

Beberapa Permasalahan pada Teori Gelombang Linier

Syawaluddin Hutahean¹⁾
Hang Tuah²⁾
Widiadnyana Merati²⁾
Leo Wiryanto²⁾

Abstrak

Makalah ini mengingatkan kembali permasalahan teori gelombang linier yang disebabkan oleh keterbatasannya terhadap tinggi gelombang dan kedalaman perairan. Hal paling penting yang dibahas adalah temuan mengenai masalah penerapan persamaan dispersi dan perhitungan koefisien shoaling yang akan menimbulkan kesalahan interpretasi pada model-model transformasi gelombang berdasarkan teori gelombang linier.

Kata-kata kunci : teori gelombang linier, shoaling, persamaan dispersi.

Abstract

This paper reminds problems in linear wave theory due to its limitation in wave height and water depth. The most important thing discussed in this paper is applications of dispersion equation and calculation of shoaling coefficient that will create misinterpretation in wave transformation models based on linear wave theory.

Keywords : linear wave theory, shoaling, dispersion equation.

1. Latar Belakang

Berbagai analisis gelombang, sangat diperlukan pada rekayasa bangunan laut. Untuk itu diperlukan suatu landasan teori yang cukup memadai, dimana berbagai metoda perhitungan yang dikembangkan berlandaskan pada persamaan tersebut memberikan hasil yang dapat dipertanggung jawabkan atau mendekati kenyataan di alam.

Sampai pada saat ini, walaupun sudah banyak diketahui bahwa teori gelombang linier mempunyai kelemahan, masih banyak metoda perhitungan maupun model-model matematika yang menggunakan besaran-besaran yang dihasilkan dari teori gelombang linier. Hal ini mungkin karena persamaannya cukup praktis, atau karena kurang dikenalnya berbagai kelemahan pada teori tersebut.

Pada paper ini dicoba untuk mengingatkan kembali dan mengungkapkan beberapa kelemahan lainnya yang belum pernah dibahas oleh peneliti lainnya.

2. Hasil Teori Gelombang Linier

Beberapa persamaan yang dihasilkan oleh teori gelombang linier [Dean, Robert G., and Dalrymple]

adalah sebagai berikut :

a. Persamaan muka air

Untuk *standing wave*

$$\eta = (2A) / 2 \cos kx \cos \sigma \quad (2.1a)$$

Untuk *progressive wave*

$$\eta = (2A) / 2 \cos (kx - \sigma) \quad (2.1b)$$

Dimana :

η = fluktuasi muka air pada suatu x , dan pada saat t (**Gambar 2.1**)

A = amplitudo gelombang

$(2A)$ = tinggi gelombang

$\sigma = 2\pi/T$, T = perioda gelombang

b. Potensial aliran (ϕ)

Untuk *standing wave*

$$\phi = \frac{(2A)g}{2\sigma \cosh kh} \sinh k(h+z) \cos kx \sin \sigma t \quad (2.2a)$$

Untuk *progressive wave*

$$\phi = \frac{(2A)g}{2\sigma \cosh kh} \sinh k(h+z) \sin (kx - \sigma t) \quad (2.2b)$$

1. Staf Pengajar PST-Kelautan, FTSP-ITB.
2. Staf Pengajar PST-Kelautan, FTSP-ITB.
Staf Pengajar Departemen Teknik Sipil, FTSP-ITB
Staf Pengajar Departemen Matematika, FMIPA-ITB.

dimana

- ϕ = potensial aliran
- g = percepatan gravitasi
- k = bilangan gelombang = $2\pi/T$
- L = panjang gelombang
- h = kedalaman perairan pada muka air diam

c. Persamaan dispersi

$$\sigma^2 = g k \tanh kh \tag{2.3}$$

d. Kecepatan arus

Arah horizontal (x)

$$u = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{2.4a}$$

Arah vertikal (z)

$$w = - \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{2.4b}$$

3. Keterbatasan pada Kedalaman dan Tinggi Gelombang

Penelitian mengenai keterbatasan teori gelombang linier terhadap kedalaman dan tinggi gelombang telah dilakukan sejak lama, yaitu bahwa teori gelombang linier tidak dapat digunakan pada perairan dangkal dan juga untuk tinggi gelombang yang besar. Keterbatasan tersebut dikarenakan pada formulasinya digunakan anggapan bahwa $2A/L \ll 1$ dan $2A/H \ll 1$, dimana A adalah amplitudo gelombang, L = panjang gelombang dan h adalah kedalaman perairan.

