

Simulasi Aliran di Perairan Dangkal dengan Menggunakan Metoda Volume Hingga pada Sistem Grid tak Beraturan

Dantje Kardana Natakusumah¹⁾
Choly Nuradil²⁾

Abstrak

Pada paper ini dikembangkan model numerik menggunakan skema numerik eksplisit dengan metoda volume hingga bertipe sel terpusat pada sistem grid tidak beraturan. Skema metoda volume hingga yang digunakan, pertama sekali diperkenalkan oleh Jameson [1] untuk menyelesaikan persamaan-persamaan Euler. Jameson menggunakan metoda tersebut untuk penyelesaian aliran viskos dan non viskos, aliran laminar viskos serta aliran turbulen pada berbagai bentuk sayap pesawat. Dalam paper ini skema tersebut dimodifikasi untuk menyelesaikan persamaan perairan dangkal (Shallow-water Equations). Model numerik ini digunakan pada aliran-aliran tunak dan tidak tunak dengan aliran subkritis dan superkritis serta simulasi loncatan hidrolik. Model numerik ini diselesaikan secara eksplisit, dimana diskritisasi ruang diselesaikan dengan metoda volume hingga bertipe sel terpusat (cell-center finite volume method) dan diskritisasi waktu digunakan metoda Runge-Kutta bertingkat banyak (multi-stage Runge-Kutta method). Untuk mengatasi osilasi numerik yang timbul digunakan disipasi numerik buatan yang diperkenalkan oleh Jameson [1]. Untuk beberapa uji kasus, hasil simulasi di bandingkan dengan perhitungan analitik serta dibandingkan dengan hasil dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Dari analisa hasil simulasi, didapatkan bahwa dari perbandingan antara hasil eksperimen dan numerik memperlihatkan bahwa solusi numerik adalah akurat dan dapat diandalkan.

Kata-kata kunci : Metoda volume hingga, disipasi buatan, grid tidak beraturan, Cell-centre

In this paper, it has been developed a numerical model using a general explicit numerical scheme base on the Finite Volume Method with cell-centre type on unstructured grid system. The Finite Volume scheme to be presented is developed on the basis of the finite volume scheme proposed by Jameson [1] for the solution of Euler equations. The proposed method is applied to solve some two-dimensional inviscid, laminar viscous and turbulent flows around various airfoils. In this paper, the scheme it has been modified to solve some two-dimensional depth average free-surface flows (Shallow-water Equations). This numerical model has been applied to depth averaged steady and unsteady flows for subcritical and supercritical free-surface flow and hydraulic jump simulations. This numerical model is solved by explicit way, where spatial discretisation is solved by cell-center finite volume method and time discretisation is solved by multi-stage Runge-Kutta method. To make the computation stable and cure from numerical oscillation an artificial dissipation is introduced to the scheme. For some test cases, the calculated results are compared with experimental data that has been investigated. From simulation results analysis, the comparisons with measurements as well as with numerical solution show that the numerical method is comparatively accurate, fast, and reliable.

Keywords : Finite Volume Methods, Artificial dissipation, unstructural grid system, Cell-centre

1. Pendahuluan

Banyak metoda numerik dapat digunakan dalam penyelesaian persamaan perairan dangkal dua dimensi untuk mensimulasikan aliran permukaan. Diantaranya adalah metoda Beda Hingga (*Finite Difference Methods / FDM*) (Garcia dan Kahawitha 1986; Fennema dan Chaudhry 1990; Bellos et al. 1991), metoda Elemen Hingga (*Finite Element Methods / FEM*)

(Akambi dan Katopodes 1988) dan metoda Volume Hingga (*Finite Volume Methods / FVM*) (Bellos et al 1991; Zhao et al. 1994).

Metoda Volume Hingga mempunyai beberapa keunggulan dibanding dengan metoda Beda Hingga dan metoda Elemen Hingga. Metoda Volume Hingga menggabungkan kesederhanaan metoda Beda Hingga dengan kefleksibelan geometri yang dipunyai metoda Ele-

1. Staf Pengajar Departemen Teknik Sipil ITB dan Staf Peneliti pada Laboratorium Mekanika Fluida dan Hidrodinamik, PAU ITB.

2. Alumni, Program Magister Teknik Sumberdaya Air, Institut Teknologi Bandung.

Catatan : Usulan makalah dikirimkan pada 25 Agustus 2004 dan dinilai oleh peer reviewer pada tanggal 30 Agustus 2004 – 1 September 2004. Revisi penulisan dilakukan antara tanggal 2 September 2004 hingga 6 September 2004.

men Hingga. Dengan kata lain, metoda volume hingga adalah metoda beda hingga yang diaplikasikan pada bentuk diferensial konserfativ dari hukum kekekalan dalam koordinat yang tak beraturan. Jadi metoda volume hingga dapat digunakan pada sistem grid yang tak beraturan seperti pada metoda elemen hingga.

2. Persamaan Pengatur

Persamaan pengatur yang digunakan untuk mensimulasikan aliran pada permukaan tanah, perairan dangkal atau pada suatu saluran terbuka adalah persamaan *St. Venant*. Persamaan hidrodinamik ini mengikuti prinsip dari hukum konservasi massa yang menghasilkan persamaan kontinuitas dan hukum Newton ke-2 yang menghasilkan persamaan momentum. Kemudian setiap persamaan hidrodinamik ini di rata-ratakan terhadap waktu dalam bentuk persamaan tiga dimensi. Dengan menggunakan definisi aliran pada perairan dangkal dan melakukan rata-rata terhadap kedalaman, didapatkan persamaan konservasi massa dan momentum yang ditulis dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1)$$

dengan :

$$\mathbf{W} = \begin{Bmatrix} H \\ UH \\ VH \end{Bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} UH \\ U^2H + \frac{1}{2}gH^2 \\ UVH \end{Bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{Bmatrix} VH \\ UVH \\ V^2H + \frac{1}{2}gH^2 \end{Bmatrix} \\ \mathbf{S} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -gH(S_{ox} - S_{fx}) \\ -gH(S_{oy} - S_{fy}) \end{Bmatrix}$$

dimana U dan V adalah komponen kecepatan dalam arah x dan y ; H = kedalaman aliran; g = percepatan gravitasi; S_o = kemiringan dasar dan S_f = gesekan dasar saluran yang dihitung menggunakan formula empiris seperti rumus empiris dari Manning sebagai berikut :

$$S_{fx} = \frac{n^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{H^{4/3}} \quad S_{fy} = \frac{n^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{H^{4/3}} \quad (2)$$

d i -

mana n adalah koefisien kekasaran Manning

Persamaan (1) dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana dengan memasukkan total flux vector $\mathbf{H}$.

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} \vec{i} + \mathbf{G} \vec{j} \quad (3)$$

Sehingga **persamaan (1)** menjadi :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{H} = \mathbf{S} \quad (4)$$

Persamaan (4) diintegrasikan pada sel volume kontrol Ω yang dibatasi oleh sisi sel Γ serta dengan menggunakan teorema divergensi Gauss didapat :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} d\Gamma = \iint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega \quad (5)$$

Dimana $\mathbf{n}$ adalah vektor normal arah keluar dari batas sisi Γ dari volume kontrol Ω . Dalam koordinat kartesian **persamaan (5)** dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \oint_{\Gamma} (\mathbf{F} dy - \mathbf{G} dx) = \iint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega \quad (6)$$

3. Diskritisasi Ruang Volume Hingga

Proses diskritisasi ruang dilakukan dengan membagi domain komputasi menjadi sel-sel yang tidak saling tumpang tindih yang dapat berbentuk persegi atau berbentuk segi tiga. Sel-sel tersebut di definisikan dengan koordinat- koordinat titik sudut sel serta hubungan suatu sel dengan sel disebelahnya melalui satu sisi yang saling berhubungan, sehingga membentuk matrik hubungan sisi sel. Variabel-variabel aliran dalam vektor $\mathbf{W}$ berhubungan dengan sel dan tidak dinyatakan secara ekplicit pada suatu titik di dalam sel. Untuk tujuan praktis, variabel aliran tersebut dinyatakan pada titik pusat sel dan merupakan harga rata-rata dari variabel aliran pada satu sel. Untuk sel Ω_k harga rata-rata variabel aliran vektor $\mathbf{W}_k$ di definisikan sebagai :

$$\mathbf{W}_k = \frac{1}{A_k} \iint_{\Omega_k} \mathbf{W} d\Omega \quad (7)$$

Dimana A_k adalah luas sel Ω_k yang dihitung dengan menggunakan trapezoidal rule,

$$A_k \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i) \quad (8)$$

dimana i adalah nomor titik sudut sel dan M adalah jumlah titik sudut yang membentuk sel tersebut. Dengan asumsi luas sel A_k tidak berubah terhadap waktu dan dengan menggunakan pendekatan integral flux konvektif yang melintasi batas sisi sel dengan persamaan berikut :

$$\oint_{\Gamma_k} (\mathbf{F} dy - \mathbf{G} dx) \approx \sum_{i=1}^N (\mathbf{F}_i \Delta y_i - \mathbf{G}_i \Delta x_i) \quad (9)$$

persamaan (6) dapat ditulis sebagai berikut :

$$A_k \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{W}_k + \sum_{i=1}^N (\mathbf{F}_i \Delta y_i - \mathbf{G}_i \Delta x_i) = A_k \mathbf{S}_k \quad (10)$$

d i -

mana i adalah nomor batas sisi sel, N adalah jumlah sisi yang membentuk satu sel volume kontrol.

