

Aplikasi *Size Effect Law* pada Beton *Marine* dengan Pola Buka-an Tarik

Fella Supazaein^(*)

Universitas Mercu Buana, Jl. Meruya Selatan No.1, DKI Jakarta 11650

E-mail: fellasupazaein10@gmail.com

Resmi Bestari Muin

Universitas Mercu Buana, Jl. Meruya Selatan No 1, DKI Jakarta 11650

E-mail: resmi.bestari@mercubuana.ac.id

Abstrak

Beton marine harus menggunakan *high performance concrete (HPC)*. Penggunaan *HPC* dapat mengoptimalkan komponen struktur. Saat ini, perencana struktur hanya menggunakan perspektif mekanika tegangan pada tahap desain. Padahal semestinya keruntuhan tidak hanya terjadi pada perspektif mekanika tegangan, akan tetapi bisa juga terjadi dari perspektif mekanika fraktur. Dengan kata lain, struktur juga harus didesain berdasarkan kriteria mekanika fraktur agar keruntuhan secara fraktur bisa di atasi. Penelitian ini mengkaji aplikasi *size effect law* pada benda uji balok *HPC* dengan berbagai ukuran yang sudah ditentukan (*small, medium dan high*) untuk memperoleh dua parameter fraktur, energi fraktur (*Gf*) dan angka kegetasan. Benda uji yang digunakan pada penelitian ini memiliki 2 variasi rasio takik terhadap tinggi benda uji. Benda uji set I menggunakan rasio takik terhadap tinggi benda uji sebesar 1/3 dan benda uji set II menggunakan rasio takik terhadap tinggi benda uji sebesar 1/6. Penelitian dilakukan dengan menggunakan metoda pengujian tiga titik lentur (*three point bend*) sesuai pedoman pengujian *RILEM*. Hasil penelitian ini dapat berkontribusi dalam penerapan metode untuk mendapatkan nilai parameter dari kinerja fraktur. Hasil pengujian menunjukkan energi fraktur pada benda uji set II lebih besar 8,4% dari benda uji set I. Hasil angka kegetasan nilai(β) pada penelitian ini berada pada range $0,1 < \beta < 10$ yang menandakan material harus didesain dengan kriteria *nonlinear fracture mechanic*.

Kata-kata Kunci: Beton marine, mekanika fraktur, nonlinier, *size effect law*, angka kegetasan.

Abstrak

Marine concrete must use high performance concrete (HPC). The use of HPC can optimize structural components. Nowadays, structural designers only use a stress mechanics perspective at the design stage. Whereas failure should not only occur from the perspective of stress mechanics, but can also occur from the perspective of fracture mechanics. In other words, the structure must also be designed according to the fracture mechanics criteria so that fracture failure can be controlled This study examines the application of size effect law to HPC concrete on beams with various predetermined sizes (small, medium and high) to obtain fracture parameters, namely fracture energy (Gf) and brittleness number. The specimens used in this study has 2 variations in the ratio of the notch to the height of specimens. Set I used a notch-to-height ratio of 1/3 and Set II used a notch-to-height ratio of 1/6. The research was conducted using the three point bend test method according to the RILEM test guidelines. The results of this study can contribute to the application of the method to obtain parameter values of fracture performance. The test results shown that the fracture energy in set II specimens is 8.4% greater than set I specimens. The value of brittleness number (β) in this research is in the range of $0.1 < \beta < 10$ which indicates that the material must be designed with the criteria of nonlinear fracture mechanic.

Key words: Marine concrete, fracture mechanics, nonlinier, *size effect law*, brittleness number.

1. Pendahuluan

Indonesia memiliki sumber daya laut yang melimpah. Pengembangan infrastruktur di bidang maritim adalah salah satu strategi untuk mengembangkan perekonomian. Langkah dalam mewujudkan poros maritim adalah peningkatan transportasi laut, seperti halnya pembangunan pelabuhan, jembatan penyebrangan antar pulau dan sebagainya. Beton masih menjadi pilihan utama sebagai material konstruksi di lingkungan maritim karena selain mudah dalam pengerjaannya, biaya konstruksi dan biaya pemeliharannya juga lebih murah. Pada konstruksi

bangunan maritim, kandungan klorida (Cl) yang bersifat agresif sangat tinggi pada air laut, sehingga ketika klorida (Cl) terpenetrasi kedalam beton akan bereaksi dengan senyawa – senyawa di dalam beton yang berakibat beton kehilangan massa, kekuatan, kekakuan serta mempercepat proses pelapukan. Untuk mencegah hal tersebut, beton *marine* harus menggunakan beton *high performance concrete (HPC)* karena beton *HPC* mempunyai kelebihan dibandingkan beton normal. Nilai porositas yang rendah menjadikan beton lebih tahan dari zat – zat perusak beton. Dengan berkembangnya teknologi beton *HPC*, efisiensi komponen struktur menjadi lebih optimal.

*Penulis Korespondensi

Struktur beton umumnya terdiri dari banyak retakan mikro yang dapat mengakibatkan retaknya struktur beton akibat beban pada kondisi layan, beban tidak disengaja atau paparan kondisi lingkungan (Uday, 2017). Dengan demikian, retakan mikro pada beton dapat menjadi sumber potensial perambatan retak yang mengarah pada keruntuhan struktur. Untuk mencegah keruntuhan semacam itu, perlu dilakukan prediksi mekanisme keruntuhan struktur, sehingga keamanan struktur beton dapat terjamin. Kapasitas fraktur dapat ditentukan dengan menghitung energi yang dipakai dalam perambatan retak dan pembentukan permukaan retak baru. Dalam suatu struktur beton, pertumbuhan retak membutuhkan jumlah energi yang hanya dapat dipelajari melalui kriteria propagasi berbasis energi, yang memberikan dasar - dasar untuk memahami fenomena mekanisme fraktur beton.

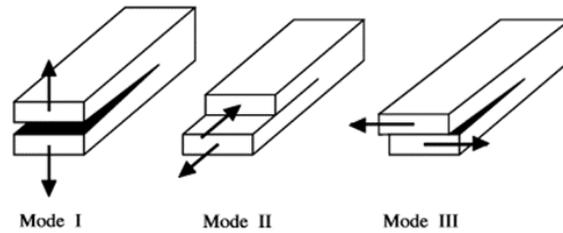
Energi fraktur merupakan parameter penting dalam analisis fraktur beton yang disebut sebagai G . Dalam menentukan parameter G , ada berbagai macam metode yang diusulkan, salah satunya adalah metode *size effect law*. Metode *size effect law* yang diusulkan oleh Bazant dapat menghasilkan nilai energi fraktur dan parameter fraktur lainnya yang tidak bergantung pada ukuran benda uji (Bažant & Yu, 2009). Berdasarkan metode *size effect law*, energi fraktur ditunjukkan dengan simbol G_f . *Size effect law* merupakan metode yang dipilih pada penelitian ini karena metode ini menghasilkan parameter fraktur yang tidak bergantung pada dimensi benda uji serta rekomendasi dari penelitian – penelitian sebelumnya yang menyebutkan hasil energi fraktur dengan menggunakan metode *size effect law* lebih akurat. Metode *size effect law* menggunakan RILEM 89-FMT sebagai standar pengujian.