Le Mehaute [Shen, S.F., 1977], telah meneliti keberlakuan berbagai teori gelombang dimana dihasilkan diagram seperti terlihat pada **Gambar 3.1**. Berdasarkan diagram tersebut, maka untuk gelombang dengan perioda 6 detik.

- a. pada kedalaman 35 m, teori gelombang linier hanya dapat digunakan untuk tinggi gelombang 0,33 m.
- b. pada kedalaman 7 m, hanya dapat digunakan untuk tinggi gelombang 0,21 m

Sedangkan yang terjadi sehari-hari, adalah jauh lebih besar dari harga-harga tinggi gelombang tersebut. Pierson-Moskowitz [Penney and Perice, 1975], telah meneliti korelasi antara perioda gelombang dengan

tinggi gelombang maksimum yang mungkin terjadi pada perioda tersebut dan dihasilkan suatu persamaan

$$\frac{T^2}{2A} = 19,66 \tag{3.1}$$

Dengan persamaan tersebut maka tinggi gelombang yang dapat terjadi untuk perioda gelombang 6 detik adalah 1,80 m. Jadi kemampuan teori gelombang linier adalah sangat jauh dibawah yang dapat terjadi di alam.

4. Permasalahan pada Persamaan Dispersi

Telah disebutkan pada bab terdahulu bahwa teori gelombang linier mempunyai keterbatasan terhadap kedalaman dan teori ini tidak tepat untuk digunakan pada perairan dangkal. Keterbatasan lainnya adalah bahwa teori ini hanya dapat digunakan pada gelombang dengan amplitudo kecil, sebagai konsekuensi dari anggapan dasar pada formulasinya yaitu bahwa amplitudo gelombang adalah sangat kecil.

Anggapan bahwa amplitudo gelombang adalah sangat kecil ini menimbulkan beberapa kesalahan, antara lain pada persamaan dispersi. Persamaan dispersi ini dapat dikatakan merupakan jantung dari berbagai perhitungan yang menggunakan teori gelombang linier. Dari persamaan dispersi ini dihasilkan bilangan gelombang (k). Selanjutnya dari bilangan gelombang dapat dihitung panjang dan kecepatan gelombang. Berbagai besaran pada gelombang merupakan fungsi dari k ini, antara lain kecepatan arus, tekanan, dan gaya gelombang. Semua fenomena yang terjadi pada gelombang, refraksi, shoaling, difraksi, dan lain sebagainya, adalah merupakan fungsi k juga. Jadi adalah sangat penting untuk mendapatkan harga k atau persamaan dispersi yang tepat.

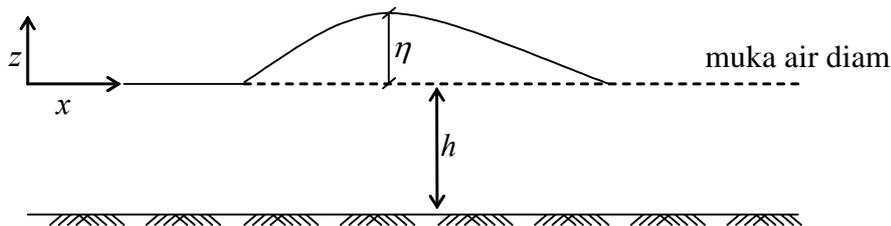
Persamaan dispersi dihasilkan dengan melinierkan syarat batas kinematik, yaitu sebagai berikut

Syarat batas kinematik pada permukaan untuk suatu gelombang yang bergerak pada arah x adalah [Dean, Robert G., and Dalrymple].