4. Perhitungan Flux Konvektif

Untuk mengevaluasi komponen-komponen dari suku flux konvektif pada sisi sel volume kontrol, bergantung pada skema yang digunakan di lokasi dari variabel aliran dalam grid domain komputasi. Mengacu pada **Gambar (1)**, untuk mengevaluasi kesetimbangan flux konvektif pada suatu sel dilakukan pengintegralan suku flux konvektif sepanjang sisi suatu sel (integral garis). Pendekatan integrasi flux konvektif seperti pada persamaan (9) dapat ditulis dalam bentuk :

$$C(\mathbf{W}_k) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{F}_i \Delta y_i - \mathbf{G}_i \Delta x_i) \quad (11)$$

dimana i adalah nomor sisi sel, N adalah jumlah sisi yang membentuk sel k dan $C(\mathbf{W}_k)$ adalah operator konvektif yang merepresentasikan pendekatan diskrit kesetimbangan flux konvektif yang melalui semua batas sisi sel k . Dengan memperkenalkan kecepatan flux Q_i untuk sisi ke- i dari suatu sel sebagai :

$$Q_i = u_i \Delta y_i - v_i \Delta x_i \quad (12)$$

maka operator konvektif untuk sel k dapat ditulis sebagai berikut :

$$C(\mathbf{W}_k) = \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} Q_i H_i \\ Q_i U_i H_i + \frac{1}{2} g H_i^2 \Delta y_i \\ Q_i V_i H_i - \frac{1}{2} g H_i^2 \Delta x_i \end{pmatrix} \quad (13)$$

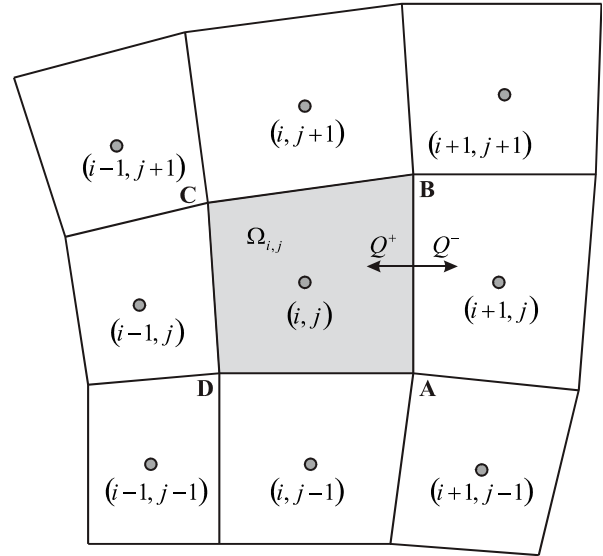
Dari **persamaan (13)**, sudah jelas bahwa untuk menghitung operator konvektif $C(\mathbf{W}_k)$ harus dihitung terlebih dahulu variabel-variabel aliran pada sisi sel tersebut. Salah satu cara yang mudah untuk menghitung variabel aliran tersebut adalah dengan menggunakan harga rata-rata variabel aliran dari dua sel k dan sel l yang saling bersebelahan.

$$\mathbf{W}_i = \frac{1}{2} (\mathbf{W}_k + \mathbf{W}_l) \quad (14)$$

Dengan mengakumulasi kontribusi flux dari operator-operator konvektif dari setiap sisi sel, didapatkan total suku konvektif pada pusat sel. **Persamaan (11)** disubstitusikan ke **persamaan (10)** kita dapatkan persamaan diferensial biasa sebagai berikut :

$$A_k \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{W}_k) + C(\mathbf{W}_k) = A_k \mathbf{S}_k \quad (15)$$

dimana $C(\mathbf{W}_k)$ adalah operator konvektif.



Gambar 1. Sel utama pada interior domain komputasi

5. Disipasi Numerik Buatan

Pada **persamaan (15)** tidak mempunyai suku viskos yang berperan meredam osilasi secara alami pada saat terjadi gelombang kejut. Untuk meredam osilasi yang timbul dan memperoleh solusi tak cacat, **persamaan (15)** di tambahkan disipasi numerik buatan. Penambahan tersebut merubah **persamaan (15)** menjadi sebagai berikut :

$$A_k \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{W}_k) + C(\mathbf{W}_k) - D(\mathbf{W}_k) = A_k \mathbf{S}_k \quad (16)$$

dimana $D(\mathbf{W}_k)$ adalah operator disipasi numerik buatan.

Dalam paper ini digunakan disipasi numerik buatan yang dikembangkan oleh Mavriplis [6, 7] untuk persamaan Euler. Sekalipun fomulasinya aslinya dikembangkan untuk grid triangular tak beraturan, dengan sedikit modifikasi dan penyetelan parameter, formulasi ini dapat digunakan pada bentuk grid apapun. Berdasarkan pendekatan tersebut, disipasi numerik buatan dibangun dengan menggabungkan operator Laplacian dan operator Biharmonic sebagai berikut :

$$D(\mathbf{W}_k) = D^2(\mathbf{W}_k) - D^4(\mathbf{W}_k) \quad (17)$$

dengan :

$$D^2(\mathbf{W}_k) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ik} \frac{A_{ik}}{\Delta t_{ik}} (\mathbf{W}_i - \mathbf{W}_k) \quad (18)$$

$$D^4(\mathbf{W}_k) = \sum_{i=1}^N \varepsilon^{(2)}_{ik} \frac{A_{ik}}{\Delta t_{ik}} (\nabla^2 \mathbf{W}_i - \mathbf{W}_k) \quad (19)$$

dimana $D^2(\mathbf{W}_k)$ dan $D^4(\mathbf{W}_k)$ adalah operator disipatif Laplacian dan Biharmonic, A_{ik} dan Δt_{ik} adalah luas rata-rata sel dan langkah waktu untuk kedua sel yang berhubungan dengan batas sisi sel k . Koefisien ε_{ik} adalah koefisien adaptif yang berfungsi sebagai sensor gelombang kejut yang akan menghidupkan suku Laplacian pada daerah sekitar gelombang kejut dan di matikan pada daerah smooth. Koefisien adaptif tersebut ditentukan dari harga salah satu besaran variabel aliran, dalam hal ini digunakan besaran kedalaman aliran sebagai berikut :

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon^{(1)} \frac{\sum_{i=1}^{Np} |H_i - H_k|}{\sum_{i=1}^{Np} |H_i + H_k|} \quad (20)$$

dimana $\varepsilon^{(1)}$ adalah koefisien yang ditentukan secara empiris. Sebutan persamaannya adalah rata-rata kedalaman yang digunakan hanya untuk normalisasi saja. Jadi, ε_{ik} pada dasarnya adalah sepenuhnya Laplacian dari kedalaman. Timbulnya loncatan kedalaman yang besar melalui suatu gelombang kejut memberikan efek switching yang diperlukan. Untuk tujuan praktis, suku disipasi Biharmonic $D^4(\mathbf{W}_k)$ dapat di destablisasi dalam kehadiran gelombang kejut, sehingga koefisien disipasi Biharmonik digunakan sebagai sakelar untuk menghidupkan dan mematikan operator Biharmonik pada daerah sekitar gelombang kejut. Semua itu dapat di penuhi dengan mensetting

$$\varepsilon^{(2)} = \max(0, \varepsilon^{(2)} - \varepsilon_{ik}) \quad (21)$$

Penggunaan **persamaan (17)** sebagai formula disipasi numerik buatan menghasilkan skema numerik berada dalam tingkat keakuratan berderajat dua pada seluruh medan aliran, kecuali pada daerah dekat gelombang kejut menjadi berada dalam tingkat keakuratan berderajat satu

6. Integrasi Waktu

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, dikritisasi ruang dan penambahan disipasi numerik buatan merubah persamaan diferensial parsial pada **persamaan (1)** menjadi persamaan diferensial biasa sebagai berikut :