Tujuan penelitian ini adalah mengaplikasikan *size effect law* pada beton *marine* dengan pola bukaan tarik, mempelajari perilaku keruntuhan beton *marine* menggunakan mekanisme fraktur, serta menghitung energi fraktur dengan variasi rasio takik terhadap tinggi benda uji. Hasil penelitian ini dapat berkontribusi dalam penerapan metode *size effect law* pada beton *marine* yang sekarang sedang marak digunakan. selain itu, data parameter dapat digunakan dalam mengkalibrasi analisis numerik elemen struktur berbasis fraktur energi agar dapat dipastikan kinerja struktur yang sesungguhnya.

2. Fraktur Beton

Beton adalah material komposit yang terdiri dari dua komponen dasar yaitu agregat sebagai *filler* dan matriks sebagai *binder* (Murdiyanto et al., 2018). Kedua komponen ini dihubungkan oleh *interface zone*. Fenomena inilah yang menghadirkan beton sebagai material diskrit heterogen yang kuat terhadap tekan namun lemah terhadap tarik. Balok adalah elemen lentur dengan model keruntuhan utama yaitu mode I fraktur untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada **Gambar 1**.

Keruntuhan struktur untuk pola ini bisa digambarkan berdasarkan perspektif mekanika tegangan atau



Gambar 1. Pola keruntuhan fraktur
Sumber : (Chang et al., 2002)

mekanika fraktur. Pada mekanika tegangan, berlaku analisis kapasitas desain. Ketika struktur telah dilakukan pembebanan lalu tegangan yang terjadi melebihi tegangan leleh (f_y) atau tegangan *ultimate* (f_u) maka terjadilah keruntuhan struktur karena material sudah melebihi kapasitas kekuatannya baik secara *yielding* ataupun *ultimate*. Dalam mekanika fraktur, Nilai K ataupun G merupakan ketegaran fraktur (*fracture toughness*). Jika nilai kritis ini dilampaui maka terjadi perambatan retak akan tumbuh dengan cepat dan tidak stabil hingga terjadi patahan.

Hubungan antara K dengan energi fraktur dihubungkan oleh **Persamaan 1**.

$$K = \sqrt{E \cdot G} \quad (1)$$

Dimana, E adalah modulus elastisitas beton dan G adalah energi fraktur. Untuk lebih jelas perbandingan antara konsep mekanika fraktur dan mekanika tegangan dapat dilihat pada **Gambar 2**.

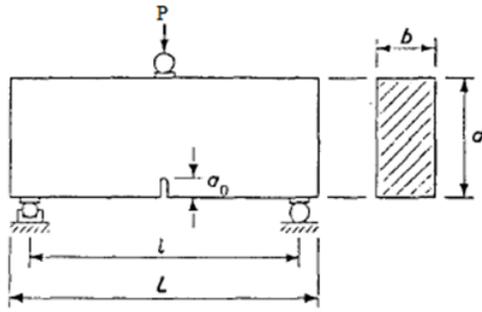
Fracture Mechanics	Strength of Materials
Failure occurs when:	Failure occurs when:
$\text{Stress} + \text{Crack Geometry} > \text{Material Fracture Toughness}$	$\text{Stress} > \text{Material Strength}$

Gambar 2. kriteria fraktur vs. kekuatan material
Sumber : <https://mechanicalcalc.com/reference/fracture-mechanics>

Energi fraktur didefinisikan sebagai energi yang dibutuhkan untuk membentuk bidang retak per unit panjang per unit tebal spesimen. Untuk mendapatkan energi fraktur *size effect law* (SEL) mengacu pada rekomendasi draft RILEM TC89-FMT (La & Du, 1991). Penentuan parameter fraktur yaitu energi fraktur dan zona proses fraktur sangat penting dalam desain struktur beton untuk menetapkan kriteria keamanan yang memadai dalam penggunaan material. RILEM telah menerbitkan sebuah rekomendasi mengenai penetapan energi fraktur (G_f) dengan cara uji *three point bending* pada balok yang sudah dibuat takik seperti diperlihatkan pada **Gambar 3**.

3. Metode Size Effect Law

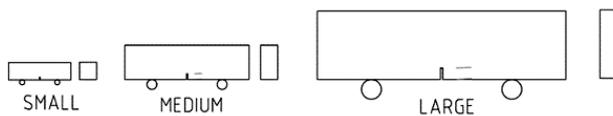
Metode *size effect law* (SEL) yang diusulkan oleh (Bazant & Pfeiffer, 1987) untuk menentukan energi fraktur beton dengan mengukur beban maksimum



Gambar 3. Tipikal Uji three point bending pada balok
Sumber : (La & Du, 1991)

dengan specimen yang memiliki takik yang sama secara geometris dari berbagai ukuran yang ditentukan. Energi Fraktur (G_f) yang diperoleh dengan metode ini didefinisikan sebagai energi spesifik (energi per unit bidang retak) yang diperlukan untuk membuat bidang retak.

Bazant dan Kazemi mensimulasikan fraktur dari material kuasi - regas dengan sebuah retak efektif - elastik. Mereka mempertimbangkan sebuah seri dari geometri struktur yang sama terlihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Serangkaian struktur yang mirip secara geometris

Dimensi benda uji yang digunakan memiliki 3 ukuran yang berbeda yang diklasifikasikan menjadi *small*, *medium* dan *large*. Ketiga ukuran benda uji tersebut memiliki lebar dan rasio takik yang sama. lebar (b) dan rasio takik (a_0) ketiga benda uji harus sama agar menjadi serangkaian struktur yang sama secara geometris. Untuk struktur yang sama secara geometris, tegangan nominal pada saat runtuh dideskripsikan :

$$\sigma_N = c_n \frac{P}{b \cdot d} \quad (2)$$

Dimana P adalah beban runtuh atau beban puncak, b adalah lebar balok, c_n adalah koefisien representasi dari berbagai tipe struktur. $c_n = 1$ untuk pelat Tarik dan $c_n = 1,5 S/d$ untuk balok ($S = \text{span}$ dan $d = \text{tinggi balok}$). Pada representasi *Bazant size effect model*, tegangan runtuh dari struktur yang memiliki geometris sama dapat dilihat pada Persamaan 3.

$$\sigma_N = \frac{B \cdot f_t}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_0}}} \quad (3)$$

Pada Persamaan 3, jika d (tinggi benda uji) lebih besar dari nilai d_0 (koefisien empiris), maka mekanisme keruntuhan struktur menunjukkan sebuah perilaku getas pada struktur sehingga harus didesain menggunakan kriteria *linear elastic fracture mechanic (LEFM)*. Jika d (tinggi benda uji) lebih kecil dari d_0 (koefisien empiris), maka menunjukkan bahwa struktur didesain mengikuti

kriteria keruntuhan tegangan dan untuk hasil *intermediate* dari d/d_0 perilaku struktur mengikuti *nonelastic fracture mechanics*.