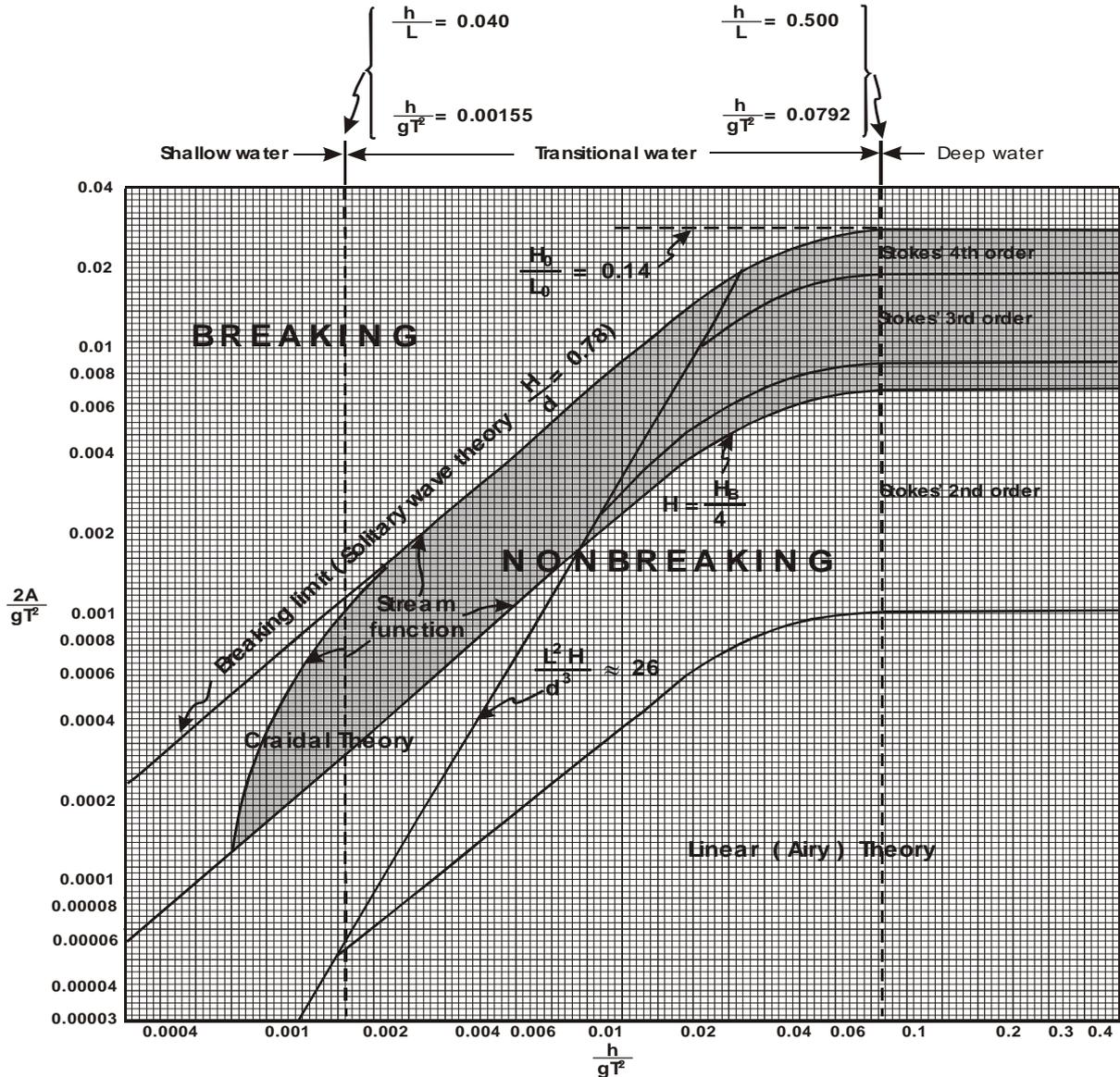
$$w_\eta - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u_\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \tag{4.1}$$

dimana

w = kecepatan arus pada arah vertikal



Gambar 2.1. Sketsa berbagai variabel pada persamaan gelombang linier



(after Le Mehaute, 1969)

Gambar 3.1. Keberlakuan berbagai teori gelombang

η = fluktuasi muka air terhadap muka air diam
 u = kecepatan arus pada arah horizontal (arah x)
 dengan anggapan amplitudo gelombang adalah sangat kecil terhadap panjang gelombang, maka dapat dianggap:
 $\eta \approx 0$ dan $\partial\eta/\partial x \approx 0$, sehingga persamaan (4.1) menjadi: (4.2)

dengan $w = -\partial\phi/\partial z$, ϕ dari

$$-\frac{(2A)gk}{2\sigma \cosh kh} \sinh k(h + \eta) = -\frac{(2A)\sigma}{2} \cos kx \sin \sigma t$$

persamaan (2.2), dan η dari persamaan (2.1), maka diperoleh
 Dengan menganggap $\eta = 0$ diperoleh persamaan dispersi
 $\sigma^2 = gk \tanh(kh)$ (4.3)
 $\sigma^2 = gk \frac{\sin k(h + \eta)}{\cosh kh}$ Bila η tidak diabaikan, maka persamaan dispersi akan berbentuk (4.4)

