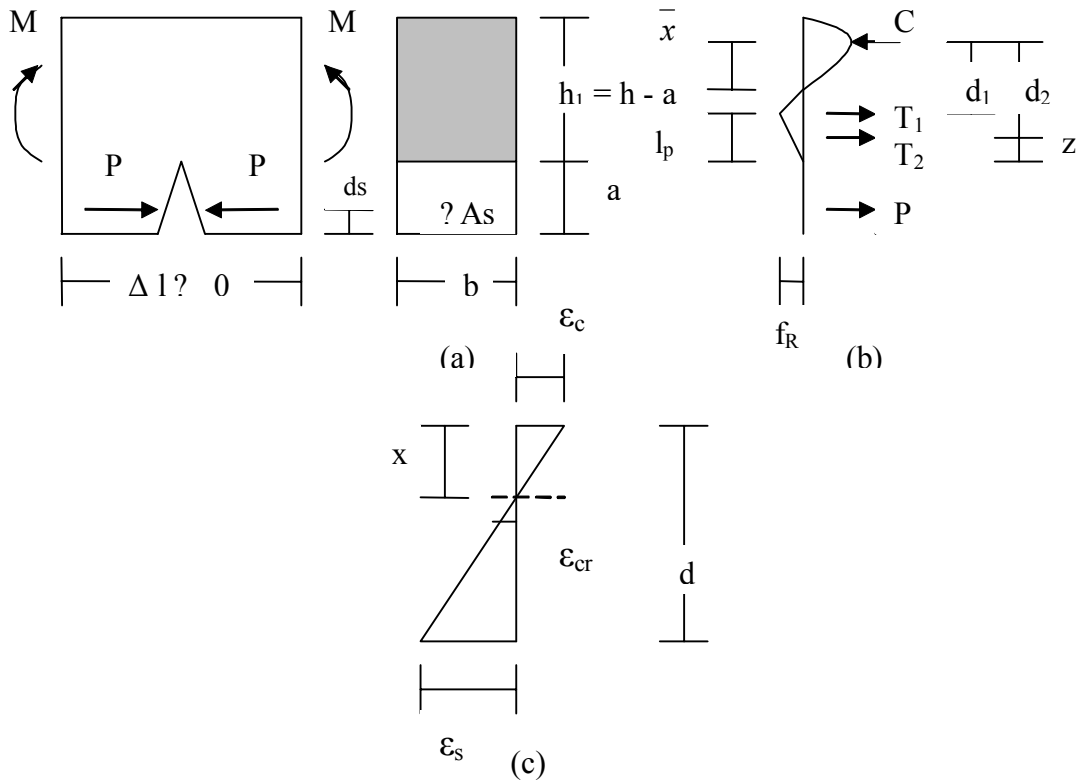
Superposisi komponen intensitas tegangan  $K_{IP}$  dan  $K_{IM}$ , seting  $K_I = K_{IC}$ , intensitas tegangan kritis beton, dan penyelesaian momen  $M = M_F$  didapat :

$$M_F = \frac{K_{IC} h^{3/2} b}{Y_M(\xi)} + \frac{P \cdot h}{Y_M(\xi)} [Y_P(\xi) + Y_M(\xi) (\frac{1}{2} - \frac{d_s}{h})] \quad (11.a)$$



Gambar 4. Elemen retak

Sumber : A. Carpinteri, 1992.



Gambar 5. Elemen balok dan variasi regangan dan tegangan pada tinggi balok

Sumber : A. Carpinteri, 1992.

$$M_F = \frac{1}{\alpha} K_{IC} + \frac{\beta}{\alpha} P \quad (11.b)$$

$$\alpha = Y_M(\xi) / (h^{3/2} b) \quad (11.c)$$

$$\beta = [Y_M(\xi) / (h^{3/2} b)] \left( \frac{h}{2} - d_s \right) + Y_P(\xi) / (h^{1/2} b) \quad (11.d)$$

$$K_{IC} = 2,175 f_c'^{0,6} \sqrt{\gamma} \quad (N \text{ mm}^{-3/2}) \quad (11.e)$$

$$\gamma = 2,828 e^{0,0454 d_{\max}} \quad (11.f)$$

$K_{IC}$  = faktor intensitas tegangan kritis  
(*fracture toughness*) ( $N \text{ mm}^{-3/2}$ ).

$d_{\max}$  = diameter agregat maks. (mm)

$f_c'$  = tegangan beton tekan karakteristik ( $N/mm^2$ )

Konsep keseimbangan momen telah dikembangkan bersama dengan pembentukan ide teori kekuatan beton bertulang. Pada (Gambar 5c), yang diasumsi bahwa variasi regangan sepanjang tinggi penampang balok akan linier dan mengikuti hipotesis *Euler-Bernoulli*. Pada (Gambar 5b) variasi tegangan sepanjang tinggi

penampang balok konsisten dengan variasi regangan. Distribusi tegangan tekan beton diasumsi dalam bentuk *Madrid Parabola*. Dengan melihat distribusi tegangan pada (Gambar 5b), untuk komponen resultan tegangan tarik dapat ditulis sebagai

$$T_1 = \frac{1}{2} f_R (h_1 - x - l_p) b \quad (12.a)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} f_R l_p b \quad (12.b)$$

$$d_1 = \frac{2}{3} (h_1 - x - l_p) + \bar{x} \quad (12.c)$$

$$d_2 = (h_1 - x - \frac{2}{3} l_p) + \bar{x} \quad (12.d)$$

$$d_3 = d - x + \bar{x} \quad (12.e)$$

dimana :

$\bar{x}$  = lokasi pusat resultan gaya tekan beton

Jumlah momen terhadap pusat daerah blok tegangan tekan beton merupakan momen keseimbangan,  $M_{EQ}$ , dimana :

$$M_{EQ} = T_1 d_1 + T_2 d_2 + P d_3 \quad (13)$$

Untuk balok bertulangan pada retak mode I, solusi unik berkenaan rambatan retak (*crack propagation*),

ada bila  $M_F = M_{EQ}$  dan menghasilkan nilai yang identik.