Dalam menentukan parameter fraktur menggunakan metode *SEL*, hal pertama yang perlu dilakukan menurut RILEM 89-FMT adalah melakukan persamaan regresi Persamaan regresi ini digunakan untuk menentukan suatu persamaan yang menghubungkan antara variabel bebas (X) yang dalam hal ini merupakan tinggi benda uji (d) dengan variabel terikat (Y) yang nilainya didapat dari rumus :

$$Y = \left(\frac{b \cdot d}{P} \right)^2 \quad (4)$$

Dimana : (b) adalah lebar benda uji, (d) adalah tinggi benda uji dan P adalah beban puncak dari hasil pengujian. Setelah koordinat X dan Y ditentukan, dilakukan analisis regresi yang menghasilkan persamaan garis seperti terlihat pada Persamaan 5.

$$Y = AX + C \quad (5)$$

Dari persamaan garis regresi yang didapat (Persamaan 5), Setelah nilai A (koefisien kemiringan regresi), dan C (konstanta) didapat, nilai B dan d_0 bisa diperoleh dimana $B = 1/\sqrt{C}$ dan $d_0 = C/A$. Energi fraktur dapat diperoleh dengan Persamaan 8.

$$G_f = \frac{g(\alpha_0)}{A \cdot E_c} \quad (6)$$

Dimana : E_c adalah modulus elastisitas benda uji, $g(\alpha_0)$ adalah faktor geometri benda uji, A adalah koefisien angular dari persamaan garis regresi. Nilai faktor geometri dapat dihitung :

$$g(\alpha_0) = \left(\frac{L}{d} \right)^2 \pi \cdot \alpha_0 \cdot [1,5 F_\alpha]^2 \quad (7)$$

Dimana : L adalah panjang balok uji, α_0 adalah rasio takik, F_α dapat ditentukan berdasarkan rasio dari L/d . Jika rasio $L/d = 2,5$ maka :

$$F_{2,5}(\alpha) = \frac{1 - 2,5(\alpha) + 4,49\alpha^2 - 3,98\alpha^3 + 1,33\alpha^4}{(1 - \alpha)^2} \quad (8)$$

Untuk rasio $L/d = 4$, maka :

$$F_4(\alpha) = \frac{1,99 - \alpha(1 - \alpha)(2,15 - 3,93\alpha + 2,7\alpha^2)}{\pi^{1/2}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (9)$$

Untuk rasio $L/d = 8$, maka :

$$F_8(\alpha) = 1,11 - 1,552\alpha_0 + 7,71\alpha_0^2 - 13,55\alpha_0^3 + 14,25\alpha_0^3 \quad (10)$$

Untuk rasio L/d lainnya ditentukan melalui interpolasi linear. Sebagai contoh, untuk $2,5 < L/d < 4$

$$F(\alpha) = F_{2,5}(\alpha) + \frac{(\frac{L}{d}) - 2,5}{2,5} [F_4(\alpha) - F_{2,5}(\alpha)] \quad (11)$$

Setelah didapat energi fraktur, dilakukan perhitungan statistik untuk menguji validitas data hasil pengujian. Uji validasi data diawali dengan menentukan koordinat X dan Y yang sudah dihitung pada perhitungan persamaan regresi. Lalu dilanjutkan dengan mencari nilai pusat data yaitu \bar{X} dan \bar{Y} dan dapat diperoleh menggunakan Persamaan 12 dan 13. Setelah didapat

titik pusat data dilanjutkan dengan menggunakan **Persamaan 14** sampai **16**.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} \tag{12}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} \tag{13}$$

$$s^2_x = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (X_i - \bar{X})^2 \tag{14}$$

$$s^2_y = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \tag{15}$$

$$s^2_{Y/X} = \frac{n-1}{n-2} (s^2_y - A^2 s^2_x) \tag{16}$$

$$\omega_{Y/X} = \frac{S_X}{X} \tag{17}$$

$$\omega_A = \frac{S_{Y/X}}{A \cdot S_X \cdot (n-1)^{1/2}} \tag{18}$$

$$\omega_c = \frac{S_{Y/X}}{C \cdot (n-1)^{1/2}} \left(1 + \frac{1}{\omega^2_x} \right)^{1/2} \tag{19}$$

$$m = \frac{\omega_{y/x}}{\omega_x} \tag{20}$$

Dimana : $\sum X$ = jumlah nilai X, $\sum Y$ = jumlah nilai Y, n = jumlah data nilai, \bar{X} dan \bar{Y} adalah nilai rata – rata dari x dan y, ω_x adalah koefisien dari variasi ukuran, $\omega_{y/x}$ adalah koefisien variasi dari error (deviasi vertical dari garis regresi), ω_A adalah koefisien variasi dari kemiringan garis regresi, ω_c adalah koefisien dari *intercept*, m = lebar relative dari kurva. Nilai ω_A tidak boleh melebihi 0,1. Untuk nilai ω_c dan m tidak boleh melebihi 0,2.

4. Metode Pengujian

Alat uji LVDT diposisikan diatas *notch* untuk mengukur lendutan yang terjadi. Sebelum pengujian, alat LVDT sudah terkalibrasi.

Benda uji dibebankan ditengah bentang. Spesimen harus dibebani secara konstan. Tingkat pembebanan diharuskan mencapai maksimum bebannya pada minimal waktu 5 menit sesuai prosedur RILEM. Pengujian dilaksanakan di Puslitbang Perumahan dan Pengembangan Permukiman di Bandung yang



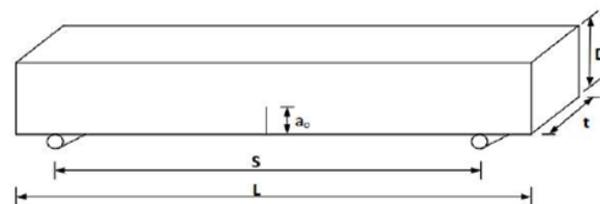
Gambar 5. Peralatan uji
Sumber : Dokumentasi penelitian

memiliki sistem *load control* dengan *rate* pembebanan 10 N/detik.

5. Material

Material yang digunakan pada penelitian ini adalah Semen *Ordinary Portland Cement (OPC)* yang merupakan jenis semen tipe I. Agregat halus (pasir) yang digunakan adalah pasir belitung. Diameter agregat kasar yang digunakan adalah 14 mm untuk diameter agregat minimumnya dan 25 mm untuk diameter agregat maksimumnya. Untuk *cement replacement* digunakan *fy ash* sebanyak 20% dari kebutuhan semen. Untuk memperoleh beton *HPC* yang memiliki workabilitas yang tinggi, maka digunakan *superlastizicer* sebagai *admixture*. Superplasticizer yang digunakan adalah *Polycarboxylate*. Pada penelitian ini digunakan beton dari PT Solusi Bangun Beton dengan target $f_c' = 55$ Mpa. Adapun *material properties* yang digunakan pada penelitian ini seperti terlihat pada **Tabel 1** dengan *mix design properties* pada **Tabel 2**.