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{W}_k) = -R(\mathbf{W}_k) + \mathbf{S}_k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

dimana N adalah jumlah sel total dan $\mathbf{S}_k$ adalah total residu dari kesetimbangan flux konvektif yang melewati batas-batas sisi volume sel yang melingkupi volume sel k .

$$R(\mathbf{W}_k) = \frac{1}{A_k} [C(\mathbf{W}_k) - D(\mathbf{W}_k)] \quad (23)$$

Sistem **persamaan (23)** adalah sistem persamaan diferensial biasa yang dapat diselesaikan dengan berbagai metoda. Dalam paper ini akan diselesaikan dengan metoda eksplisit Runge-Kutta bertingkat banyak dengan tiga tingkat (*multi-stage Runge-Kutta time stepping*). Dengan formulasi ini, operator konvektif dihitung pada setiap tingkatan dalam langkah waktu, sementara operator disipasi numerik buatan dihitung hanya pada tingkat pertama. Maka perhitungan selama satu waktu adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_k^{(0)} &= \mathbf{W}_k^n \\ \mathbf{W}_k^{(1)} &= \mathbf{W}_k^{(0)} - \alpha_1 \Delta t_k R(\mathbf{W}_k^{(0)}) \\ \mathbf{W}_k^{(2)} &= \mathbf{W}_k^{(0)} - \alpha_2 \Delta t_k R(\mathbf{W}_k^{(1)}) \\ &\vdots \\ \mathbf{W}_k^{(m)} &= \mathbf{W}_k^{(0)} - \alpha_m \Delta t_k R(\mathbf{W}_k^{(m-1)}) \\ \mathbf{W}_k^{n+1} &= \mathbf{W}_k^{(m)} \end{aligned} \quad (24)$$

dengan koefisien

$$\alpha_1 = 0.6 \quad \alpha_2 = 0.6 \quad \alpha_3 = 1.0$$

7. Perlakuan Syarat Batas

Solusi numerik persamaan hidrodinamik pada perairan dangkal harus dihitung dalam domain aliran yang tertentu. Pemilihan kondisi batas yang tepat sangat diperlukan bagi program untuk mencapai kondisi konvergen dan akurat, serta sangat berpengaruh terhadap kecepatan pencapaian kondisi konvergen. Secara umum, kondisi batas dari domain aliran dibagi dalam dua katagori, pertama batas dinding dan kedua adalah batas aliran. Kondisi batas harus ditentukan untuk mendapatkan domain komputasi yang terbatas.

7.1 Kondisi batas dinding

Syarat kondisi fisik aliran pada dinding saluran adalah aliran tidak dapat menembus permukaan dinding. Kondisi ini dapat dinyatakan dengan flux kecepatan normal aliran yang melintasi permukaan sama dengan nol atau secara matematis dapat ditulis sebagai :

$$Q_w \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (25)$$

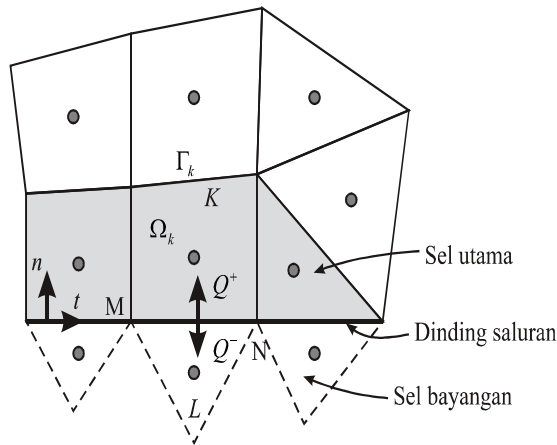
Dengan

Q_w = flux kecepatan normal pada permukaan dinding saluran.

$\mathbf{n}$ = vektor normal satuan.

Secara numerik kondisi ini dapat dicapai dengan menambahkan komponen kecepatan normal pada volume sel bayangan (*imaginary cell*) yang memiliki besar dan arah yang berlawanan terhadap komponen kecepatan normal pada volume sel sebenarnya dalam domain aliran (lihat **Gambar III.6**), secara matematis dapat dinyatakan sebagai :

$$q_l^n \cdot n_x = -q_k^n \cdot n_x \text{ dan } q_k^t \cdot n_y = -q_k^t \cdot n_y \quad (26)$$



Gambar 2. Sel bayangan di dinding saluran

Dimana k merupakan volume sel utama dan l volume sel bayangan. Sehingga harga komponen kecepatan pada volume sel bayangan dapat dinyatakan sebagai :

$$\begin{aligned} u_l &= -q_k^n n_x + q_k^t t_x \\ v_l &= -q_k^n n_y + q_k^t t_y \end{aligned} \quad (27)$$

dengan

u_l = kecepatan dalam arah-x pada volume sel bayangan.

V_l = kecepatan dalam arah-y pada volume sel bayangan.

Harga komponen kecepatan normal q_k^n dan tangensial q_k^t pada volume sel k dapat didekati dengan suatu pendekatan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} q_k^n &= u_k n_x + v_k n_y \\ q_k^t &= u_k t_x + v_k t_y \end{aligned} \quad (28)$$

Harga u dan v diambil dari sel k yang berada sangat dekat terhadap permukaan dinding saluran.

7.2 Kondisi batas aliran

Kondisi batas aliran digunakan metoda ekstrapolasi untuk menentukan parameter-parameter aliran yang tidak diketahui. Metoda ekstrapolasi yang paling banyak digunakan adalah metoda Karakteristik.

Dalam metoda volume hingga tipe sel terpusat yang digunakan dalam paper ini, parameter-parameter aliran

tidak secara eksplisit ditentukan pada suatu titik di dalam sel, dan parameter aliran tersebut merupakan harga rata-rata untuk seluruh luas sel, sehingga kurang tepat bila digunakan metoda ekstrapolasi. Sampai saat ini penulis masih mencari metoda yang tepat digunakan pada kondisi syarat batas tersebut, terutama untuk kondisi batas aliran.

8. Hasil-hasil dan Diskusi

Pada bagian ini ditampilkan hasil dari beberapa penyelesaian masalah aliran pada perairan dangkal dengan menggunakan metoda volume hingga. Uji kasus yang dipilih merupakan uji kasus yang baik untuk pengujian persamaan perairan dangkal dua dimensi secara numerik. Hasil-hasil pengujian dimaksudkan untuk memperlihatkan kemampuan dari metoda volume hingga untuk mensimulasikan aliran dalam berbagai kondisi dan bentuk geometri aliran. Tingkat keakuratan hasil diambil dengan membandingkan hasil yang didapat dengan hasil perhitungan yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya.

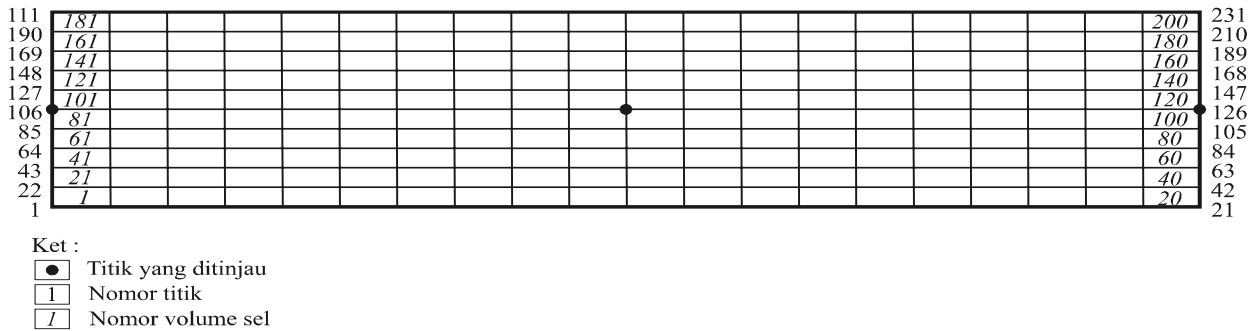
8.1 Saluran lurus sederhana (pasang surut)

Untuk menguji model simulasi aliran dua dimensi ini, pertama kali akan diterapkan untuk kasus yang sangat sederhana yaitu kasus saluran lurus yang dasar salurannya datar dimana terdapat pengaruh pasang surut. Dalam kasus ini digunakan saluran lurus dengan panjang 5000 meter dan lebar 1000 meter, yang salah satu ujungnya tertutup.

Saluran ini terbagi menjadi 231 titik simpul dan membentuk 200 elemen segiempat seperti tampak pada Gambar (4.2) berikut. Kondisi awal pada kasus ini diambil kedalaman air rata sedalam 10 m, dan kecepatan u dan v nol. Kondisi batas pada bagian saluran yang terbuka merupakan tinggi muka air akibat pengaruh pasang surut, dengan amplitudo pasang surut 2.5 m dan periode pasang surut 12 jam.