#### 4. Analisis Berdasarkan Mekanika Retakan

##### 4.1 Pembebanan monoton

Pada pembebanan monoton (*monotonic loadings*) dan berdasarkan eksperimen (*A. Carpinteri*) nilai  $\lambda_{MM}$ ,  $\lambda_{PP}$ ,  $\lambda_{PM}$ , dan  $\lambda_{MP}$  dapat didekati dengan (**Grafik. 1**):

$$\lambda_{MM} = \frac{2}{h^2 b E} 97,544 \xi^{2,3112} \quad (14.a)$$

$$\lambda_{PP} = \frac{2}{b E} 4,524 e^{2,687 \xi} \quad (14.b)$$

$$\lambda_{PM} = \lambda_{MP} = \frac{2}{h b E} 57,366 \xi^{1,7622} \quad (14.c)$$

P menyebabkan retak, maka  $P = (-)$  sehingga rumusan lebar retak menjadi

$$\Delta \delta = \frac{2}{h b E} M [ 57,366 \xi^{1,7622} ] - \frac{2}{b E} P [ 4,524 e^{2,687 \xi} ] \quad (15.a)$$

$$\Delta \delta = \frac{2 P}{b E} [ \frac{M}{P h} 57,366 \xi^{1,7622} + 4,524 e^{2,687 \xi} ] \quad (15.b)$$

$$\Delta \delta = \frac{2 P}{b E} [ 2 ( 4,524 e^{2,687 \xi} ) ] \quad (15.c)$$

Dengan model komposit unidireksional [*Gibson, 1994*] dan asumsi bahwa ikatan antara beton (*matrix*) dengan tulangan (*fiber*) sempurna serta tidak terjadi slip, maka :

Regangan :  $\epsilon = \epsilon_s = \epsilon_c$

Tegangan :  $f_s = E_s \epsilon_s$  dan  $f_c = E_c \epsilon_c$

Mod. elastisitas (tarik) beton :

$$E_c = 4230 \sqrt{f_c'} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Beban tarik komposit :

$$P = f_s A_s$$

Angka tulangan :  $\bar{\rho} = \frac{A_s}{s \cdot h}$  sedangkan  $\frac{A_c}{A} \approx 1$  dan  $A = s \cdot h$ , maka

Modulus elastisitas komposit :

$$E = E_s [ (A_s/A) + (1/n) (A_c/A) ]$$

$$E = \frac{E_s}{n} (n \bar{\rho} + 1)$$

$$E = 4230 (n \bar{\rho} + 1) \sqrt{f_c'}$$

Dengan analisis numerik ( $\epsilon_s < \epsilon_y$ ) dihasilkan nilai tinggi retak relatif awal (*initial relative crack depth*)  $\xi_i$  dimana perambatan retak (*crack propagation*) mulai terjadi ( $M_F = M_{EQ}$ ) (**Tabel 1**) dan hubungan antara tinggi retak relatif vs. tegangan baja (**Grafik 2**) dan (**Grafik 3**) sebagai berikut :

$$\xi_i = 0,0037 f_s^{0,2533} \quad 0 \leq f_s \leq 104 \text{ N/mm}^2 \quad (16.a)$$

$$\xi_i = 0,012 \quad f_s \geq 104 \text{ N/mm}^2 \quad (16.b)$$

$$P = e^{2,687 \xi} = 0,9999 f_s^{0,0070} \quad 0 \leq f_s \leq 101 \text{ N/mm}^2 \quad (17.a)$$

$$P = e^{2,687 \xi} = 1,0327 \quad f_s \geq 101 \text{ N/mm}^2 \quad (17.b)$$

Sehingga rumusan lebar retak maksimum pada beban monoton menjadi

$$w_{maks} = 4278 \cdot 10^{-6} \frac{A_s \cdot f_s^{1,007}}{s \cdot (1 + n \cdot \bar{\rho}) \cdot \sqrt{f_c'}} \text{ (mm)} \quad 0 \leq f_s \leq 101 \text{ N/mm}^2 \quad (18.a)$$

$$w_{maks} = 4418 \cdot 10^{-6} \frac{A_s \cdot f_s}{s \cdot (1 + n \cdot \bar{\rho}) \cdot \sqrt{f_c'}} \text{ (mm)} \quad f_s \geq 101 \text{ N/mm}^2 \quad (18.b)$$

dimana :

$A_s$  = luas 1 tulangan ( $\text{mm}^2$ )

$s$  = jarak tulangan (mm)

$f_s$  = tegangan baja saat retak ( $\text{N/mm}^2$ )

$n$  =  $E_s / E_c$  = angka ekuivalen

$f_c'$  = tegangan beton tekan ( $\text{N/mm}^2$ )

$\bar{\rho}$  =  $A_s / s \cdot h$  = angka tulangan

Hubungan lebar retak vs. tegangan baja pada berbagai angka tulangan, untuk nilai :

$s = 235 \text{ mm}$ ,  $f_c' = 35 \text{ N/mm}^2$ ,  $n = 8,39$  dan  $A_s = 83,6 \text{ mm}^2$  (**Grafik 4**) adalah :

$$\bar{\rho} = 0,0028 : \rightarrow w = 0,0009 f_s \text{ (mm)} \quad (19.a)$$

$$\bar{\rho} = 0,0098 : \rightarrow w = 0,0008 f_s \text{ (mm)} \quad (19.b)$$

##### 4.2 Pembebanan berulang

Pada pembebanan berulang (*repeated loadings*), bila nilai  $M_{EQ} = M_F$  maka akan terjadi perambatan retak

(*crack propagation*) sehingga rumusan lebar retak tergantung kondisi beban ( $f_s$ ) dan siklus beban ( $N$ ). Laju perambatan retak selama daerah B tidak hanya tergantung tegangan dan ukuran retak tetapi juga variabel material ( $K$ ) yang secara matematik dapat dinyatakan dalam bentuk pers. *Paris-Erdogan* [Carpinteri, 1992]:

$$da/dN = A (\Delta K)^m \quad (20)$$

Perambatan retak lelah (*fatigue crack growth*) beton menurut Baluch, Qureshy dan Azad (1989) [Bazant, Planas, 1998] secara eksperimen diberikan adalah :

$$da/dN = 7,39E-05 \Delta K^{1,25} \quad (21)$$

(mm cycle<sup>-1</sup>)-(N mm<sup>-3/2</sup>)

Perambatan retak lelah baja U-39 ( $f_y = 390 \text{ N/mm}^2$ ) dapat didekati atau setara dengan data eksperimen untuk baja Ferrite-Pearlite (*ferrite-pearlite steel*) yang menurut Stanley T. Rolfe dan John M. Barsom [Rolfe, Barsom, 1977] adalah :

$$da/dN = 2,03E-13 \Delta K^{3,02} \quad (22)$$

(mm cycle<sup>-1</sup>)-(N mm<sup>-3/2</sup>)

Rumusan modulus elastisitas beton bertulang  $\bar{\rho}$  (*composite*) E terhadap tulangan  $E_s$  (dengan  $\bar{\rho}_{av} = 0,0063$ ) dihasilkan nilai  $E = 0,1255 E_s$ . Selang faktor intensitas tegangan (*stress intensity factor range*)  $\Delta K$  suatu material berbanding lurus dengan modulus elastisitasnya, maka  $\Delta K = 0,1255 \Delta K_s$ . Sehingga perambatan retak lelah (*fatigue crack growth rate*) beton bertulang menjadi :

$$da/dN = 3,83E-16 \Delta K^{3,02} \quad (23)$$

(mm cycle<sup>-1</sup>)-(N mm<sup>-3/2</sup>)