Selanjutnya beton dicetak sesuai dengan **Gambar 6** dan detail dimensi pada **Tabel 3**. Ada dua variasi tinggi takik yang digunakan yaitu 1/3 dari tinggi benda uji



Gambar 6. Sample balok
Sumber : (Arianti et al., 2020)

Tabel 1. Material properties

Material Properties	Besaran	Satuan
Berat jenis agregat kasar	2,61	
Penyerapan agregat kasar	2,19	%
Berat isi agregat kasar	1,44	ton/m ³
Berat jenis agregat halus	2,61	
Penyerapan agregat halus	1,05	%
Berat isi agregat kasar	1,40	ton/m ³
Zona agregat halus	3,00	
Berat jenis semen	3,18	

Tabel 2. Mix design properties

Material	Units per m ³
Water (liter)	160
Cementitious (kg)	637
fine agregates (kg)	491
coarse agregates (kg)	1071
admixtures (%)	0,1 to 0,4
HRWR (%)	0,5 to 0,8
Density (kg/m3)	2367
Water cement ratio	0,25
Slump	160 +/- 20 mm
Fly ash (%)	20

(Set I) dan 1/6 dari tinggi benda uji (Set II). Untuk uji kuat tekan dan modulus elastisitas digunakan cetakan silinder dengan diameter 15 cm dan tinggi 30 cm.

Dimensi penampang balok sudah disesuaikan dengan peraturan RILEM *Technical Committee 89-FMT on Fracture Mechanics of Concrete Test Methods*. Adapun peraturan dalam penskalaan pengukuran benda uji didetailkan pada **Tabel 4**.

Tabel 3. Dimensi penampang balok

Dimensi	#1- Small (mm)	#2- Medium (mm)	#3- Large (mm)
Lebar (t)	90	90	90
Tinggi (D)	90	180	360
Jarak tumpuan (S)	225	450	900
Panjang balok (L)	325	630	1260
Takik (a0) Set I	30	60	120
Takik (a0) Set II	15	30	60



Gambar 7. Nilai slump
Sumber : Dokumentasi penelitian



Gambar 8. Uji modulus elastisitas
Sumber : Dokumentasi penelitian



Gambar 9. Uji fraktur (Sumber : Dokumentasi penelitian)

Sebelum benda uji dicetak, adukan beton diperiksa terlebih dahulu nilai slump adukan betonnya. Mengingat objek penelitian ini adalah beton *HPC* maka dibutuhkan *workability* yang tinggi (Aitcin & Neville, 1993). Slump yang dihasilkan pada penelitian ini ditargetkan mencapai 160 mm.

Pada **Gambar 7**, nilai slump yang dihasilkan yaitu 7 inch (17,78 cm). Dengan begitu *workability* tinggi yang diharapkan tercapai.

6. Hasil Uji dan Analisa

Seluruh benda uji berasal dari campuran beton yang sama. Sampel kuat tekan diambil 3 buah. Dimana 1 buah sampel diuji kuat tekan untuk mengetahui 40% dari f_c' sebagai kebutuhan untuk uji modulus elastisitas dan 2 buah sampel lainnya digunakan untuk uji modulus elastisitas lalu setelah diuji modulus elastisitas, digunakan lagi uji tekan beton. Sehingga didapat 3 hasil uji kuat tekan dan 2 hasil uji modulus elastisitas.

Berdasarkan hasil kuat tekan pada **Tabel 4**, dihasilkan kuat tekan sebesar 41,92 mpa, lebih kecil dari kuat tekan rencana ($f_c' = 55$ mpa). Namun, hasil perolehan ini masih memenuhi syarat SNI 03-6468-2000 (Badan Standardisasi Nasional, 2000) sebagai beton mutu tinggi. Uji modulus elastisitas merupakan parameter penting untuk menghitung energi fraktur. Uji modulus elastisitas pada penelitian ini diperlihatkan pada **Tabel 5**.

Benda uji balok yang telah dibuat kemudian diuji menggunakan alat uji yang telah diatur untuk memiliki kecepatan 10 N/detik. Lalu pembebanan dilakukan hingga benda uji patah seperti terlihat pada **Gambar 9**.

Pengujian fraktur menghasilkan keluaran berupa data beban maksimal yang mampu dipikul balok serta lendutan yang terbaca oleh LVDT pada saat pengujian berlangsung. Data hasil uji ditampilkan dalam **Tabel 6** dan **7**.

Karena ada hasil uji yang memiliki range yang cukup jauh pada salah satu benda uji di masing – masing dimensi pada setiap set yang jika diolah menghasilkan hasil yang tidak valid, maka data hasil uji yang diolah hanya 2 benda uji pada masing – masing dimensi benda uji di setiap set.

Grafik yang menunjukkan hubungan beban puncak dengan lendutan pada set I dapat dilihat **Gambar 10, 11**,

Tabel 4. Kriteria penskalaan pengukuran benda uji berdasarkan peraturan RILEM *Technical Committee 89-FMT on Fracture Mechanics of Concrete Test Methods*.

Kriteria	Dimensi benda uji	Keterangan
Rasio antara jarak tumpuan (S) dengan tinggi benda uji (D) $\geq 2,5$	1. Small $\frac{S}{D} = \frac{225 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 2,5$ 2. Medium $\frac{S}{D} = \frac{450 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = 2,5$ 3. Large $\frac{S}{D} = \frac{900 \text{ mm}}{360 \text{ mm}} = 2,5$	$\frac{S}{D} \geq 2,5$ Sesuai kriteria
Rasio takik (a_0) berada pada <i>range</i> = 0,15 s/d 0,5	Set I 1. Small $\frac{a_0}{D} = \frac{30 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 0,33$ 2. Medium $\frac{a_0}{D} = \frac{60 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = 0,33$ 3. Large $\frac{a_0}{D} = \frac{120 \text{ mm}}{360 \text{ mm}} = 0,33$ Set II 1. Small $\frac{a_0}{D} = \frac{15 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 0,167$ 2. Medium $\frac{a_0}{D} = \frac{30 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = 0,167$ 3. Large $\frac{a_0}{D} = \frac{60 \text{ mm}}{360 \text{ mm}} = 0,167$	Rasio takik ($\frac{a_0}{D}$): Set I = 0,33 Set II = 0,167 $0,15 < (\frac{a_0}{D}) < 0,5$ Sesuai kriteria
Lebar takik (t_0) $\leq 0,5 \times$ diameter agregat kasar maksimum (d_a)	Lebar takik yang digunakan = 3mm Diameter agregat maksimum = 25 mm Sehingga, $0,5 \times 25 \text{ mm} = 12,5 \text{ mm}$	$t_0 = 3 \text{ mm} \leq 0,5 \times d_a = 12,5 \text{ mm}$ Sesuai kriteria
Lebar benda uji (t) tidak boleh lebih kecil dari 3 kali diameter agregat kasar maksimum (d_a) dan tidak boleh lebih besar dari 5 kali diameter agregat kasar maksimum (d_a)	Lebar benda uji (t) = 90 mm Batas minimum : $3 \times d_a = 3 \times 25 \text{ mm} = 75 \text{ mm}$ Batas maksimum $5 \times d_a = 5 \times 25 \text{ mm} = 125 \text{ mm}$	$3d_a < t < 5d_a$ $75 \text{ mm} < 90 \text{ mm} < 125 \text{ mm}$ Sesuai kriteria
Tinggi benda uji terbesar tidak boleh lebih kecil dari 10 kali diameter agregat kasar maksimum (d_a)	Tinggi benda uji terbesar (t_{max}) = 360 mm Batas minimum $10 \times d_a = 10 \times 25 \text{ mm} = 250 \text{ mm}$	$t_{max} > 10d_a$ $360 \text{ mm} > 250 \text{ mm}$ Sesuai kriteria
Rasio tinggi benda uji terbesar dengan tinggi benda uji terkecil ≤ 4	Tinggi benda uji terbesar (t_{max}) = 360 mm Tinggi benda uji terkecil (t_{min}) = 90 mm $\frac{t_{max}}{t_{min}} = \frac{360 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 4$	Rasio $\frac{t_{max}}{t_{min}} = 4$ Sesuai kriteria
Rasio antara jarak tumpuan (S) dengan tinggi benda uji (D) berlaku untuk semua benda uji	Rasio antara jarak tumpuan (S) dengan tinggi benda uji (D) pada benda uji small, medium dan large sama yaitu 2,5	Sesuai kriteria
Rasio takik (a_0) dengan tinggi benda uji (D) berlaku untuk semua benda uji	Rasio takik (a_0) dengan tinggi benda uji (D) berlaku untuk semua benda uji pada set I sama pada benda uji small, medium dan large yaitu 0,333 dan 0,167 pada benda uji small, medium dan large set II	Sesuai kriteria