Gambar 3. Sketsa saluran lurus sederhana



Gambar 4. Grid domain komputasi

Untuk mendapatkan perbandingan hasil numeris, maka akan dibandingkan dengan penyelesaian secara analitis untuk saluran segiempat. Menurut Zia Hosseinipour dan Michael Amien (1990), penyelesaian analitis untuk kasus saluran segiempat dengan kedalaman konstan dimana salah satu ujungnya tertutup dan ujung lainnya berupa fluktuasi muka air, dapat dihitung dengan :

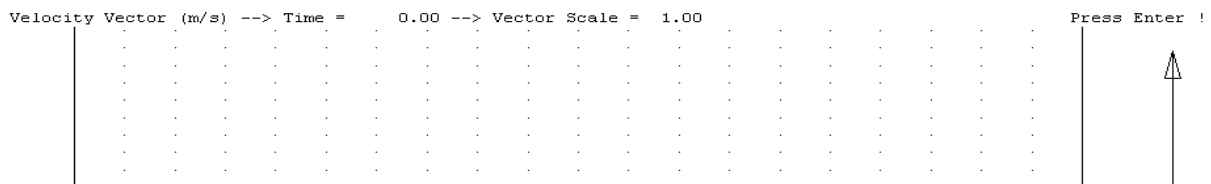
$$\eta = \frac{-a\sqrt{gh}}{h \cos\left(\frac{\omega L}{\sqrt{gh}}\right)} \sin\left(\frac{\omega L}{\sqrt{gh}}\left(\frac{x}{L}-1\right)\right) \cos(\omega t) \quad (29)$$

dan

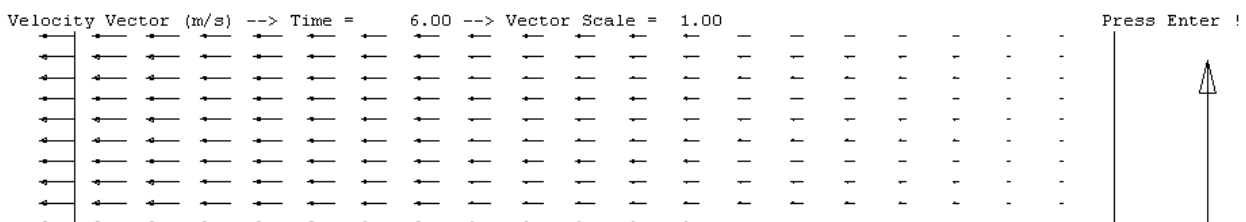
$$u = \frac{a}{\cos\left(\frac{\omega L}{\sqrt{gh}}\right)} \sin\left(\frac{\omega L}{\sqrt{gh}}\left(\frac{x}{L}-1\right)\right) \sin(\omega t) \quad (30)$$

Dimana L menyatakan panjang saluran (m), h tinggi air rata-rata (m), g percepatan gravitasi, dan x adalah lokasi yang ditinjau.

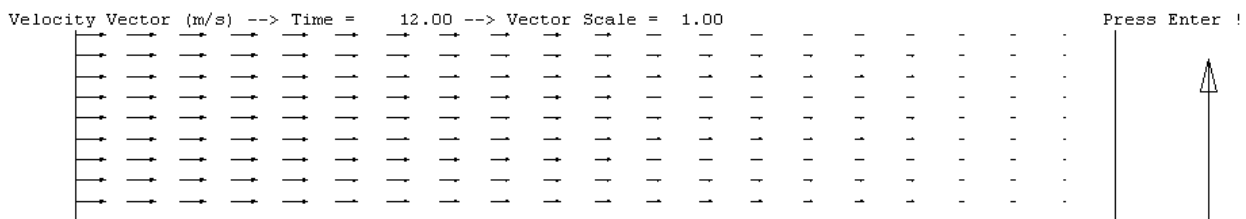
Secara numeris program diset untuk simulasi selama 48 jam dan langkah waktu $\Delta t = 12$ dt. Dari simulasi program dengan pembagian sel elemen seperti pada **Gambar (4)**, memberikan pola aliran yang diset untuk setiap 6 jam sebagai berikut :



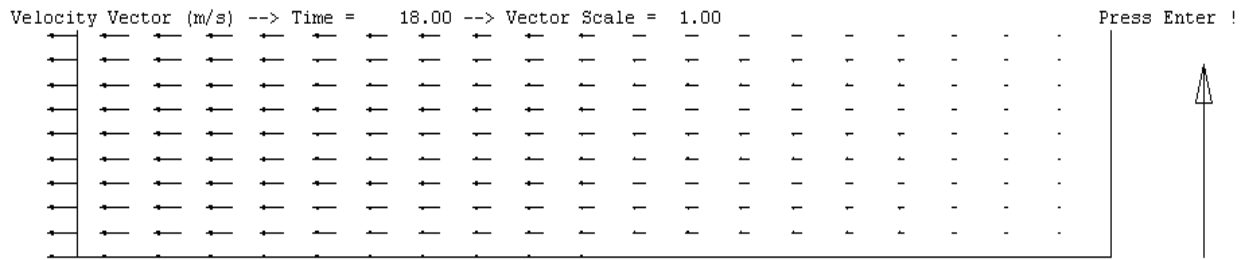
Gambar 5. Pola Aliran pada t = 0 jam.



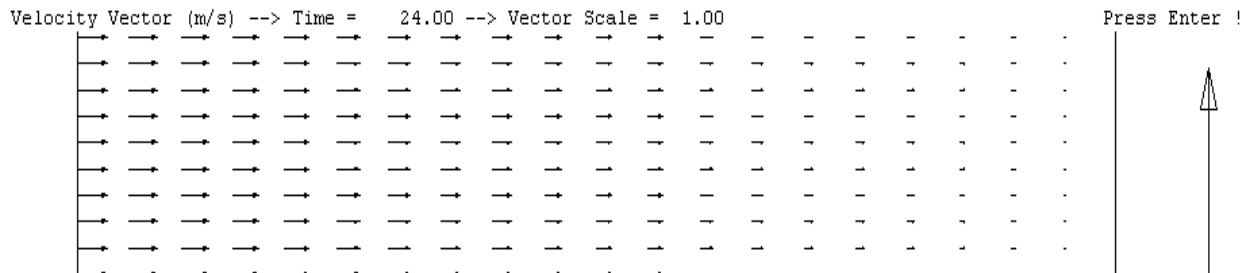
Gambar 6. Pola aliran pada t = 6 jam.



Gambar 7. Pola aliran pada t = 12 jam

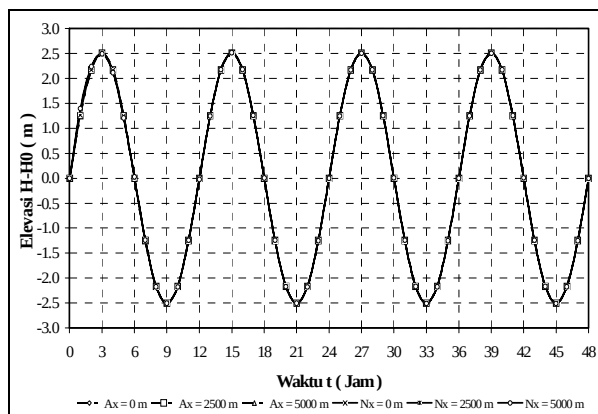


Gambar 8. Pola aliran pada t = 18 jam

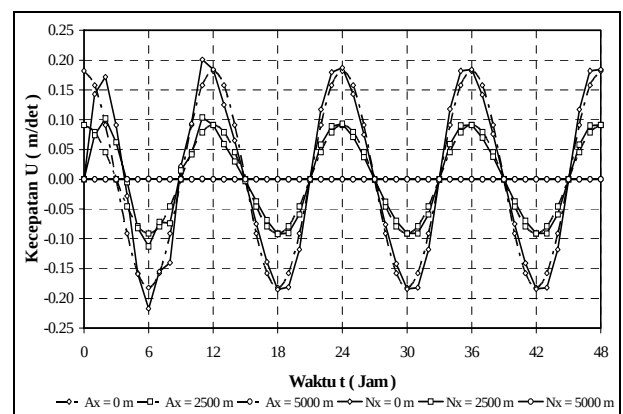


Gambar 9. Pola aliran pada t = 24 jam

Terlihat pada gambar di atas bahwa arah arus akan berubah setiap 6 jam sesuai dengan perioda pasang surut yang diberikan. Berikut disajikan data hasil simulasi numerik dan analitik serta perbandingan antara hasil numerik dan analitik.