Sehingga rumusan lebar retak maksimum pada beban berulang menjadi :

$$W_{maks} = 4278.10^{-6} \frac{As \cdot fs}{As \cdot fs} \sqrt{fc'} e^{2,687 \xi} \text{ (mm)} \quad (24.a)$$

$$W_{maks} = 4278.10^{-6} s \cdot (1 + n \cdot \bar{\rho}) \cdot \sqrt{fc'} Q \text{ (mm)} \quad (24.b)$$

$$Q = e^{2,687 \xi} \quad (24.c)$$

dimana :

$$Q = f(fs, N)$$

$$\xi = f(fs, N) = \text{tinggi retak relatif}$$

$$N = \text{jumlah siklus beban}$$

Nilai  $\xi = f(fs, N)$  didapat dari analisis (numerik) laju perambatan retak (*crack growth rate analysis*) yang dilakukan dari nilai  $f_s/f_y = 0,1$  sampai dengan  $1,0$ . Analisis laju perambatan retak pada  $f_s/f_y = 0,1$  seperti (Tabel 2) dengan kurva  $\xi = f(N)$  seperti (Grafik 5). Analisis laju perambatan retak pada  $f_s/f_y = 1,0$  seperti (Tabel 3) dengan kurva  $\xi = f(N)$  seperti (Grafik 6).

Nilai  $Q = f(fs, N)$  didapat dari (Persamaan 24c) yang mana nilai  $\xi = f(fs, N)$  didapat dari analisis (numerik) laju perambatan retak yang dilakukan dari nilai  $f_s/f_y = 0,1$  sampai dengan  $1,0$ . Pada  $f_s/f_y = 0,1$  dengan kurva  $Q = f(N)$  seperti (Grafik 7a dan 7b). Pada  $f_s/f_y = 1,0$  dengan kurva  $Q = f(N)$  seperti (Grafik 8a dan 8b).

Dari analisis ( $f_s/f_y = 0,1 - 1,0$ ) didapat nilai  $Q = f(N)$  sebagai berikut : (25)

$$f_s / f_y = 0,1 :$$

$$N \leq 8,66. 10^8 \rightarrow Q = 1,0260 N^{0,000002}$$

$$N \geq 8,66. 10^8 \rightarrow Q = 0,6606 N^{0,0229}$$

$$f_s / f_y = 0,2 :$$

$$N \leq 9,09. 10^6 \rightarrow Q = 1,0319 N^{0,000003}$$

$$N \geq 9,09. 10^6 \rightarrow Q = 0,9052 N^{0,0082}$$

$$f_s / f_y = 0,3 :$$

$$N \leq 8,47. 10^6 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000010}$$

$$N \geq 8,47. 10^6 \rightarrow Q = 0,7425 N^{0,0207}$$

$$f_s / f_y = 0,4 :$$

$$N \leq 9,60. 10^5 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000006}$$

$$N \geq 9,60. 10^5 \rightarrow Q = 0,7736 N^{0,0210}$$

$$f_s / f_y = 0,5 :$$

$$N \leq 8,80. 10^5 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000006}$$

$$N \geq 8,80. 10^5 \rightarrow Q = 0,8907 N^{0,0108}$$

$$f_s / f_y = 0,6 :$$

$$N \leq 8,56. 10^5 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000010}$$

$$N \geq 8,56. 10^5 \rightarrow Q = 0,8222 N^{0,0167}$$

$$f_s / f_y = 0,7 :$$

$$N \leq 8,40. 10^5 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000003}$$

$$N \geq 8,40. 10^5 \rightarrow Q = 0,9093 N^{0,0106}$$

$f_s / f_y = 0,8 :$

$$N \leq 8,24 \cdot 10^5 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000003}$$

$$N \geq 8,24 \cdot 10^5 \rightarrow Q = 0,8696 N^{0,0142}$$

$f_s / f_y = 0,9 :$

$$N \leq 9,07 \cdot 10^4 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000006}$$

$$N \geq 9,07 \cdot 10^4 \rightarrow Q = 0,9432 N^{0,0079}$$

$f_s / f_y = 1,0 :$

$$N \leq 8,92 \cdot 10^4 \rightarrow Q = 1,0328 N^{0,000006}$$

$$N \geq 8,92 \cdot 10^4 \rightarrow Q = 0,9268 N^{0,0095}$$

Nilai  $w = f(f_s, N)$  didapat dari **(Persamaan 24b dan 24c)** yang mana nilai  $\xi = f(f_s, N)$  didapat dari analisis (numerik) laju perambatan retak yang dilakukan dari nilai  $f_s/f_y = 0,1$  sampai dengan  $1,0$ . Pada  $f_s/f_y = 0,1$  dan  $0,2$  dengan kurva  $w = f(N)$  seperti **(Grafik 9)**. Pada  $f_s/f_y = 0,9$  dan  $1,0$  dengan kurva  $w = f(N)$  seperti **(Grafik 10)**.

Dari analisis ( $f_s/f_y = 0,1 - 1,0$ ) didapat nilai  $w = f(N)$  dan  $N_f$  sebagai berikut : (26)

$f_s / f_y = 0,1 :$

$$N \leq 8,66 \cdot 10^8 \rightarrow w = 0,0327$$

$$N \geq 8,66 \cdot 10^8 \rightarrow w = 0,0118 \log N^{0,4779}$$

dengan ( $N_f = 10^9$ )

$f_s / f_y = 0,2 :$

$$N \leq 9,09 \cdot 10^6 \rightarrow w = 0,0658$$

$$N \geq 9,09 \cdot 10^6 \rightarrow w = 0,0502 \log N^{0,1414}$$

dengan ( $N_f = 10^8$ )

$f_s / f_y = 0,3 :$

$$N \leq 8,47 \cdot 10^6 \rightarrow w = 0,0987$$

$$N \geq 8,47 \cdot 10^6 \rightarrow w = 0,0495 \log N^{0,3569}$$

dengan ( $N_f = 10^8$ )

$f_s / f_y = 0,4 :$

$$N \leq 9,60 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1317$$

$$N \geq 9,60 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,0722 \log N^{0,3356}$$

dengan ( $N_f = 10^8$ )

$f_s / f_y = 0,5 :$

$$N \leq 8,80 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1646$$

$$N \geq 8,80 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1234 \log N^{0,1613}$$

dengan ( $N_f = 10^7$ )

$f_s / f_y = 0,6 :$

$$N \leq 8,56 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1975$$

$$N \geq 8,56 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1267 \log N^{0,2495}$$

dengan ( $N_f = 10^7$ )

$f_s / f_y = 0,7 :$

$$N \leq 8,40 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,2304$$

$$N \geq 8,40 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1768 \log N^{0,1583}$$

dengan ( $N_f = 10^7$ )