Tabel 4. Hasil kuat tekan

No. sample	Dimensi (mm)		Berat sample (gram)	Beban maks (N)	Kuat tekan (Mpa)
	diameter	tinggi			
1	150	300	12399	707301	40
2	150	300	12622	727902	40,54
3	150	300	11247,5	807363	45,23
Kuat tekan rata - rata					41,92

dan 12 dan untuk benda uji set II dapat dilihat pada Gambar 13, 14, dan 15.

6.1 Persamaan regresi menggunakan SEL

Berdasarkan beban maksimum hasil pengujian (P) pada Tabel 6 dan 7 dapat dihitung koordinat persamaan regresi untuk benda uji set I dan II seperti terlihat pada Tabel 8, dimana sebagai absis persamaan (X) adalah nilai ketinggian benda uji (d) dan sebagai ordinat adalah $Y = \left(\frac{b \cdot d}{P}\right)^2$

dimana b adalah lebar benda uji, d adalah tinggi benda uji dan P adalah beban maksimum dari hasil pengujian. Hasil koordinat ditunjukkan pada Tabel 8. Persamaan regresi yang dihasilkan dapat dilihat pada Gambar 16.

Pada analisis regresi pada Set I dihasilkan persamaan garis $Y = 0,006x + 2,3849$ dan pada set II dihasilkan persamaan garis $Y = 0,0029x + 1,0866$. Dengan bentuk persamaan $Y = Ax + C$, maka bisa didapatkan nilai A (koefisien kemiringan garis regresi) dan C (konstanta) pada masing – masing set. Setelah nilai A dan C didapat, nilai B dan d_0 yang merupakan koefisien empiris bisa

Tabel 6. Hasil uji fraktur set I

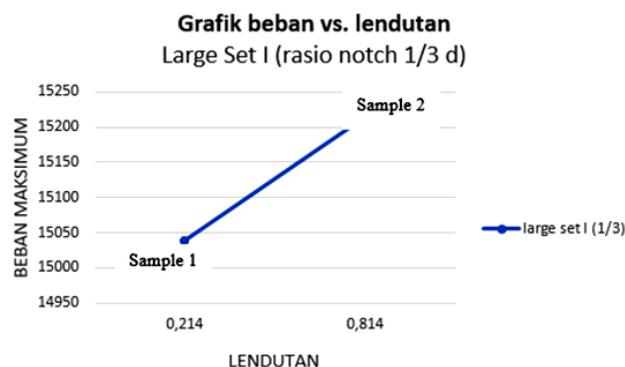
No.	Kode	Beban Maks (N)	Momen lentur (N– mm)	Kuat lentur (Mpa)	Lendutan maks (mm)
1	Small 1/3 - 1	4670	262687,5	2,162	0,132
2	Small 1/3 - 2	4676	263025,0	2,165	0,186
3	Medium 1/3 - 1	8753	981337,5	2,019	0,090
4	Medium 1/3 - 2	8956	1007550,0	2,073	0,136
5	Large 1/3 - 1	15215	3423375,0	1,761	0,814
6	Large 1/3 - 2	15039	3907125,0	1,741	0,214

Tabel 7. Hasil uji fraktur Set II

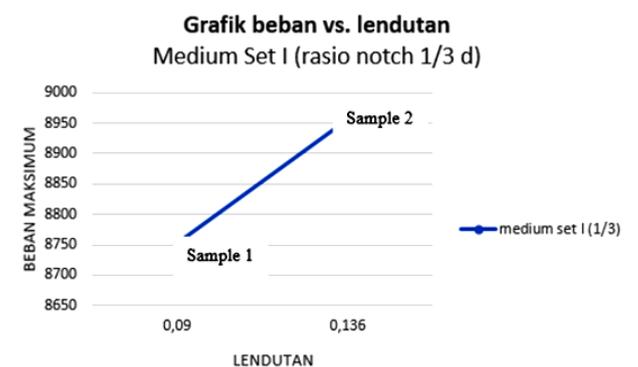
No.	Kode	Beban Maks (N)	Momen lentur (N– mm)	Kuat lentur (Mpa)	Lendutan maks (mm)
1	Small 1/6 - 1	6951	397687,5	3,273	0,804
2	Small 1/6 - 2	7070	390993,8	3,218	0,908
3	Medium 1/6 - 1	12035	1353937,5	2,786	0,110
4	Medium 1/6 - 2	13625	1532812,5	3,154	0,238
5	Large 1/6 - 1	22701	5107725,0	2,627	-
6	Large 1/6 - 2	21928	4933800,0	2,538	0,474

Tabel 8. Koordinat untuk mencari persamaan garis regresi

$X = d (mm)$	Set I		Set II	
	$Y = \left(\frac{b \cdot d}{P}\right)^2$		$Y = \left(\frac{b \cdot d}{P}\right)^2$	
90	3,008405	3,000689	1,312596	1,357924
180	3,449040	3,271914	1,811915	1,413699
360	4,534674	4,641433	2,037042	2,183192



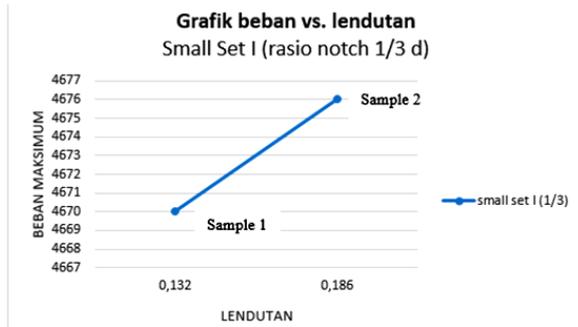
Gambar 10. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *large set I* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)