Grafik 1. Perbandingan antara perhitungan secara analitik dan secara numerik elevasi muka air akibat pengaruh pasang surut

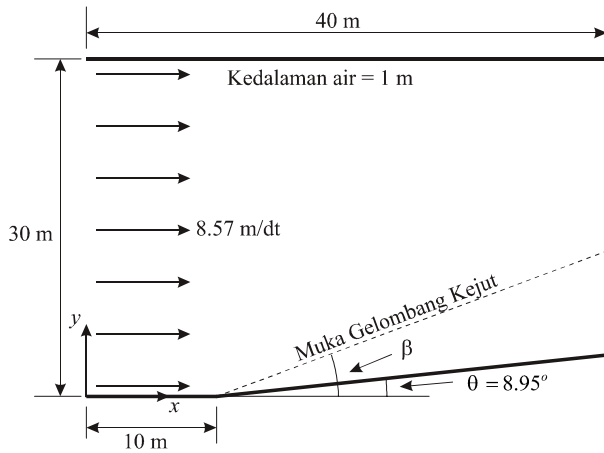


Grafik 2. Perbandingan antara perhitungan secara analitik dan secara numerik kecepatan akibat pengaruh pasang surut

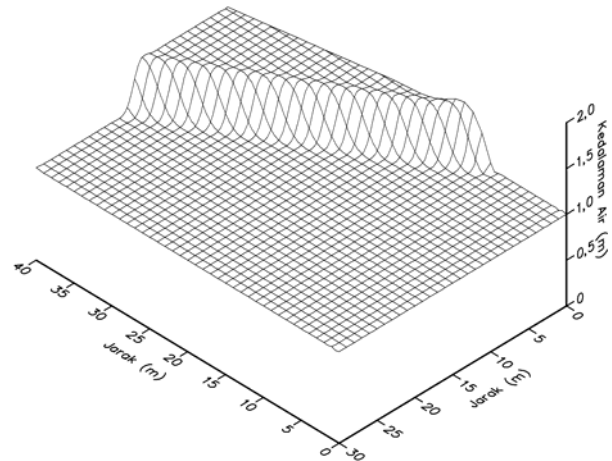
8.2 Loncatan hidrolik bersudut miring

Jika aliran super kritis di belokkan oleh dinding saluran yang miring membentuk sudut θ , akan menghasilkan loncatan hidrolik yang membentuk sudut β dari awal pembelokan dinding saluran (lihat Gambar 3). Loncatan hidrolik miring ini dihitung pada saluran dengan kemiringan dinding pembelokan $\theta = 8.95^\circ$ dengan mesh curvilinear 80 X 60 seperti pada gambar 4 Kedalaman dan kecepatan aliran pada hulu saluran di buat tetap sebesar 1 m untuk kedalaman dan

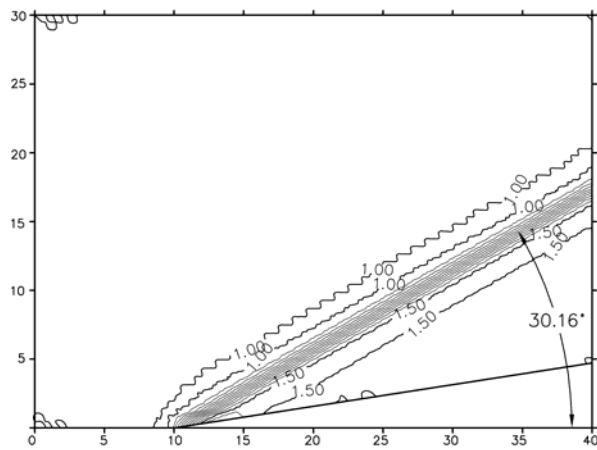
8.57 m/det untuk kecepatan. Dengan kondisi aliran di hulu seperti ini, maka kondisi aliran superkritis dapat terpenuhi dengan bilangan Foude sebesar 2.75. Dari Gambar 4 didapat sudut kemiringan loncatan hidrolik (β) terhadap sumbu x sebesar 30.16° , dengan kedalaman air rata-rata di belakang gelombang kejut sebesar 1.502 m serta kecepatannya sebesar 7.848 m/det. Sementara hasil dari penelitian Alerudo (1993) adalah 1.5 m untuk kedalaman, 7.9556 m/det untuk kecepatan dan sudut yang terjadi (β) sebesar 30°



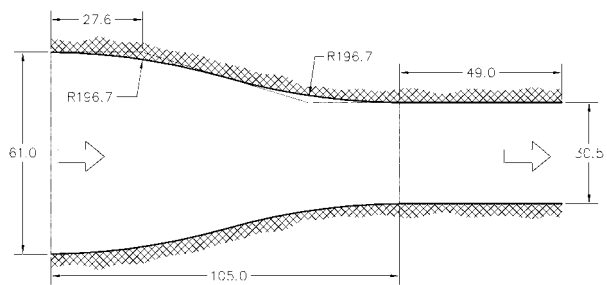
Gambar 10. Sketsa domain



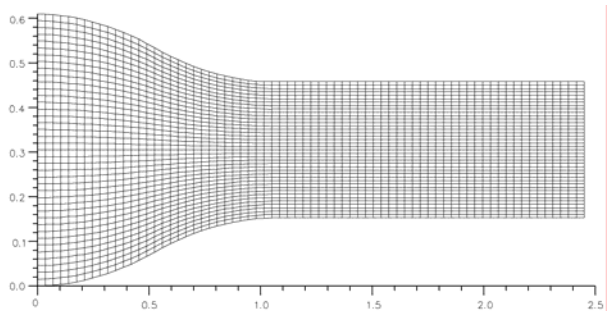
Gambar 12. Prespektif dari permukaan air



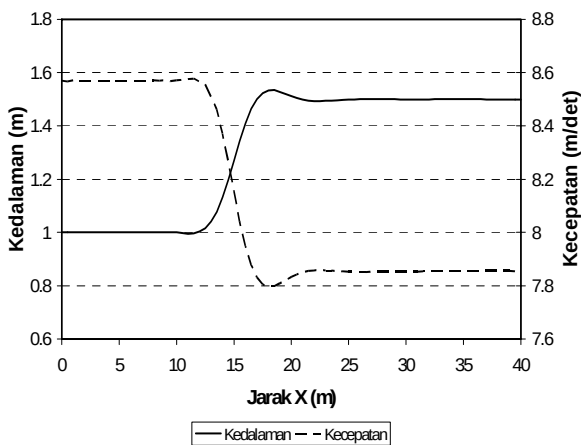
Gambar 11. Kontur kedalaman air pada kondisi steady



Gambar 13. Sketsa domain aliran Circular-Arc



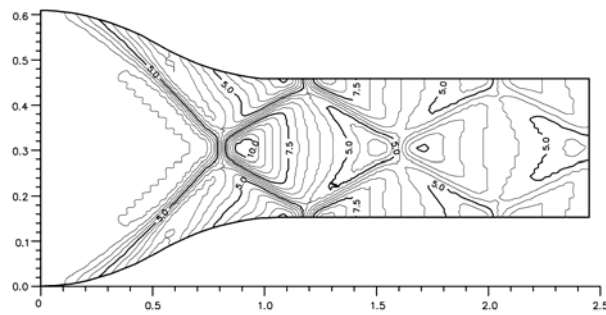
Gambar 14. Distribusi grid curvilinear



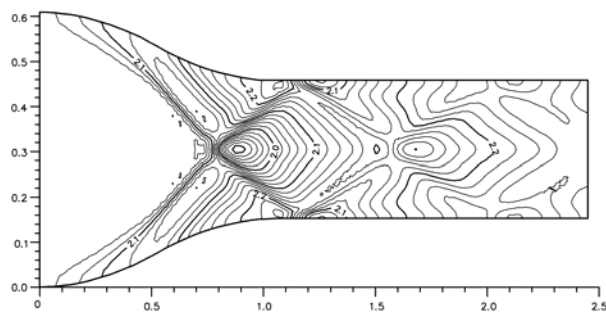
Grafik 3. Distribusi kedalaman dan kecepatan aliran di sepanjang Y = 2 m

8.3 Kontraksi aliran superkritis pada saluran berdinding lengkung

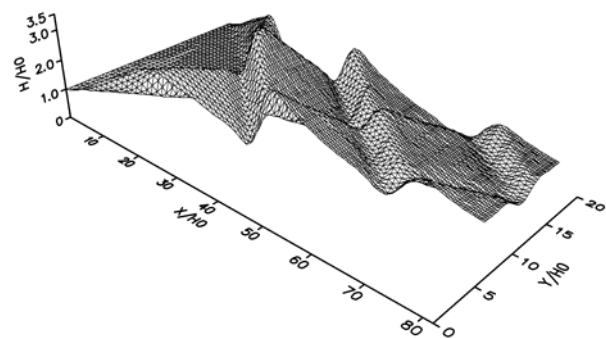
Berikut ini dianalisa kontraksi aliran yang diakibatkan oleh menyempitan dinding saluran dengan bentuk busur (lihat **Gambar 7**). Aliran yang masuk diasumsikan aliran seragam dengan kedalaman 0.03 m dan bilangan Froude sebesar 4. Saluran memiliki kemiringan $S_o = 0.072$ dengan koefisien kekasaran Manning $n = 0.012$. Dalam komputasi digunakan domain aliran dengan bentuk mesh curvilinear dengan 71 grid dalam arah x dan 41 grid dalam arah y.