$f_s / f_y = 0,8 :$

$$N \leq 8,24 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,2633$$

$$N \geq 8,24 \cdot 10^5 \rightarrow w = 0,1845 \log N^{0,2121}$$

dengan ( $N_f = 10^7$ )

$f_s / f_y = 0,9 :$

$$N \leq 9,07 \cdot 10^4 \rightarrow w = 0,2962$$

$$N \geq 9,07 \cdot 10^4 \rightarrow w = 0,2523 \log N^{0,0998}$$

dengan ( $N_f = 10^6$ )

$f_s / f_y = 1,0 :$

$$N \leq 8,92 \cdot 10^4 \rightarrow w = 0,3292$$

$$N \geq 8,92 \cdot 10^4 \rightarrow w = 0,2717 \log N^{0,1200}$$

dengan ( $N_f = 10^6$ )

## 5. Kesimpulan dan Saran

### 5.1 Kesimpulan

Pada tegangan baja tertentu ( $f_s / f_y = 0,6$ ) dan beban berulang diatas nilai tertentu ( $N > 8.560.000$  kali), beban berulang ( $N$ ) mempengaruhi lebar retak dengan fungsi logaritma pangkat ( $w = 0,1267 \log N^{0,2495}$ ) sampai kondisi batas lelah ( $N_f = 10.000.000$  kali).



als”, Mc Graw-Hill Book Company, New York.

## 5.2 Saran

- Studi lebih lanjut secara eksperimen menggunakan alat ukur yang lebih teliti, sampel yang lebih banyak dan waktu yang cukup perlu dilakukan.
- Studi parameter lainnya perlu dilakukan seperti R (*load ratio*) dan frekuensi (f) alat uji yang digunakan agar sesuai dengan kondisi yang sesungguhnya.

Rolfe, S.T., Barsom J.M., 1977, “*Fracture and fatigue Control in Structures Applications of Fracture Mechanics*”, Prentice - Hall Inc, New Jersey.

## 6. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kepada :

- Bapak Rektor, Kepala Pusat Penelitian, dan Dekan Fakultas Teknik Universitas Brawijaya serta semua pihak yang telah membantu penulisan ini.
- Bapak Promotor (Prof. Dr. Ir. IGP Raka) dan co Promotor (Prof. Ir. Priyo Suprobo, MS, Ph.D) dari Jurusan Teknik Sipil FTSP-ITS yang telah membantu penulisan ini.

## Daftar Pustaka

- Bazant Z.P., Planas J., 1998, “*Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*”, CRC. Press, New York.
- Broek, D., 1978, “*Elementary Engineering Fracture Mechanics*”, Sijthoff & Noordhoff Alphen aan den Rijn, Netherlands.
- Broek D., 1989, “*The Practical Use of Fracture Mechanics*”, 2nd Editions, Kluwer Academic Publishers, London.
- Callister W.D., Jr., 1997, “*Materials Science and Engineering An Introduction*”, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc , New York.
- Carpinteri, A., 1992, “*Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*”, Elsevier Applied Science, New York.
- Ellyin, F., 1997, “*Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction*”, Chapman & Hall, New York.
- Gibson, R.F., 1994, “*Principles of Composite Material Mechanics*”, International Editions, Mc Graw-Hill, Inc, New York.
- Jones, R.M., 1975, “*Mechanics of Composite Materi-*

LAMPIRAN

Tabel 1. Perhitungan tinggi retak awal (*initial crack depth*)

a mm	$\xi = a/h$	$Y_M(\xi)$	$Y_F(\xi)$	$\alpha$ mm <sup>-5/2</sup>	$\beta$ mm <sup>-3/2</sup>	$f_s$ N/mm <sup>2</sup>	$M_F$ Nmm	x mm	C N	T N	T+P N	l <sub>p</sub> mm	d <sub>1</sub> mm	d <sub>2</sub> mm	d <sub>3</sub> mm	M <sub>EQ</sub> Nmm
1,67	0,008	2,71	0,57	4,1E-06	4,6E-04	29,33	12.871.626	16,8	96638	88320	96638	0	130	191	163	12.871.626
1,92	0,010	3,02	0,64	4,5E-06	5,1E-04	39,00	11.943.215	17,2	99057	87995	99057	45	100	161	162	11.943.215
2,20	0,011	3,38	0,72	5,1E-06	5,7E-04	58,50	11.442.253	18,1	104029	87436	104029	89	70	130	162	11.442.253
2,33	0,012	3,54	0,76	5,3E-06	6,0E-04	78,00	11.629.203	19,0	109070	86946	109070	111	55	115	162	11.629.203
2,39	0,012	3,60	0,77	5,4E-06	6,1E-04	97,50	12.089.081	19,9	114145	86490	114145	124	47	106	161	12.089.081
2,39	0,012	3,62	0,78	5,4E-06	6,1E-04	107,25	12.374.089	20,3	116691	86270	116691	129	44	103	161	12.374.089
2,40	0,012	3,62	0,78	5,4E-06	6,1E-04	117,00	12.683.179	20,8	119240	86054	119240	133	41	100	161	12.683.179
2,39	0,012	3,61	0,78	5,4E-06	6,1E-04	126,75	13.010.520	21,2	121791	85840	121791	136	39	98	161	13.010.520
2,35	0,012	3,56	0,77	5,4E-06	6,1E-04	156,00	14.065.563	22,5	129457	85209	129457	142	35	93	160	14.065.563
2,27	0,011	3,47	0,74	5,2E-06	5,9E-04	195,00	15.567.766	24,3	139691	84381	139691	147	31	89	159	15.567.766
2,18	0,011	3,35	0,72	5,0E-06	5,7E-04	234,00	17.120.294	26,1	149929	83557	149929	150	29	86	159	17.120.294
2,09	0,010	3,24	0,69	4,9E-06	5,5E-04	273,00	18.693.454	27,9	160168	82733	160168	152	28	84	158	18.693.454
2,01	0,010	3,14	0,67	4,7E-06	5,3E-04	312,00	20.272.476	29,7	170404	81907	170404	153	27	83	157	20.272.476
1,93	0,010	3,04	0,65	4,6E-06	5,1E-04	351,00	21.849.209	31,4	180638	81079	180638	153	27	82	156	21.849.209
1,86	0,009	2,94	0,63	4,4E-06	5,0E-04	390,00	23.418.798	33,2	190868	80248	190868	153	27	82	155	23.418.798

Tabel 2. Perhitungan perambatan retak lelah (*fatigue crack growth*)