Dibandingkan dengan persamaan (4.4), maka pada persamaan (4.3) terdapat pengabaian η , yaitu η dan juga A adalah sangat kecil dibandingkan dengan kedalaman. Jadi persamaan dispersi dari teori

gelombang linier ini hanya berlaku untuk $A/h \ll 1$, persamaan dispersi tidak berlaku untuk gelombang diperairan dangkal dengan amplitudo besar, terlebih lagi pada gelombang yang mendekati pecah, dimana dengan kriteria sederhana gelombang akan pecah pada kondisi $(2A)/h = 0.78$.

Berdasarkan teori gelombang Stoke orde ke 5, maka k adalah merupakan fungsi dari tinggi gelombang. Bila persamaan (4.1) dikerjakan pada $h = A$, maka semua suku pada persamaan (4.1) adalah nol, oleh karena itu pengerjaan persamaan (4.1) pada $h = A$ tidak memberikan informasi apa-apa. Tetapi kondisi tersebut dapat diatasi dengan mengambil $\eta \rightarrow A$, dimana pada posisi tersebut $\partial\eta/\partial x \approx 0$, sehingga $u_\eta \partial\eta/\partial x \approx 0$. Pada posisi $\eta \rightarrow A$, dapat diambil harga $\eta = A$, sehingga persamaan dispersi menjadi

$$\sigma^2 = g k \frac{\sinh k(h+A)}{\cosh kh} \quad (4.5)$$

Dari persamaan (4.5) tersebut terlihat bahwa bilangan gelombang, demikian juga panjang gelombang L dan kecepatan gelombang, serta kecepatan group adalah fungsi dari amplitudo gelombang atau tinggi gelombang. Hal ini cukup masuk akal bahwa seharusnya tinggi gelombang ikut menentukan panjang gelombang. Selanjutnya, perbandingan antara produk dari persamaan dispersi dari teori gelombang linier, dengan yang dihasilkan oleh persamaan dispersi

yang diperbaiki adalah disajikan pada Tabel 4.1, dimana bilangan gelombang $C_g = 0,5 \left(1 + \frac{2kh}{\sinh kh} \right) C$ dihasilkan dari persamaan dispersi, panjang gelombang $L = 2\pi/k$, kecepatan gelombang $C = L/T$, sedangkan kecepatan group C_g dihitung dengan persamaan :

Seperti terlihat pada Tabel 4.1, yaitu bahwa makin besar amplitudo gelombang, akan makin besar perbedaannya, walaupun tidak begitu besar, yaitu antara 2 - 10%, untuk proses perhitungan lanjut, dimana terdapat perkalian antara C dan C_g atau C_g dengan k dan lain sebagainya, maka perbedaan tersebut akan semakin membesar. Pada C_g terlihat perbedaan yang lebih besar daripada perbedaan pada k , L dan C . Hal ini dikarenakan pada C_g terjadi superposisi antara kesalahan pada k dan pada C . Karena itu adalah suatu hal yang sangat penting untuk mengembangkan teori gelombang yang lebih baik dari teori gelombang linier.

$$\left(-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} + g z \right)_{z=\eta} = 0 \quad (5.1)$$

5. Permasalahan

Tabel 4.1 Perbandingan besaran gelombang antara teori gelombang linier dengan yang diperbaiki, periode gelombang 7 detik, kedalaman perairan 5,0 m