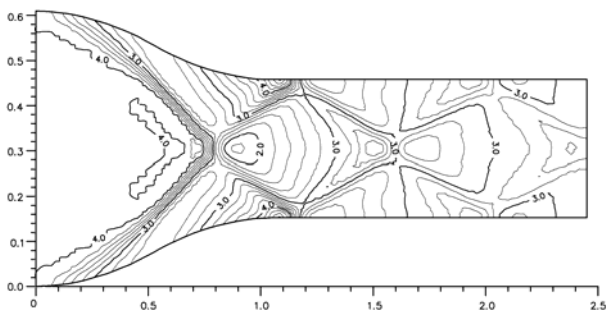
Gambar 15. Kontur kedalaman aliran air



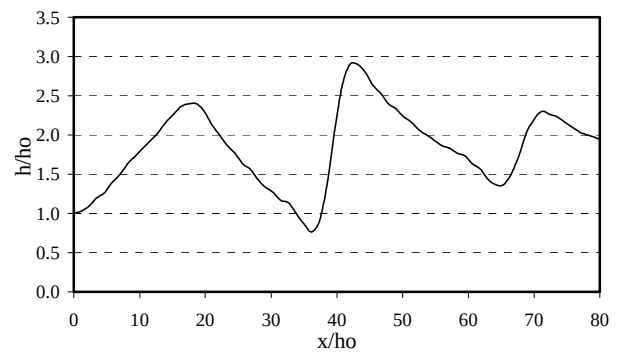
Gambar 16. Kontur kecepatan



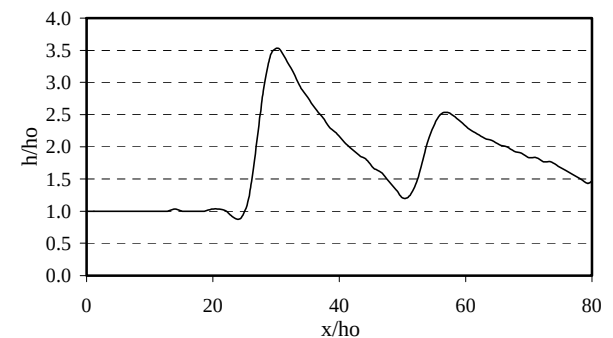
Gambar 17. Aliran prespektif permukaan air



Gambar 18. Kontur bilangan Froude



Grafik 4. Distribusi kedalaman air sepanjang dinding saluran



Grafik 5. Distribusi kedalaman air sepanjang As saluran

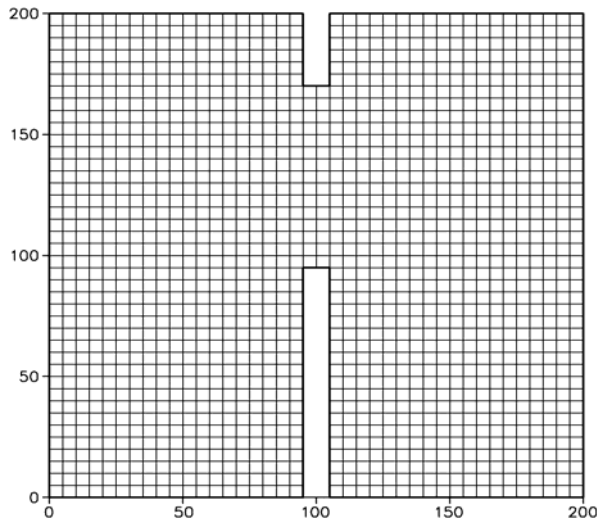
8.4 Model keruntuhan bendung sebagian (partial Dam-Break)

Model berikut ini adalah runtuhnya sebagian dinding bendung (Partial Dam-Break) atau pintu air yang dibuka dengan cepat. Menurut Masayuki Fujihara dan Alistair G. L Borthwick. Dengan kondisi awal yang tidak kontinu memberikan kesulitan yang berarti bagi skema numerik yang digunakan. Kebanyakan skema numerik mengalami kegagalan dengan kondisi ini. Karena itulah maka uji model ini dilakukan, untuk mengetahui apakah skema numerik yang digunakan mampu menangani kondisi awal yang tidak kontinu tersebut.

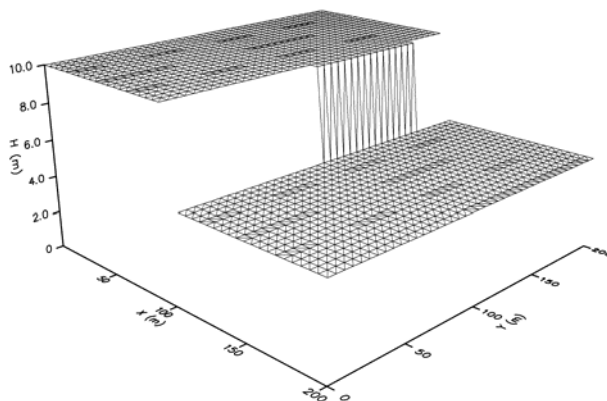
Domain komputasi diasumsikan sebuah kanal dengan panjang 200 m dan lebar 200 m serta pemutusan bendung yang tidak simetris dengan lebar 75 m dan tebal bendung 10 m. Untuk lebih jelasnya domain komputasi dapat dilihat pada gambar 15 berikut.

Dalam model ini digunakan kemiringan dasar saluran $S_0 = 0.01$ serta koefisien kekasaran Manning $n = 0,025$. Kondisi awal berupa kedalaman air yang berbeda antara di hulu dan di hilir bendung, yaitu

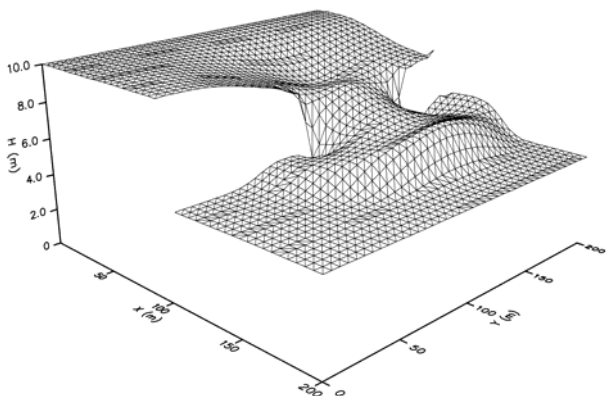
sebesar 10 m di hulu bendung dan 5 m di hilir bendung (lihat **Gambar 16**). Mesh domain komputasi berbentuk bujur sangkar berukuran 5 x 5 sehingga memiliki 1574 elemen dengan 1681 titik simpul. Simulasi perhitungan dilakukan selama 7,2 det dengan selang waktu $\Delta t = 0,01$ det. Hasil simulasi dapat dilihat pada gambar-gambar berikut :



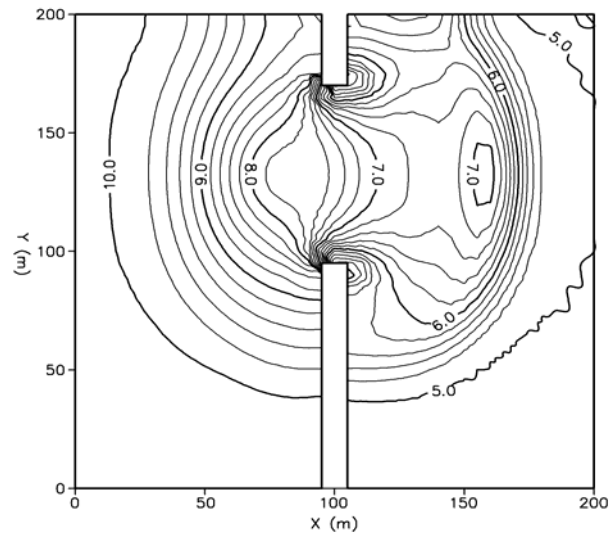
Gambar 20. Jala domain komputasi



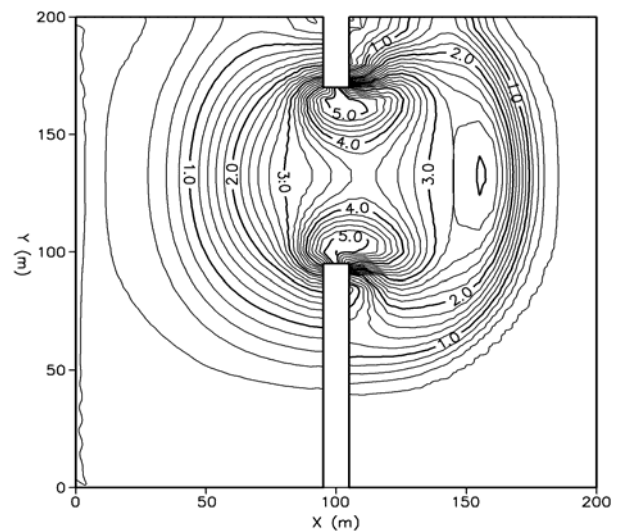
Gambar 21. Distribusi kedalaman air pada $t = 0$ det (Harga awal)