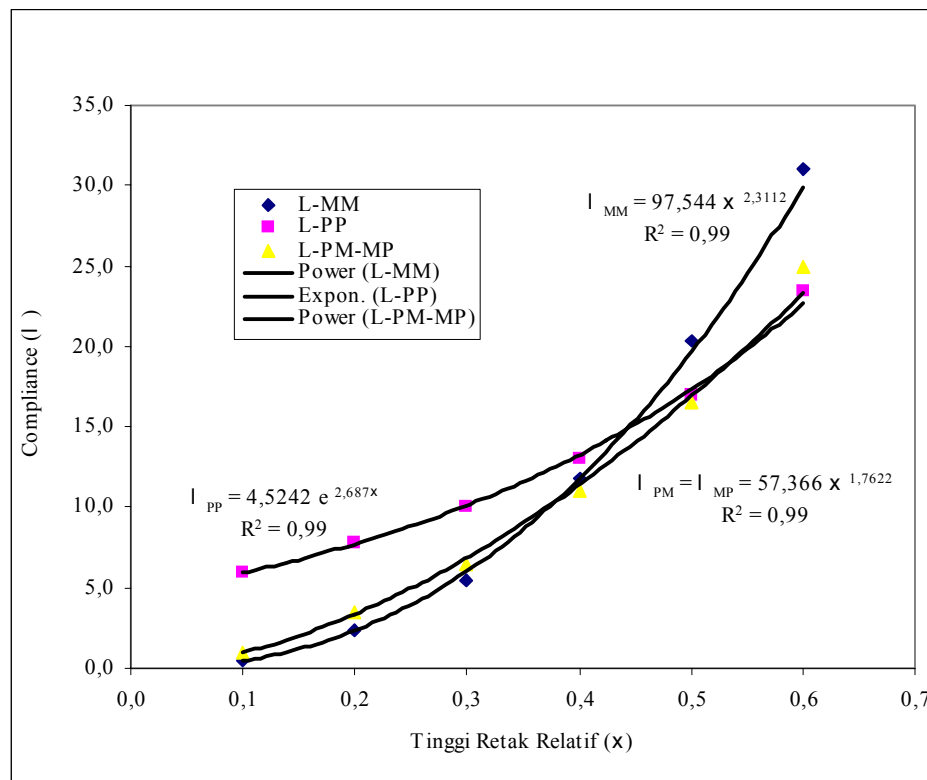
Untuk  $f_s = 39$  N/mm<sup>2</sup> ;  $R = 0,0$  ;  $h = 200$  mm  
 $Y_M(\xi) = 6 ( 1,99 \xi^{1/2} - 2,47 \xi^{3/2} + 12,97 \xi^{5/2} - 23,17 \xi^{7/2} + 24,80 \xi^{9/2} )$   $\Delta K_I = Y_M f_s \sqrt{\pi a_{ave}}$   
 $da/dN = 3,83E-16 \frac{\Delta K_I^{3,02}}{}$

a mm	$\Delta a$ mm	$a_{ave}$ mm	$Y_M(\xi)$	$\Delta K_I$ N mm <sup>-3/2</sup>	$da/dN$ mm cycle <sup>-1</sup>	$\Delta N$ cycle	$N=N+\Delta N$ cycles	$\xi = a/h$
1,92							0	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	1,00E+00	1,00E+00	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	8,99E+00	1,00E+01	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	9,00E+01	1,00E+02	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	9,00E+02	1,00E+03	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	9,00E+03	1,00E+04	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,70E-10	9,00E+04	1,00E+05	0,010
1,92	0,00	1,92	1,16	111	5,71E-10	9,00E+05	1,00E+06	0,010
1,92	0,01	1,92	1,16	111	5,73E-10	9,00E+06	1,00E+07	0,010
1,98	0,05	1,95	1,17	113	6,00E-10	9,00E+07	1,00E+08	0,010
3,33	1,35	2,65	1,35	152	1,50E-09	9,00E+08	1,00E+09	0,013
6,74	3,41	5,03	1,84	286	1,00E-08	3,41E+08	1.340.887.500	0,025

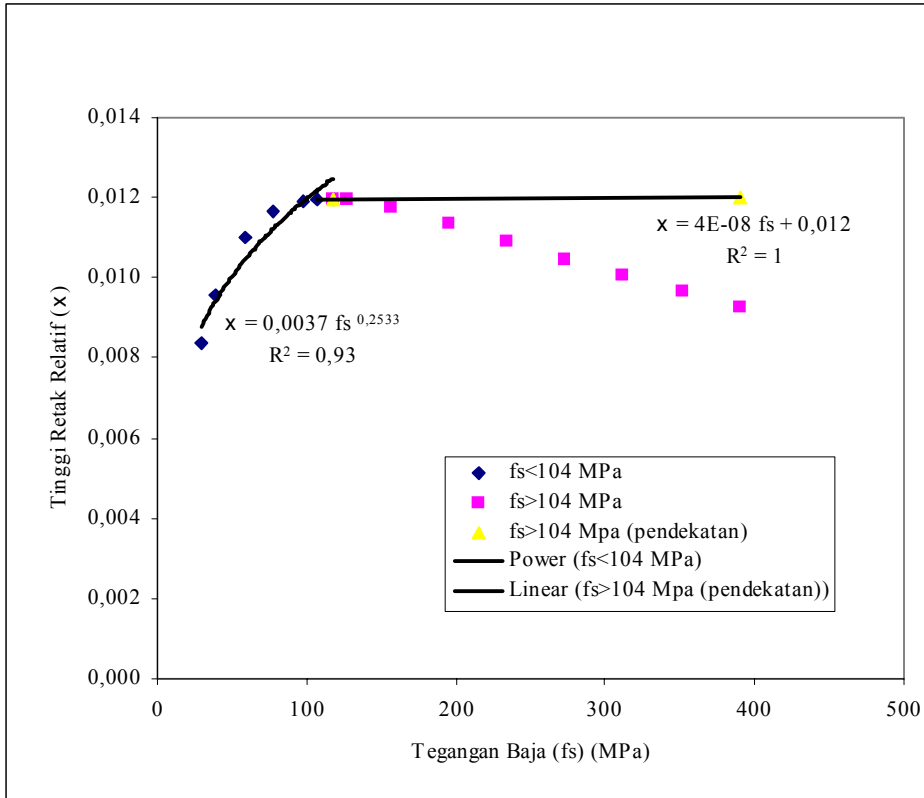
**Tabel 3. Perhitungan perambatan retak lelah (*fatigue crack growth*)**

Untuk  $f_s = 390 \text{ N/mm}^2$ ;  $R = 0,0$ ;  $h = 200 \text{ mm}$   
 $Y_M(\xi) = 6 ( 1,99 \xi^{1/2} - 2,47 \xi^{3/2} + 12,97 \xi^{5/2} - 23,17 \xi^{7/2} + 24,80 \xi^{9/2} )$   $\Delta K_I = Y_M f_s \sqrt{\pi a_{ave}}$   
 $da/dN = 3,83E-16 \Delta K_I^{3,02}$