Amplitudo (m)	Teori Gelombang Linier	Perbaikan	Perbedaan (%)
Bilangan gelombang (k)			
0.200	0.130	0.128	1.565
0.400	0.130	0.125	4.006
0.600	0.130	0.123	5.700
0.800	0.130	0.120	8.347
1.000	0.130	0.118	10.187
Panjang gelombang (L)			
0.200	48.406	49.164	1.541
0.400	48.406	50.346	3.852
0.600	48.406	51.165	5.393
0.800	48.406	52.447	7.704
1.000	48.406	53.337	9.245
Kecepatan gelombang (C)			
0.200	8.068	8.194	1.541
0.400	8.068	8.391	3.852
0.600	8.068	8.528	5.393
0.800	8.068	8.741	7.704
1.000	8.068	8.890	9.245
Kecepatan group (C_g)			
0.200	5.604	5.732	2.233
0.400	5.604	5.933	5.544
0.600	5.604	6.074	7.726
0.800	5.604	6.294	10.958
1.000	5.604	6.448	13.086

pada Potensial Aliran ϕ

Pada $\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ perumusan teori gelombang linier, dikerjakan syarat batas dinamika pada permukaan, dengan menggunakan tekanan atmosfer sebagai tekanan acuan, sehingga persamaan Bernoulli [Dean, Robert G., and Dalrymple] menjadi

Selanjutnya dengan anggapan gelombang sangat panjang, $\left(\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}\right)$ maka adalah bilangan yang sangat kecil, sehingga dapat diabaikan. Dengan pengabaian tersebut $\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ maka syarat batas dinamik pada permukaan menjadi

Dari persamaan (5.2) tersebut akan diperoleh persamaan muka air η dan selanjutnya potensial aliran ϕ . Jadi teori gelombang linier ini mengabaikan keseimbangan antara energi potensial yang diwakili oleh η dengan energi kinetik

$\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ pada teori gelombang linier memberikan kesalahan yang cukup besar.

Tabel 5.1. Energi kinetik permukaan ($z = \eta$) pada gelombang dengan perioda 6 detik, kedalaman 3,0 m, $A = 0.5$ m

h (m)	u_h (m/dt)	W_h (m/dt)	(m)
0.50	0.10166E+01	0.00000E+00	0.52670E-01
0.25	0.49297E+00	-0.49648E+00	0.24949E-01
-0.25	-0.46619E+00	-0.41161E+00	0.19712E-01
-0.50	-0.90929E+00	-0.52440E-16	0.42141E-01
-0.25	-0.46619E+00	0.41161E+00	0.19712E-01
0.25	0.49297E+00	0.49648E+00	0.24949E-01
0.50	0.10166E+01	0.15294E-15	0.52670E-01

Tabel 5.3. Energi kinetik permukaan ($z = \eta$) pada gelombang dengan perioda 6 detik, kedalaman 2,0 m, $A = 0.5$ m

h (m)	u_h (m/dt)	W_h (m/dt)	(m)
0.50	0.12235E+01	0.00000E+00	0.76297E-01
0.25	0.59235E+00	-0.51551E+00	0.31428E-01
-0.25	0.56018E+00	-0.39310E+00	0.23870E-01
-0.50	0.10946E+01	-0.47262E-16	0.61066E-01
-0.25	0.56018E+00	0.39310E+00	0.23870E-01
0.25	0.59235E+00	0.51551E+00	0.31428E-01
0.50	0.12235E+01	0.16389E-15	0.76297E-01

$\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ Apabila tidak diabaikan, maka akan

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g} \tag{5.3}$$

Terlihat bahwa akan $\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ mereduksi η_{max}

sebesar 0.05 m pada gelombang dengan perioda 6 detik, pada kedalaman 3.0 m, dengan amplitudo 0.5 m dan $\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$ 0.08 m, pada kedalaman 2.0 m.

Jadi $2g$ ini akan menghambat pecahnya gelombang.

Seperti terlihat pada Tabel 5.2 dan 5.3, harga $\frac{u_\eta^2 + w_\eta^2}{2g}$

akan membesar dengan berkurangnya kedalaman, atau dengan kata lain η_{max} akan semakin kecil. Pada kenyataannya, akibat peristiwa shoaling tinggi gelombang akan membesar. Oleh karena itu $\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ pada suku

harus ada suatu faktor yang menyebabkan

tinggi gelombang membesar, seiring dengan berkurangnya kedalaman. Jadi dapat dikatakan bahwa terdapat suatu kekurangan pada potensial aliran dari teori gelombang linier. Kekurangan pada potensial aliran ini akan menimbulkan kesalahan pada kecepatan arus, tekanan hidrodinamis dan fluktuasi muka air.

