

## Pelimpah ITB Golden Ratio: Inovasi Geometri Mercu Pelimpah untuk Kemudahan Perencanaan dan Kinerja Hidraulik yang Baik

**Dantje Kardana Natakusumah**

Kelompok Keahlian Teknik Sumber Daya Air, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan,  
Institut Teknologi Bandung, E-mail\*: dknpub@gmail.com

**Syaeful Annas**

Program Studi Magister Pengelolaan Sumber Daya Air, Institut Teknologi Bandung, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, Institut Teknologi Bandung, E-mail: syaefulannaspjt2@gmail.com

**Joko Nugroho**

Kelompok Keahlian Teknik Sumber Daya Air, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan,  
Institut Teknologi Bandung, E-mail: joko\_nugroho@itb.ac.id

**Eka Oktariyanto Nugroho**

Kelompok Keahlian Teknik Sumber Daya Air, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan,  
Institut Teknologi Bandung, E-mail: nugrohoeka@itb.ac.id

**Arno Adi Kuntoro**

Kelompok Keahlian Teknik Sumber Daya Air, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan,  
Institut Teknologi Bandung, E-mail: arnoak@itb.ac.id

**Fitra Adinata**

Konsultan PT. Sapta Adhi Pratama, E-mail: fitra240484@gmail.com

### Abstrak

*Pelimpah merupakan struktur hidraulik penting untuk mengalirkan kelebihan air ketika muka air bendungan melebihi ambang normal. Kapasitas limpasan sangat dipengaruhi oleh bentuk geometrinya. Di Indonesia, pelimpah ogee dan pelimpah bulat adalah tipe yang paling umum digunakan. Pelimpah ogee dikenal memiliki kinerja hidraulik yang unggul, tetapi desainnya kompleks dan memerlukan ketelitian tinggi. Sebaliknya, pelimpah bulat lebih sederhana, namun tidak memiliki acuan rasio lengkung mercu yang baku. Untuk menjawab tantangan tersebut, dikembangkan Pelimpah ITB Golden ratio (Golden Ratio), yang mengaplikasikan rasio matematis tetap  $\varphi \approx 1,618$  pada bentuk mercu. Tujuannya adalah menghasilkan desain yang sederhana, harmonis secara visual, dan tetap efisien secara hidraulik. Evaluasi dilakukan melalui simulasi numerik menggunakan perangkat lunak Flow 3D dan divalidasi melalui uji model fisik di laboratorium. Hasil penelitian menunjukkan bahwa meskipun pelimpah ogee memiliki performa paling optimal, Pelimpah ITB Golden ratio Tipe a dan b mampu memberikan kapasitas limpasan sama besar, distribusi tekanan yang aman, serta potensi kavitasi rendah. Dengan keunggulan tersebut, desain ini layak menjadi alternatif baru yang praktis dan andal.*

**Kata-kata Kunci:** Mercu pelimpah, Flow-3D, uji model fisik, desain pelimpah, pelimpah ITB Golden ratio.

### Abstract

*A spillway is a critical hydraulic structure used to release excess water when the water surface elevation in a dam exceeds the normal limit. The discharge capacity is strongly influenced by its geometric profile. In Indonesia, ogee and circular spillways are the most commonly used types. The ogee spillway is known for its superior hydraulic performance but features a complex geometry that requires high construction precision. In contrast, the circular spillway offers a simpler design, yet lacks a standardized reference for crest curvature ratios. To address this issue, the Golden ratio Spillway was developed by applying the constant mathematical ratio  $\varphi \approx 1.618$  to the crest profile. The aim is to create a design that is simpler, visually harmonious, and still hydraulically efficient. Evaluation was conducted through numerical simulations using Flow 3D software, validated by physical model testing in the laboratory. Results show that while the ogee spillway remains the most optimal in terms of performance, the ITB Golden Ratio Spillway types A and B demonstrate comparable discharge capacity, safe pressure, and low cavitation potential.*

\* Penulis Korespondensi: dknpub@gmail.com

*distribution, and low cavitation risk. These advantages make it a practical and reliable design alternative*

**Keywords:** Spillway crest, Flow-3D, physical model test, spillway design, ITB Golden ratio spilway.

## 1. Pendahuluan

Bangunan Pelimpah atau *Spillway* didefinisikan sebagai struktur yang berfungsi untuk melepaskan kelebihan air dari waduk, bendungan, atau bendung untuk mencegah terjadinya banjir atau kerusakan pada struktur utama. Pelimpah dirancang untuk mengalirkan air dengan aman melewati atau sekitar bendungan ketika volume air di waduk melebihi kapasitas yang diizinkan (USBR, 1987).