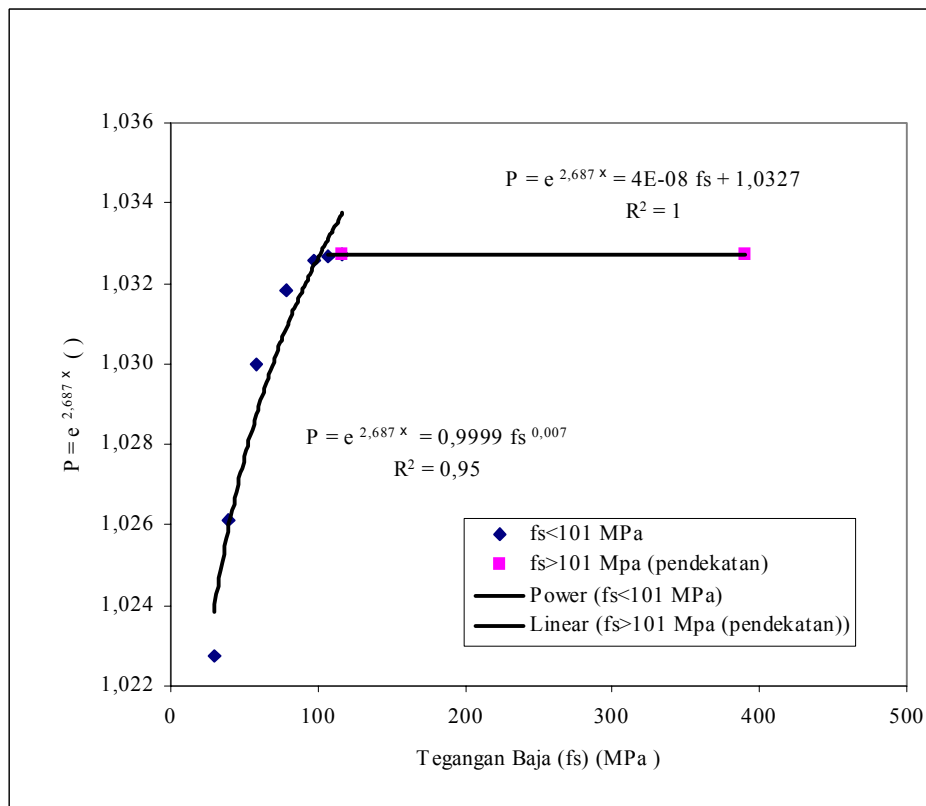
a mm	$\Delta a$ mm	$a_{ave}$ mm	$Y_M(\xi)$	$\Delta K_I$ $\text{N mm}^{-3/2}$	$da/dN$ $\text{mm cycle}^{-1}$	$\Delta N$ cycle	$N=N+\Delta N$ cycles	$\xi = a/h$
2,40							0	0,012
2,40	0,00	2,40	1,29	1379	1,16E-06	1,00E+00	1,00E+00	0,012
2,40	0,00	2,40	1,29	1379	1,16E-06	8,99E+00	1,00E+01	0,012
2,40	0,00	2,40	1,29	1379	1,16E-06	9,00E+01	1,00E+02	0,012
2,40	0,00	2,40	1,29	1379	1,16E-06	9,00E+02	1,00E+03	0,012
2,41	0,01	2,40	1,29	1382	1,17E-06	9,00E+03	1,00E+04	0,012
2,52	0,11	2,46	1,31	1418	1,26E-06	9,00E+04	1,00E+05	0,012
5,09	2,57	3,81	1,61	2174	4,59E-06	5,60E+05	660.341	0,019



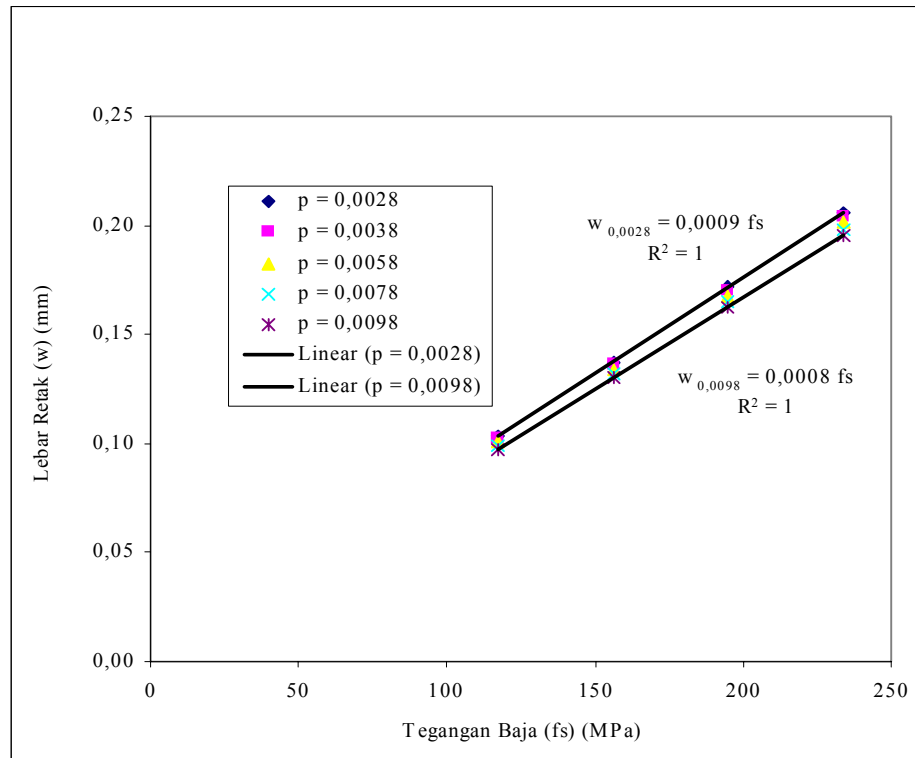
**Grafik 1. Hubungan *compliance* tinggi retak relatif**