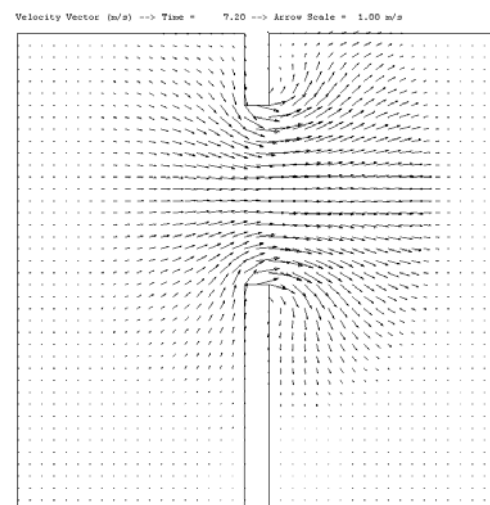
Gambar 22. Prespektif distribusi kedalaman air pada $t = 7.2$ det



Gambar 23. Kontur kedalaman air



Gambar 24. Kontur kecepatan aliran (m/det)



Gambar 25. Pola aliran

8.5 Model saluran lurus dengan penghalang

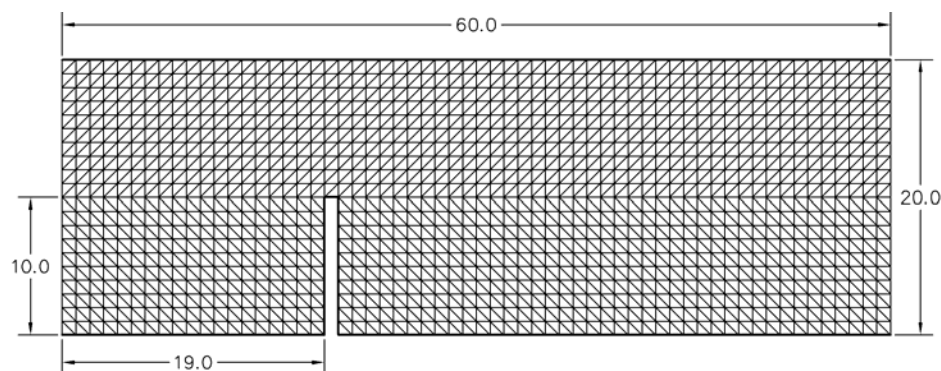
Kasus berikutnya yang akan diujicobakan terhadap model numeris ini adalah suatu kasus aliran dimana terdapat suatu penghalang. Jenis-jenis penghalang yang sering dijumpai dalam kenyataan dilapangan antaralain : pilar jembatan, tiang pancang kuda-kuda, groyne dan sebagainya. Dalam kasus ini terjadi penyempitan aliran yang tentunya akan berpengaruh terhadap kondisi aliran. Untuk uji coba kasus ini dipilih kasus suatu aliran dengan groyne dan suatu aliran dengan penghalang ditengahnya (pilar).

Untuk semua kasus ini, diambil dimensi yang sama yaitu dengan panjang 60 m dan lebar saluran 20 m, yang terbagi menjadi 1281 titik simpul dan membentuk 2380 elemen untuk kedua kasus, dengan kondisi awal kedalaman air rata yaitu 0,5 m dan kecepatan awal nol serta koefisien kekasaran dasar saluran (koefisien Manning) diambil sebesar 0,025 dengan kemiringan dasar sebesar 0,01.

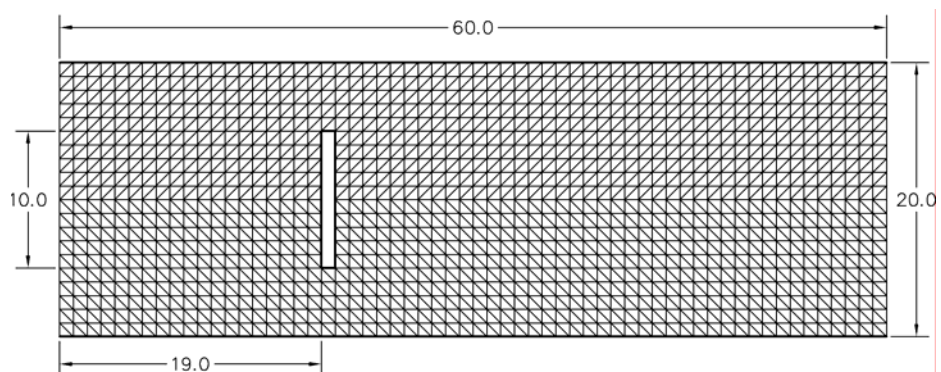
Simulasi dilakukan dengan mengambil selang waktu perhitungan sebesar 0,05 selama 72 menit. Pada gambar berikut ini ditampilkan mesh domain perhitungan yang digunakan.

Dari hasil simulasi kedua kasus diatas, diperoleh bahwa aliran cenderung bergerak ke arah bagian saluran yang bebas penghalang, dan pada bagian belakang penghalang terjadi pusaran air. Pada bagian ujung dari penghalang kecepatan alirannya besar sehingga sangat rawan terjadi gerusan di daerah tersebut. Pada bagian belakang penghalang kecepatan aliran kecil sehingga dimungkinkan terjadinya pengendapan di lokasi tersebut

Berikut di berikan gambar kontur muka air dan profil muka air untuk kedua kasus aliran berpenghalang, sebagai penjelasan tambahan dari uraian tersebut di atas.

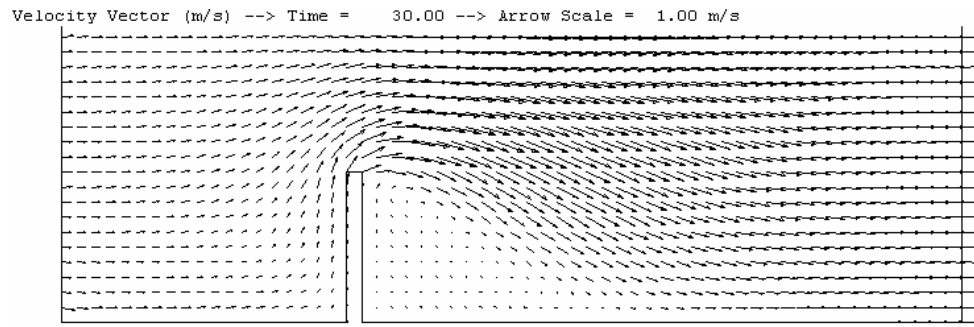


(a)

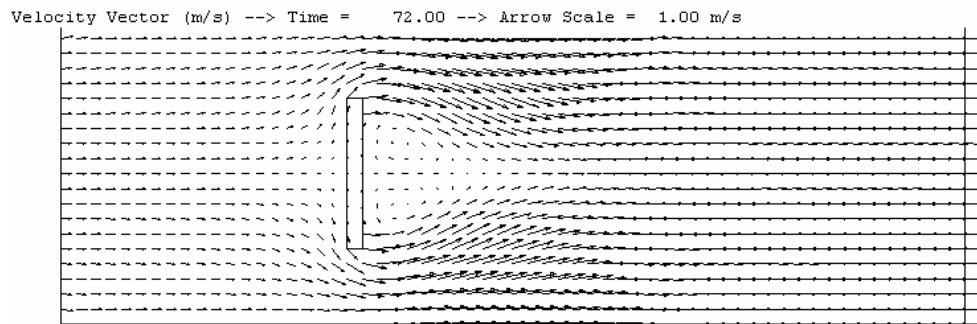


(b)