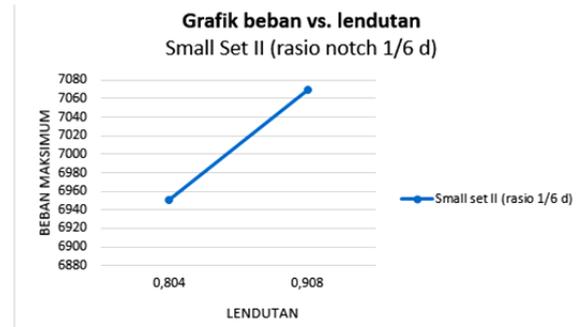
Gambar 11. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *medium set I* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)

Tabel 5. Hasil uji modulus elastisitas

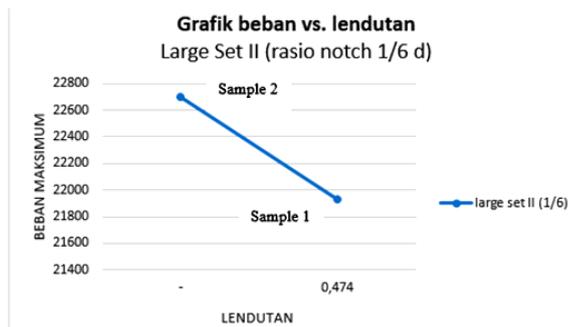
No.	Kuat tekan (Mpa)	beban maks (N)	kondisi 1 (regangan 0,005%)		kondisi 1 (40% beban maks)		Modulus Elastisitas E_c (Mpa)
			S1 (Mpa)	ϵ_1	S1 (Mpa)	ϵ_2	
1	40,54	727902	3,61	0,00005	15,74	0,0004333	31679,39
2	45,23	807363	3,96	0,00005	15,83	0,0000402	33759,6
Modulus elastisitas rata - rata							32728,5



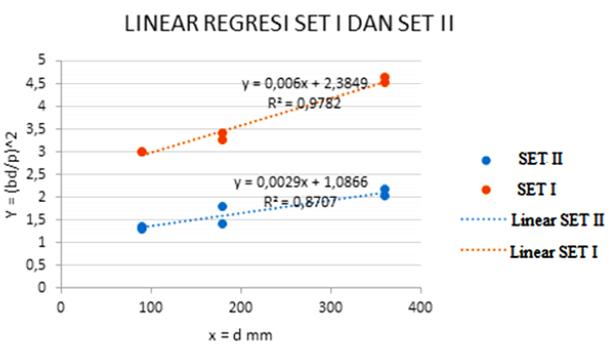
Gambar 12. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *small set I* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)



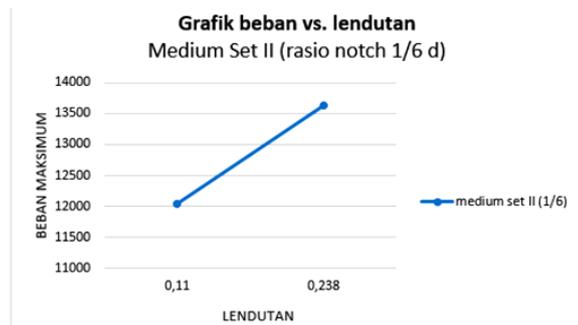
Gambar 15. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *small set II* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)



Gambar 13. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *large set II* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)



Gambar 16. Regresi linier sampel dengan Set I dan Set II
Sumber : Pengolahan data hasil uji



Gambar 14. Grafik uji fraktur beban vs lendutan pada benda uji *medium set II* (Sumber : Pengolahan data hasil uji)

Tabel 9. Parameter fraktur dari persamaan regresi

Set	A	C	$B = \frac{1}{\sqrt{C}}$	$d_0 = \frac{C}{A}$
Set I (rasio notch 1/3)	0,006	2,3849	0,65	398,38
Set II (rasio notch 1/6)	0,0029	1,0866	0,96	380,65

Tabel 10. Energi fraktur pada set I dan II

Set	$g(\alpha_0)$	A	E (Mpa)	$G_f = \frac{g(\alpha_0)}{A \cdot E_c}$ (N/m)
Set I (rasio notch 1/3)	25,76	0,006	32728,5	131,17
Set II (rasio notch 1/6)	13,03	0,0029	32728,5	139,51

diperoleh. Untuk lebih jelasnya, parameter tersebut ditampilkan pada **Tabel 9**.

6.2 Energi fraktur

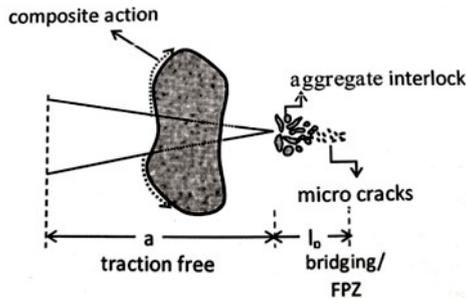
Energi fraktur merupakan parameter penting pada desain struktur beton. Untuk menghitung energi fraktur digunakan prosedur perhitungan berdasarkan pedoman RILEM Technical Committee 89-FMT. Energi fraktur dapat diperoleh dengan menggunakan **Persamaan 6**. Seperti diketahui, untuk mendapatkan energi fraktur menggunakan metode *size effect law (SEL)* membutuhkan nilai faktor geometri. Untuk itu, faktor geometri harus ditentukan terlebih dahulu menggunakan **Persamaan 7**. Faktor geometri membutuhkan nilai tambah (F_a) yang didapat dari **Persamaan 8** dan **9** lalu diinterpolasi menggunakan **Persamaan 10**. Interpolasi diperlukan karena rasio

panjang balok terhadap tinggi balok (L/D) pada penelitian ini adalah 3,5 sehingga harus diinterpolasi nilai F_a pada rasio (L/D) = 2,5 dengan F_a pada rasio (L/D) = 4. Setelah didapat nilai F_a , faktor geometri bisa ditentukan.

Setelah semua variabel telah lengkap, energi fraktur bisa diperoleh dengan membagi nilai faktor geometri dengan hasil perkalian antara koefisien kemiringan regresi (A) dan modulus elastisitas beton (E). sehingga didapat energi fraktur pada set I dan set II yang disajikan pada **Tabel 10**.

Hasil energi fraktur pada kedua variasi takik tidak terlalu jauh. Ketika takiknya diperpendek energi fraktur (G_f) hanya meningkat 8,4%. Penelitian yang dilakukan (Kazemi et al., 2017) dengan nilai kuat tekan yang jauh lebih tinggi dibandingkan penelitian ini yaitu $f_c' = 85,52$ Mpa, menghasilkan nilai energi fraktur hanya 47,4 N/m. Lalu pada penelitian yang dilakukan oleh (Einsfeld & Velasco, 2006) energi fraktur yang dihasilkan paling besar yaitu 78,81 N/m.