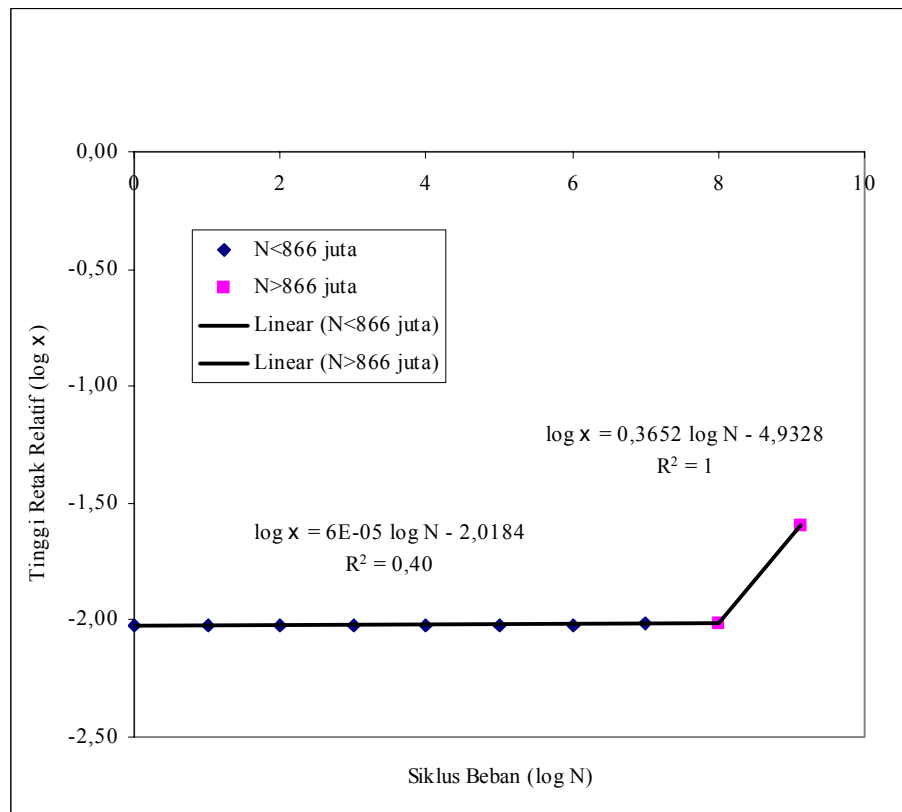
Grafik 2. Hubungan tinggi retak vs tegangan baja



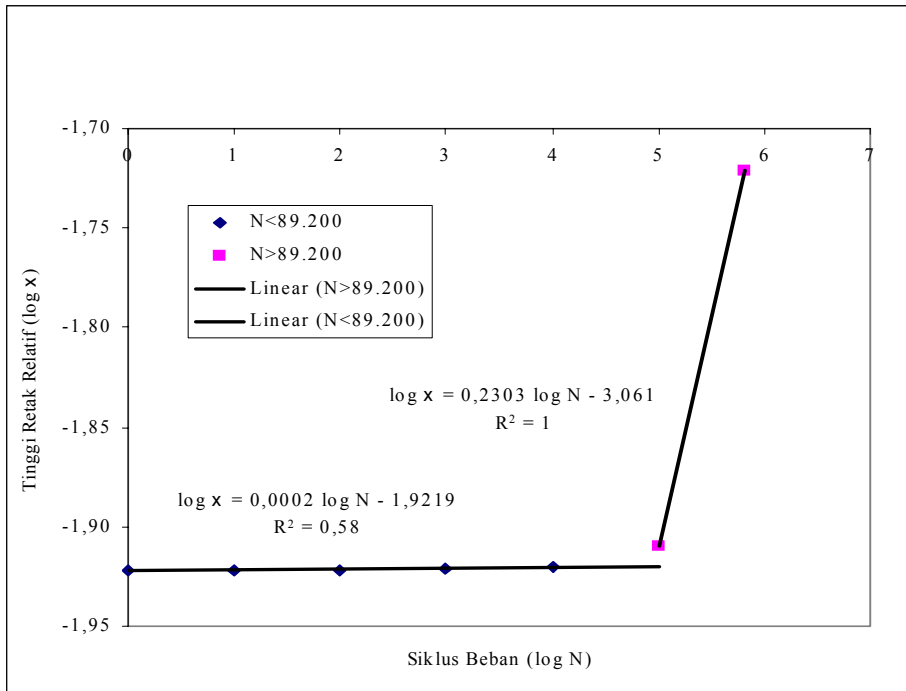
Grafik 3. Hubungan P vs tegangan baja



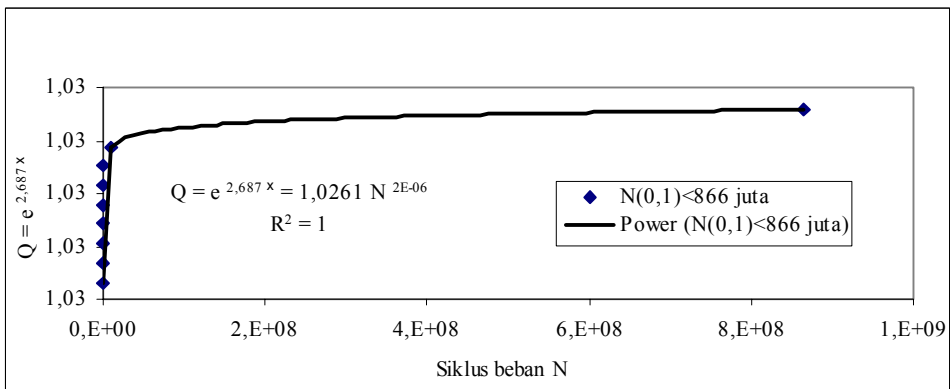
Grafik 4. Hubungan lebar retak vs tegangan baja



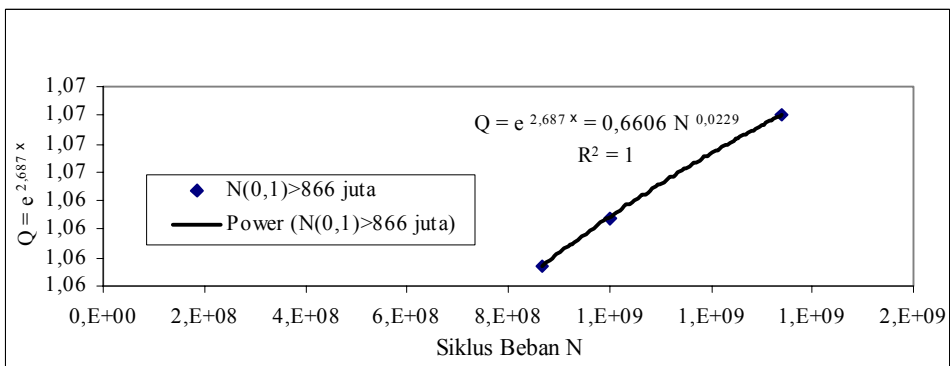
Grafik 5. Hubungan tinggi retak vs siklus beban  $f_s/f_y = 0,1$