Gambar 26. Jala domain komputasi. (a) Groyne. (b) Pilar

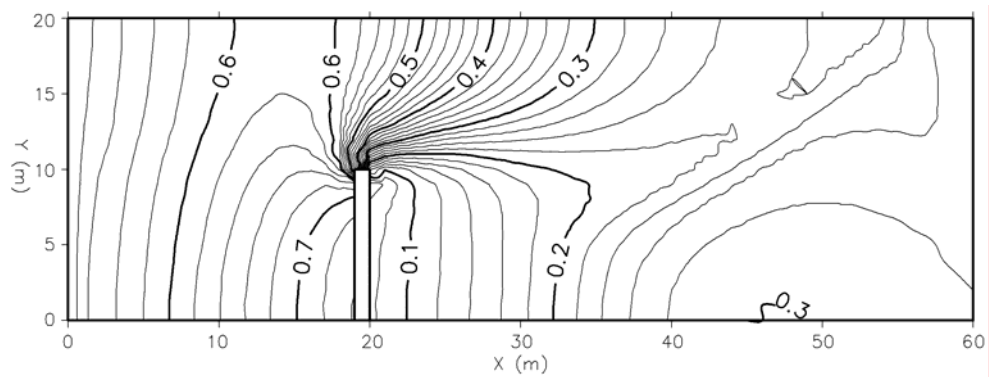


(a)

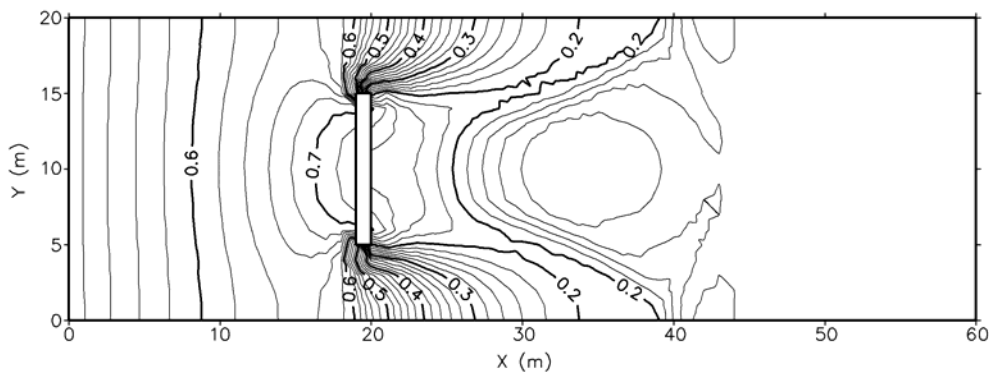


(b)

Gambar 27. Pola aliran. (a) Gyron. (b) Pilar

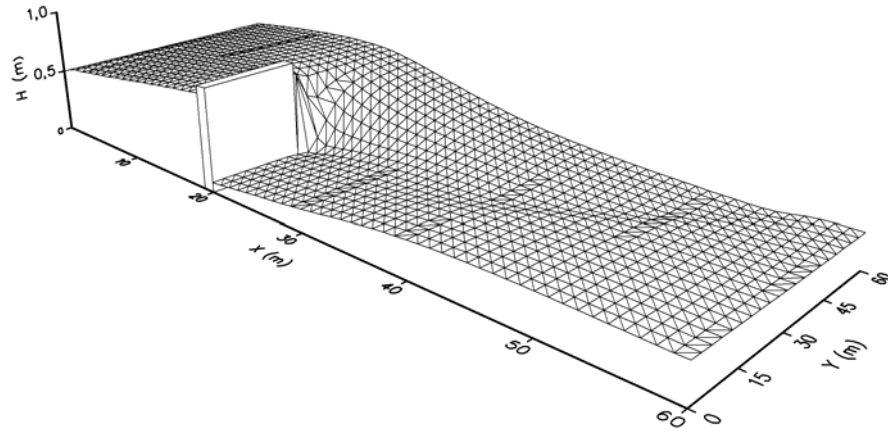


(a)

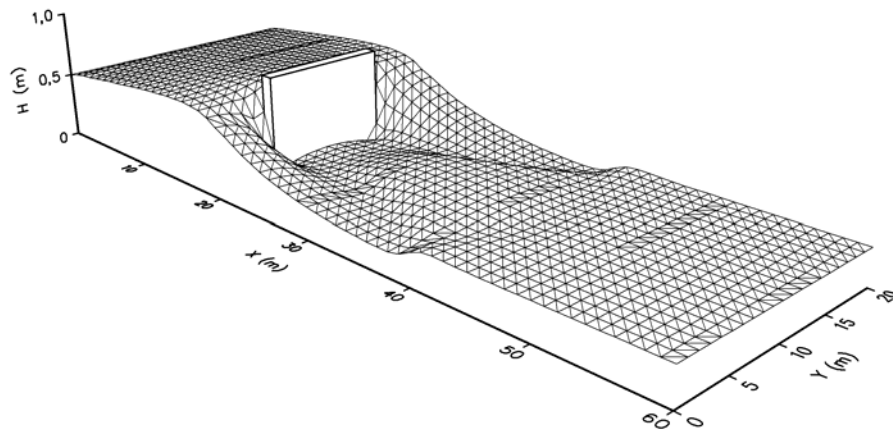


(b)

Gambar 28. Kontur kedalaman air. (a) Gyron. (b) Pilar



(a)



(b)

Gambar 29. Prespektif permukaan air. (a) Gyrone. (b) Pilar

9. Kesimpulan

Dasi simulasi yang dilakukan dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Hasil simulasi secara keseluruhan memperlihatkan bahwa program dengan metoda volume hingga bertipe sel terpusat dapat mensimulasikan aliran dengan baik walaupun dalam bentuk domain grid yang tak teratur.
2. Disipasi numerik buatan yang digunakan dalam skema numerik ini memberikan solusi yang cukup berarti, yang ditunjukkan dengan kemampuan program menangani harga awal yang tidak kontinu (studi kasus *partial dam-break*).
3. Pemakaian metoda selisih hingga eksplisit sangat dipengaruhi oleh selang waktu yang digunakan. Semakin besar selang waktu yang dipakai, maka kondisi menjadi tidak stabil dan sebaliknya apabila terlalu kecil akan menyebabkan waktu simulasi yang lama.

Daftar Pustaka

- A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel., 1981, "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Scheme", AIAA Paper, 81-1256.
- Arpad Veress, 2003, "Incompressible Flow Solver by Means of Pseudo-Compressibility Method", HEJ Manuscript no.: ANM-030110-A.
- C. A. J. Fletcher, 1990, "Computational Techniques for Fluid Dynamics", Volume I, Springer-Verlag.
- C. Hirsch, 1989, "Numerical Computation of Internal and External Flow", Vol 1, Fundamentals of Numerical Discretization. Jhon Weley & Sons.
- C. Hirsch. 1989, "Numerical Computation of Internal and External Flow", Vol 2, Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows. Jhon Weley & Sons.
- D. J. Mavriplis, A. Jameson, 1990, "Multigrid Solution of the Navier-Stoke Equations on Triangular grids", AIAA Journal, 28, No. 8, 1415-1425.
- D. J. Mavriplis, 1990, "Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes", AIAA Journal, Vol 28, No 2, 213-221.
- D. K. Natakusumah, 1992, "Finite Volume Solutions of The Two-dimensional Compressible Flow Equations on Structured", Unstructured and Hybrid Grids, Disertasi Program Doktor, Universitas College of Swansea, University of Wales.
- H K Versteeg, W Malalasekera, 1995, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method", Person Prentice Hall.
- Jhon D. Anderson, JR., 1995, "Computational Fluids Dynamics. The Basic With Applications". McGraw-Hill.
- K. Mahmood , V. Yevjevich, 1975, "Unsteady Flow in Open Channels", Volume I. Water Resource Publications.
- Mayasuki Fujihara, Alistair G. L. Borthwick., 2000, "Gudunov-Type Solution of Curvilinear Shallow-Water Equations", Jurnal of Hidraulic Engineering, Vol 126, No 11, 827 – 836
- M. E. Hubbard, "Multidimensional Slope Limiters for MUSCL-Type Finite Volume Scheme on Unstructured Grids", Analysis Reports Department of Mathematics, University of Reading.
- M. Hanif Chaudhry , 1993, "Open-Channel Flow", Prentice Hall.
- Randall J. Leveque, 2002, "Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems", Cambridge University Press.
- Valiani A., Caleffi V., Zanni A., 1999, "Finite Volume Scheme for 2D Shallow-Water Equations. Application to a Flood Event in the Toce River", Universita degli studi di Ferrara.
- Valiani A., Caleffi V., Zanni A., 1999, "Finite Volume Scheme for 2D Shallow-Water Equations. Application to the Malpasset Dam-Break", Universita degli studi di Ferrara.