6. Analisis Shoaling

Shoaling adalah pembesaran tinggi gelombang ketika gelombang berpindah dari perairan dalam ke perairan yang lebih dangkal. Teori gelombang linier sebenarnya tidak secara langsung menunjukkan adanya peristiwa shoaling, dimana hal ini terlihat pada persamaan muka air [Dean, Robert D., Dalrymple], sebagai berikut

$$\eta = A \cos(kx - \sigma t) \tag{6.1}$$

Pada persamaan (6.1) tersebut terlihat jelas bahwa pada kedalaman berapapun juga η maksimum adalah sebesar A , $\left(k = \frac{2\pi}{L}\right)$ sedangkan A sendiri adalah tetap. Pengaruh kedalaman hanya pada bilangan gelombang k atau tinggi gelombang L .

Perhitungan shoaling dengan teori gelombang linier adalah dikembangkan dengan anggapan bahwa flux energy atau transfer energy oleh gelombang adalah konstan, tidak tergantung pada kedalaman [Dean,

$$TE = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} P_d u dz dt \tag{6.2}$$

Robert D., Dalrymple]. Rata-rata flux energi itu sendiri, untuk gelombang yang bergerak pada arah x, adalah [Dean, Robert D., Dalrymple]

$$P_d = \rho g \eta \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad \text{dimana} \quad TE = \text{rata-rata} \quad \text{flux energi} \quad (6.3a)$$

$$u = \frac{(2A) g k}{2 \sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cosh(kx - \sigma t) \quad (6.3b)$$

gelombang

P_d = tekanan hidrodinamis

$$u = \sigma \eta \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \quad (6.3c)$$

atau dengan menggunakan persamaan dispersi, $\sigma^2 = gk \tanh kh$ dan persamaan untuk η (2.1b), maka

$$TE = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\eta} \rho g \sigma \eta^2 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh \sinh kh} dz dt \quad (6.4)$$

Substitusi (6.3a) dan (6.3b) ke (6.2), maka

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h_1}^{\eta_1} \rho g \sigma \eta^2 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh \sinh kh} dz dt =$$

Untuk gelombang

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h_2}^{\eta_2} \rho g \sigma \eta^2 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh \sinh kh} dz dt \quad (6.5)$$

y a n g bergerak dari kedalaman h_1 ke kedalaman h_2 , maka kekekalan flux energi adalah

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h_1}^0 \rho g \sigma \eta^2 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh \sinh kh} dz dt =$$

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h_2}^0 \rho g \sigma \eta^2 \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh \sinh kh} dz dt \quad (6.6)$$

Mengingat harga rata-rata η_1 dan η_2 adalah nol, batas atas integrasi dapat diambil $\eta_1 = \eta_2 = 0$, sehingga persamaan (6.5) menjadi

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{C_{g1}}{C_{g2}} \right)^{0.5} \quad (6.7)$$

Berdasarkan [Dean, Robert G., dimana $k_s = \left(\frac{C_{g1}}{C_{g2}} \right)^{0.5}$ disebut dengan koefisien shoaling k_s ,

Dalrymple], penyelesaian integrasi pada persamaan (6.6) menghasilkan

Yang perlu dicermati disini adalah penggantian batas integrasi menjadi

Mengingat pada fungsi yang diintegrasikan terdapat suku η^2 , maka walaupun harga rata-rata $\eta = 0$, tetapi harga rata-rata η^2 adalah tidak nol. Jadi pada formulasi koefisien shoaling terdapat kesalahan penyederhanaan batas integrasi.

Perubahan batas integrasi tersebut dapat dilakukan dengan anggapan bahwa amplitudo gelombang adalah sangat kecil dibandingkan dengan kedalaman, sehingga η dapat diabaikan atau dapat diambil $\eta = 0$. Jadi koefisien shoaling dari teori gelombang linier hanya berlaku pada perairan dalam.

Pada prakteknya, perhitungan analisis transformasi gelombang yang meliputi peristiwa shoaling ini dilakukan secara bertahap, yaitu dari titik 1 - 2, 2 - 3, 3, - 4, dan seterusnya. Sedangkan pada perhitungan C_g , telah ditunjukkan bahwa terdapat kesalahan pada perhitungan C_g , sehingga akan terjadi akumulasi kesalahan yang cukup besar pada akhir perhitungan.