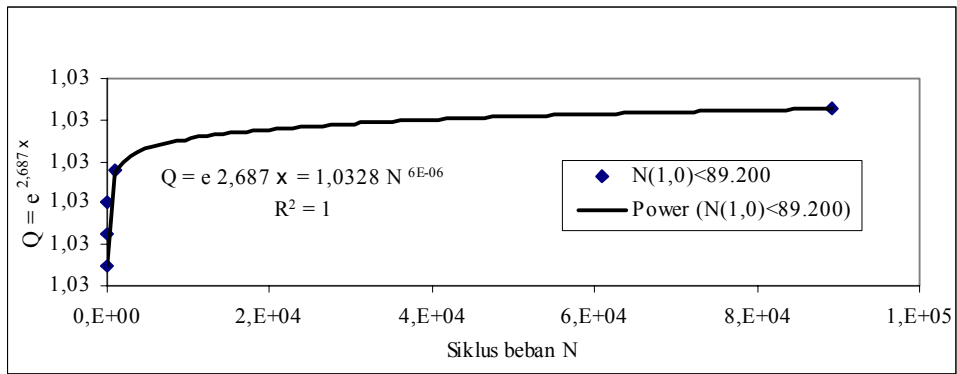
Grafik 6. Hubungan tinggi retak vs siklus beban  $f_s/f_y = 1,0$



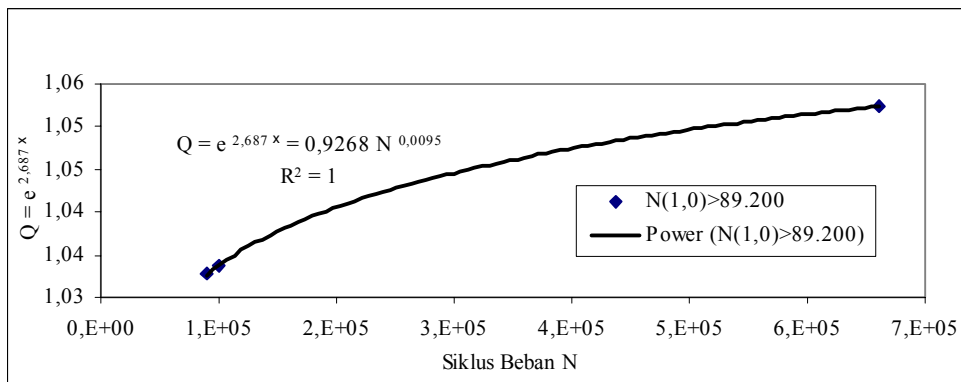
Grafik 7a. Q vs N ( $N_{0,1} < 8,66.10^8$ )



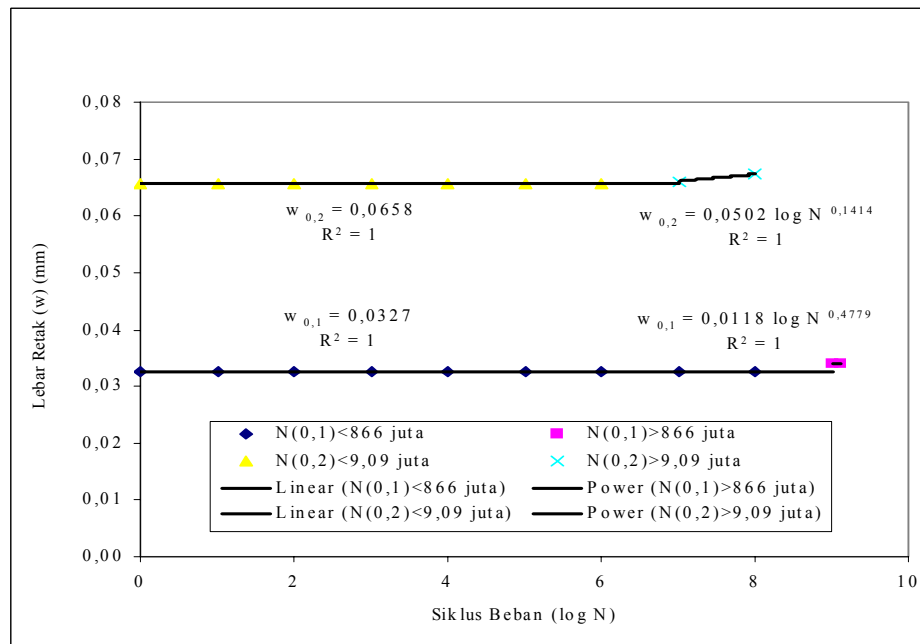
Grafik 7b. Q vs N ( $N_{0,1} > 8,66.10^8$ )



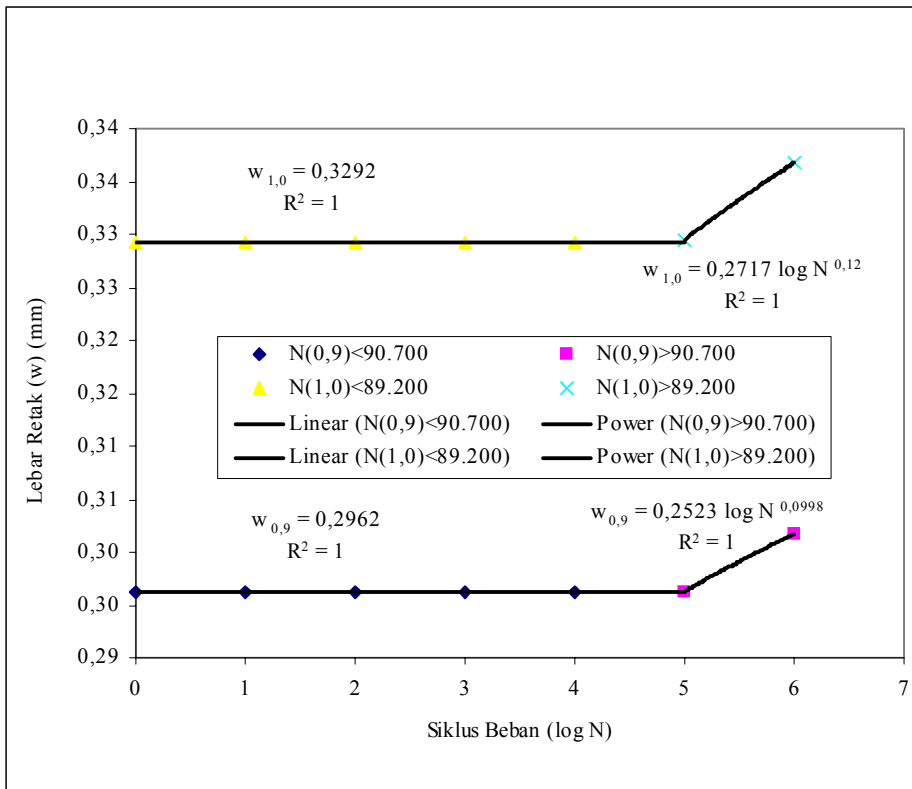
Grafik 8a. Q vs N ( $N_{1,0} < 8,92.10^4$ )



Grafik 8b. Q vs N ( $N_{1,0} > 8,92.10^4$ )



Grafik 9. Hubungan lebar retak vs siklus beban



Grafik 10. Hubungan lebar retak vs siklus beban