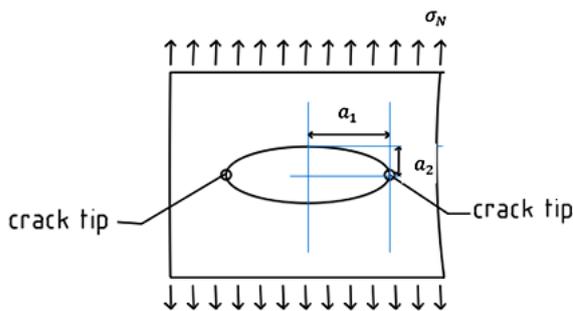
Dari kedua penelitian yang dijadikan bahan perbandingan, pemakaian diameter agregat kasar maksimum pada kedua penelitian tersebut hanya 9,5 mm. Sehingga ketika beton dibebani, retak mikro lalu berkembang menjadi retak makro dan langsung membelah agregat kasar. Penelitian ini menggunakan diameter agregat maksimum 25 mm berbentuk angular sehingga ada perambatan retak pada permukaan agregat kasar (Muin et al., 2013) (Fidi et al., 2020). Agregat kasar yang berbentuk angular dengan diameter maksimum agregat yang besar bisa menjadi penahan retak (crack arrester) dan menambah kedaktailan dari



Gambar 17. Perambatan retak pada agregat
Sumber : (Murdianto et al., 2018)

Pada hasil perhitungan yang didapat, terlihat bahwa nilai faktor geometri $g(a_0)$ dan kemiringan pada garis regresi (A) menurun selaras dengan menurunnya rasio takik.

Dari persamaan $G_f = \frac{g(a_0)}{E \cdot A}$, nilai A berbanding terbalik dengan nilai energi fraktur yang menandakan energi fraktur akan menurun ketika nilai A meningkat dan juga dapat terlihat bahwa semakin besar rasio takik yang digunakan maka semakin kecil energi yang digunakan dalam membentuk bidang retak. Secara teoritis, fenomena ini dapat dijelaskan sebagai berikut :



Gambar 18. Formulasi tegangan diujung retak
Sumber : (Shah, 1995)

Dapat dilihat pada Gambar 18, bila σ_{max} adalah tegangan maksimum (pada sepanjang ujung retak) dan tegangan nominal akibat beban adalah σ_N . Maka berdasarkan *elastic stress analysis* diperoleh hubungan sebagai berikut :

$$\sigma_{max} = \left(1 + \frac{2a_1}{a_2}\right) \cdot \sigma_N \quad (21)$$

$$\sigma_{max} = K_1 \cdot \sigma_N \quad (22)$$

Dimana, a_1 adalah radius panjang dan a_2 adalah radius terpendek dan K_1 adalah faktor konsentrasi tegangan (sebuah konstanta), bisa dilihat bahwa σ_{max} diujung retak dapat dipengaruhi oleh a_1 dan a_2 . Semakin besar σ_{max} (melampaui σ_N) artinya konsentrasi tegangan pada ujung retak semakin tinggi maka semakin cepat keruntuhan. Inilah yang menyebabkan energi fraktur menurun dengan meningkatnya rasio takik.

6.3 Angka kegetasan (β)

Untuk mengetahui perilaku keruntuhan material, dihitung angka kegetasan ($\beta = \frac{d}{d_0}$) dimana d adalah tinggi benda uji dan d_0 telah ditampilkan pada Tabel 9. Angka kegetasan mengindikasikan karakter keruntuhan material. Untuk $\beta < 0,1$ maka keruntuhan bisa dianalisis dari kriteria dasar kekuatan material. Jika angka kegetasan berada pada range 0,1 sampai 10 ($0,1 < \beta < 10$) maka digunakan *nonlinear fracture mechanics*. Jika angka kegetasan lebih dari 10 ($\beta > 10$) digunakan *linear fracture mechanics (LEFM)* (Bazant & Pfeiffer, 1987). lalu logaritma dari angka kegetasan (β) diplot pada grafik *size effect law* sebagai absis X dan ordinat Y = $\log \frac{\sigma_N}{B \cdot f_t}$. Nilai $\frac{\sigma_N}{B \cdot f_t}$ dapat diperoleh dari Persamaan 2.

Dimana : $\sigma_N = \frac{B \cdot f_t}{\sqrt{1 + \beta}}$, sehingga $\frac{\sigma_N}{B \cdot f_t} = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta}}$.

Angka kegetasan dan koordinat grafik *size effect law* pada set I dan set II ditampilkan pada Tabel 11 dan 12. Grafik *size effect law* ditampilkan pada Gambar 19.

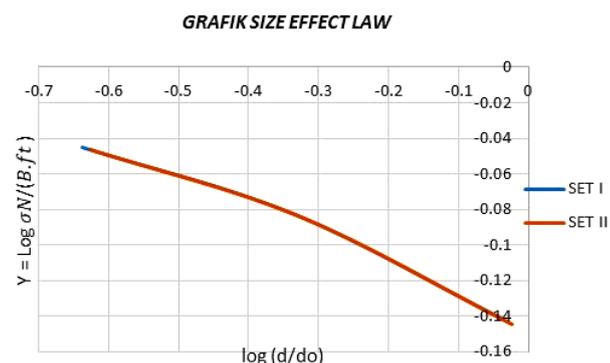
Grafik set I dan II memiliki koordinat X dan Y yang hampir sama. Oleh karena itu, pada Gambar 19 seperti terlihat hanya 1 grafik yaitu set II dikarenakan garis pada grafik menumpuk. Berdasarkan hasil angka kegetasan β pada penelitian ini dapat disimpulkan

Tabel 11. Angka kegetasan dan koordinat grafik *size effect law* set I

$\beta = d/d_0$	$X = \text{Log } d/d_0$	$Y = \text{Log } \frac{\sigma_N}{B \cdot f_t}$
0,230	-0,638	-0,0450
0,461	-0,337	-0,0823
0,922	-0,035	-0,1420

Tabel 12. Angka kegetasan dan koordinat grafik *size effect law* set II

$\beta = d/d_0$	$X = \text{Log } d/d_0$	$Y = \text{Log } \frac{\sigma_N}{B \cdot f_t}$
0,2364	-0,6263	-0,0461
0,4729	-0,3253	-0,0841
0,9457	-0,0242	-0,1445



Gambar 19. Grafik size effect law

bahwa angka kegetasan berada pada $range\ 0,1 < \beta < 10$. Oleh karena itu, material harus didesain dengan kriteria *nonlinear fracture mechanic* (tidak cocok untuk didesain hanya dengan kriteria kekuatan tegangan *ultimate*).

6.4 Uji validasi data

Berdasarkan prosedur perhitungan *SEL* pada RILEM 89-FMT, perlu dilakukan uji validasi data. Uji validasi data ini bertujuan untuk mengetahui sejauh mana ketepatan/kecermatan suatu instrumen pengukuran dalam melakukan fungsi ukurnya agar data yang diperoleh bisa sesuai dengan tujuan yang dilakukan. Dalam hal ini, tujuan penelitian adalah menentukan parameter fraktur. Uji validasi data diawali dengan menentukan koordinat X dan Y yang sudah dihitung sebelumnya terlihat pada **Tabel 8**. Perhitungan dilanjutkan dengan mencari titik pusat \bar{X} dan \bar{Y} menggunakan **Persamaan 12** dan **13**. Lalu dilanjutkan menggunakan **Persamaan 14** sampai **20**. Hasil perhitungan statistik ditampilkan pada **Tabel 13** dimana menurut pedoman RILEM 89-FMT variabel yang menjadi tolak ukur apakah data valid atau tidak yaitu ω_A (koefisien variasi dari kemiringan garis regresi), ω_c (koefisien dari *intercept*), dan m (lebar relatif dari kurva).