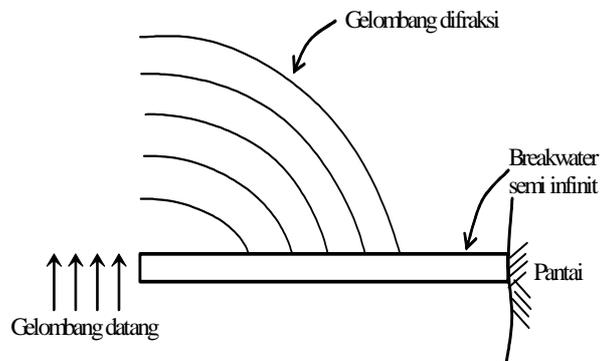
$$(2 A_2) = (2 A_1)$$

$$(2 A_3) = (2 A_2), \text{ dan seterusnya, juga dapat ditulis}$$

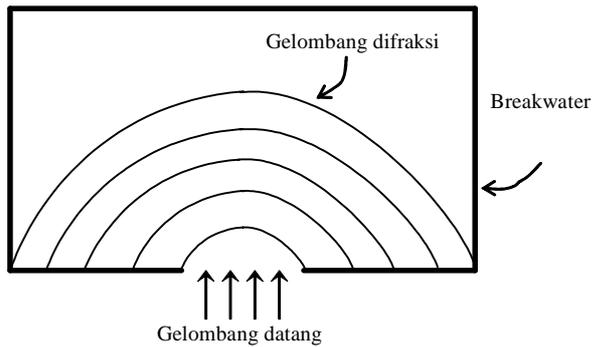
$$(2 A_n) = k_{s1} k_{s2} k_{s3} k_{s4} \dots k_{sn} (2 A_1)$$

Terlihat bahwa semakin panjang daerah perhitungan, semakin besar kesalahan yang terjadi.

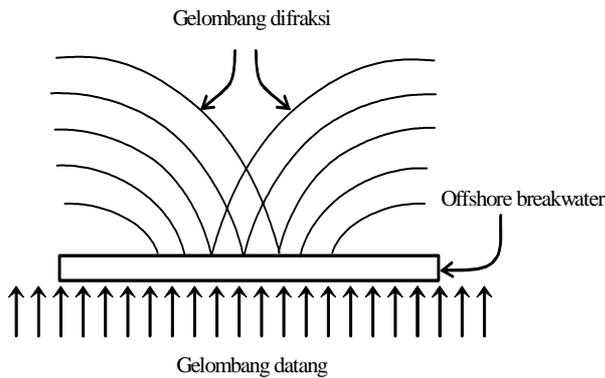
7. Model Difraksi dari Teori Gelombang Linier



a. difraksi pada breakwater semi infinit



b. difraksi pada celah



c. difraksi pada offshore breakwater

Gambar 7.1. Contoh difraksi

Difraksi gelombang adalah fenomena penyebaran energi gelombang pada arah tegak lurus arah gelombang. Fenomena ini yang menyebabkan terdapatnya gelombang pada daerah terlindung atau sering disebut dengan daerah bayang-bayang gelombang. Contoh difraksi gelombang dapat dilihat pada **Gambar 7.1**

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{berikut} \quad (7.1)$$

a. Model difraksi dari Penney-Price

Model ini merupakan model difraksi yang paling pertama dikembangkan. Model dikembangkan dengan menggunakan persamaan Laplace sebagai persamaan dasar, yaitu :

$$\phi = \frac{A \cosh k(h+z)}{\cosh kh} f(x, y) e^{-i\sigma t} \quad (7.2)$$

dimana ϕ adalah potensial aliran. ϕ merupakan superposisi linier

dari potensial aliran gelombang datang (ϕ_w), potensial gelombang pantul (ϕ_r), dan gelombang scattered atau gelombang difraksi (ϕ_s), dimana dalam hal ini ϕ_w dan ϕ_r sebagai besaran yang diketahui, sedangkan ϕ_s adalah tidak diketahui.

Potensial aliran total ϕ adalah (7.3) sesuai dengan potensial aliran dari teori gelombang linier [Penney and Price, 1975] ;

$f(x, y)$ adalah koefisien difraksi yang merupakan perbandingan antara tinggi gelombang pada titik (x, y) dengan tinggi gelombang datang.