Tabel 13. Parameter statistik pada set I dan set II

Set	ω_A	ω_c	m
Set I (rasio notch 1/3)	0,07	0,0617	0,057
Set II (rasio notch 1/6)	0,19	0,1685	0,1532

Pada metode *size effect law*, ada persyaratan pada kalkulasi statistik dari hasil pengujian. Dimana nilai ω_A tidak boleh melebihi 0,1 dan nilai ω_c dan m tidak boleh melebihi 0,2 (La & Du, 1991). Pada benda uji Set I seluruh persyaratan terpenuhi. Namun pada benda uji Set II nilai ω_A melebihi dari 0,1 yang menjadikan ketidakyakinkan terhadap keakuratan hasil. Untuk mendapatkan hasil *SEL* yang lebih andal untuk set II, diperlukan rentang ukuran yang lebih luas dan lebih banyak sampel dengan ukuran yang sama. Regresi linier untuk rangkaian hasil yang lebih besar akan mengarah pada hasil yang lebih akurat (Muralidhara Rao & Gunneswara Rao, 2009).

7. Kesimpulan dan Saran

7.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini disimpulkan hal – hal sebagai berikut :

1. Energi fraktur pada benda uji set II (rasio takik terhadap tinggi benda uji = 1/6) lebih besar 8,4% dari benda uji set I (rasio takik terhadap tinggi benda uji = 1/3).
2. Hasil energi fraktur pada penelitian ini lebih besar dari penelitian sebelumnya dikarenakan penggunaan diameter yang lebih besar yaitu 25 mm dari penelitian sebelumnya yaitu 9,5 mm.
3. Dari kalkulasi statistik, hasil sampel pada set I menghasilkan data hasil uji yang lebih baik karena persyaratan pada pedoman RILEM 89 terpenuhi yaitu Nilai ω_A tidak boleh melebihi 0,1. Untuk nilai ω_c dan m tidak boleh melebihi 0,2.
4. Dari angka kegetasan (β) yang diperoleh berada pada $range\ 0,1 < \beta < 10$ yang dapat diartikan material harus didesain dengan kriteria *nonlinear fracture mechanic*. (tidak cocok untuk didesain hanya dengan kriteria kekuatan tegangan *ultimate*).

7.2 Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut :

1. Dibutuhkan ketelitian dalam pelaksanaan pengecoran benda uji, rojokan beton harus bagus agar adonan beton tidak keropos sehingga kuat tekan benda uji yang direncanakan tercapai.
2. Penelitian ini dapat dikembangkan lagi dengan menambah variasi *notch* yang lebih beragam.
3. Untuk mendapatkan hasil *SEL* yang lebih andal untuk set II, diperlukan rentang ukuran yang lebih luas dan lebih banyak sampel dengan ukuran yang sama. Regresi linier untuk rangkaian hasil yang lebih besar akan mengarah pada hasil yang lebih akurat.

Ucapan Terima Kasih

Penelitian ini terselenggara berkat dukungan dana dari Kementerian Riset dan Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional berdasarkan Surat Keputusan Nomor 26/E1/KPT/2020 dan Perjanjian / Kontrak Nomor 064.ADD/LL3/PG/2020 tahun 2020, Universitas Mercu Buana dan PT Mercu Guna Mulia turut mendukung sebagai penyedia lahan pembuatan dan penyimpanan sampel. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih. Semoga hasil penelitian ini dapat bermanfaat dalam pengembangan teknologi beton.

Daftar Pustaka

- Aitcin, P. C., & Neville, A. (1993). High-performance concrete demystified. *Concrete International*, 15 (1), 21–26.

- Arianti, A. D., Muin, R. B., & Patty, A. H. (2020). Effect of water-cement ratio on fracture energy based on work of fracture. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 830(2). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/830/2/022063>
- Badan Standarisasi Nasional. (2000). *Sni 03-6468-2000 Tata cara perencanaan campuran tinggi dengan semen portland dengan abu terbang* (p. 18).
- Bazant, Z. P., & Pfeiffer, P. A. (1987). Determination of Fracture Energy From Size Effect and Brittleness Number. *ACI Materials Journal*, 84(6), 463–480. <https://doi.org/10.14359/2526>
- Bazant, Z. P., & Yu, Q. (2009). Universal size effect law and effect of crack depth on quasi-brittle structure strength. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(2), 78–84. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2009\)135:2\(78\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2009)135:2(78))
- Einsfeld, R. A., & Velasco, M. S. L. (2006). Fracture parameters for high-performance concrete. *Cement and Concrete Research*, 36(3), 576–583. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.09.004>
- Fidi, F., Muin, R. B., & Patty, A. H. (2020). The effect of aggregate gradation on concrete fracture energy using the work of fracture method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 830(2). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/830/2/022061>
- Hillerborg, A. (2017). Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics. In *Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics*. <https://doi.org/10.4324/9780203626764>
- Kazemi, M. T., Golsorkhtabar, H., Beygi, M. H. A., & Gholamitabar, M. (2017). Fracture properties of steel fiber reinforced high strength concrete using work of fracture and size effect methods. *Construction and Building Materials*, 142, 482–489. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.03.089>
- La, M. D. E., & Du, R. (1991). Size effect method for determining fracture energy and process zone size of concrete. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 28(2–3), A198. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(91\)93225-u](https://doi.org/10.1016/0148-9062(91)93225-u)
- Martin, J., Stanton, J., Mitra, N., & Lowes, L. N. (2007). Experimental testing to determine concrete fracture energy using simple laboratory test setup. *ACI Materials Journal*, 104(6), 575–584. <https://doi.org/10.14359/18961>
- Muin, R. B., Arianti, A. D., Fidi, Patty, A. H., & Alva, S. (2013). *Pengontrolan Retak pada Beton dengan Optimalisasi Interaksi Komposit Beton pada Interface Zone*. 53(9), 1689–1699.
- Muralidhara Rao, T., & Gunneswara Rao, T. D. (2009). Fracture parameters of high strength concrete-an experimental study. *Journal of Structural Engineering (Madras)*, 35(6), 397–403.
- Murdiyanto, D., Yoedono, B. S., & Patty, A. H. (2018). Review Kuat Tekan Beton Polos dari Perspektif Mekanika Fraktur. *Reka Buanan Jurnal Ilmiah Teknik Sipil Dan Teknik Kimia*, 3(2), 122. <https://doi.org/10.33366/rekabuana.v3i2.1018>
- Uday, N. P. (2017). Experimental Determination of Fracture Energy by RILEM Method. *The International Journal of Engineering and Science*, 06(03), 106–115. <https://doi.org/10.9790/1813-060301106115>