Substitusi ϕ ke persamaan Laplace akan diperoleh persamaan

Selanjutnya **persamaan (7.3)** diselesaikan dengan integral Fresnel [Penney and Price, 1975], dan akan diperoleh koefisien difraksi. Yang perlu diperhatikan disini adalah bahwa persamaan diformulasikan dengan menggunakan potensial aliran gelombang linier dan bahwa gelombang dapat bersuperposisi secara linier, serta pada persamaan terdapat kuadrat bilangan gelombang k^2 , sedangkan menurut Hirota superposisi gelombang terjadi tidak secara linier.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(C C_g \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(C C_g \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \sigma^2 \frac{C_g \phi}{C} = 0 \quad (7.4)$$

Dari ketiga hal tersebut, maka model difraksi dari Penney-Price dapat dikatakan masih belum dapat memodelkan fenomena difraksi dengan benar dan hanya dapat digunakan pada tinggi gelombang yang sangat kecil.

b. Persamaan Mildslope

Berkhoff (1972), menurunkan persamaan model refraksi – difraksi oleh batimetri gelombang dengan menggunakan suatu anggapan bahwa kemiringan dasar perairan adalah sangat kecil, yang dikenal dengan mild slope equation, persamaan tersebut berbentuk sebagai berikut Persamaan tersebut diturunkan dengan menggunakan potensial aliran dari teori gelombang linier, sehingga muncul variabel-variabel derivatif C dan C_g . Dengan demikian persamaan hanya dapat digunakan pada perairan

dalam dan dengan amplitudo yang sangat kecil.

Selain *mild slope*, juga terdapat *parabolic equation* yang diturunkan dari persamaan *mild slope*, jadi persamaan parabolik mempunyai keterbatasan yang sama dengan persamaan *mild slope*.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa, baik persamaan *mild slope* maupun persamaan parabolik, masih belum merupakan persamaan yang dapat memodelkan fenomena transformasi gelombang dengan baik, kecuali untuk tinggi gelombang yang sangat kecil.

8. Kesimpulan dan Saran

Beberapa kesimpulan dan saran yang dihasilkan pada makalah ini adalah sebagai berikut :

- a. Persamaan-persamaan dari gelombang linier tidak dapat digunakan untuk tinggi gelombang besar dan pada perairan dangkal
- b. Karakteristik gelombang, yaitu bilangan, panjang dan kecepatan gelombang merupakan fungsi dari tinggi gelombang. Makin besar tinggi gelombang, makin kecil bilangan gelombang, sedangkan panjang dan kecepatan gelombang makin besar.
- c. Dari point a dan b, maka model-model yang berbasis pada teori gelombang linier tidak dapat digunakan untuk tinggi gelombang yang besar. Analisis transformasi gelombang pada perairan pantai terlebih lagi bila berkaitan dengan gelombang pecah, kurang tepat dilakukan dengan model yang berbasis pada teori gelombang linier.
- d. Perlu dikembangkan suatu model, atau teori gelombang, yang dapat digunakan untuk tinggi gelombang yang cukup besar dan dimana karakteristik gelombang dipengaruhi juga oleh tinggi gelombangnya
- e. Pemakai software komersil yang berbasis pada teori gelombang linier harus berhati-hati dalam menginterpretasikan hasilnya.

Daftar Pustaka

- Berkhoff, J. C. W., 1972, "Computation of Combined Refraction-Diffraction", *Proc. 13th Conf. Coastal Eng., ASCE*, Vancouver.
- Dean, Robert G., Dalrymple, "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Hirota, R., 1971, "Exact Solution of the Cortège-de

Varies Equation for Multiple Collisions of Solutions", *Phys. Rev. Lett.*, 27, 1192-4.

(1973a), "Exact Envelope-Solutions of a Nonlinear Wave Equation", *J. Math. Phys.*, 14,805-9.

(1973b), "Exact N-Solution of the Wave Equation of Long Waves in Shallow Water and in Nonlinear Lattices", *J. Math. Phys.*, 14,810-14.

Penney, W. G., Price, A. T., 1975, "The Diffraction Theory of Sea Waves and the Shelter Afforded by Breakwaters", *Phylos. Trans. Roy. Soc. A*, Vol. 244 (882).

Pierson, W. J., Moskowicz, L., 1964, "A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S. A. Kitaigorodskii. *J. Geophys. Res.*, Vol. 69.