*Spillway crest* (atau mercu pelimpah / ambang pelimpah) adalah bagian paling atas dari spillway tempat air mulai melimpah atau melewati struktur. Ini adalah elemen kunci yang menentukan bagaimana air memulai alirannya di atas spillway dan sangat memengaruhi efisiensi hidrolik serta karakteristik aliran.

### 1.1. Jenis Mercu Pelimpah

Desain mercu spillway merupakan kunci utama dalam menentukan performa hidrolik sebuah pelimpah. Para insinyur telah mengembangkan berbagai bentuk mercu untuk mengoptimalkan aliran air, meminimalkan tekanan negatif, dan memaksimalkan kapasitas debit, yang disesuaikan dengan kebutuhan spesifik serta skala proyek. Berikut ini beberapa bentuk mercu pelimpah yang paling sering dijumpai:

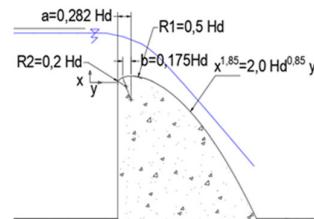
1. Mercu Tajam (Sharp-crested weir): Merupakan bentuk paling sederhana dan dasar studi hidroika sejak abad ke-19, terutama di Eropa dan Amerika. Meski akurat sebagai alat ukur debit, bentuk ini kurang efisien untuk debit besar dan rentan menyebabkan tekanan negatif, sehingga jarang digunakan pada bendungan besar.

2. Mercu Bulat (Rounded crest): Dikembangkan sebagai perbaikan dari mercu tajam, dengan jari-jari lengkung yang mengurangi kontraksi aliran dan tekanan negatif. Digunakan sejak akhir abad ke-19, bentuk ini lebih stabil dan efisien, serta banyak diteliti di Eropa dan Amerika Utara.

3. Mercu Ogee (Ogee/WES Crest): Profil ini dirancang mengikuti lintasan alami aliran bebas, sehingga sangat efisien dan umum digunakan di bendungan besar. Dikembangkan dan standarisasi oleh U.S. Army Corps of Engineers di Waterways Experiment Station (USACE, 1977 [17]), bentuk ini memaksimalkan kapasitas debit dan mengurangi risiko kavitas.

Di Indonesia, umumnya digunakan dua tipe mercu, yaitu tipe ogee dan tipe bulat pada bangunan pelimpah (PU Dirjen SDA, 2013).

Pada **Gambar 1**, ditunjukkan pelimpah ogee yang sering digunakan pada bendungan, memiliki kompleksitas perencanaan geometri yang cukup tinggi karena banyaknya formula dalam desain sehingga memerlukan ketelitian, terutama saat konstruksi. Komponen utama antara lain:



**Gambar 1. Geometri Pelimpah Ogee (PU Dirjen SDA, 2013)**

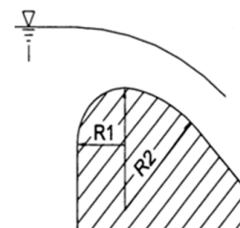
*Upstream:*

$$\begin{aligned} R1 &= 0,5 \text{ hd} \\ R2 &= 0,2 \text{ hd} \\ A &= 0,282 \text{ hd} \\ B &= 0,175 \text{ hd} \\ C &= a-b \end{aligned}$$

*Downstream:*

$$X^{1.85} = 2,0 h d^{0.85} y \quad (1)$$

Selanjutnya, pada **Gambar 2**, ditunjukkan bahwa geometri pelimpah tipe bulat lebih mudah dari segi desain dan konstruksi dibandingkan dengan tipe ogee. Namun, menurut KP-02 PU Dirjen SDA (2013), belum terdapat acuan pasti mengenai rasio antara jari-jari hulu ( $R_1$ ) dan hilir ( $R_2$ ) untuk mercu bulat dengan dua lengkungan.  $R_1$  berkisar antara 0,3–0,7 hd untuk pasangan batu dan 0,1–0,7 hd untuk pasangan beton, sedangkan  $R_2$  belum ditentukan, dengan gradien hilir sebesar 1:1.



**Gambar 2. Geometri Mercu Bulat (PU Dirjen SDA, 2013)**

*Upstream:*

$$R1 = 0,3 \text{ s/d } 0,7 \text{ hd (pas. Batu) dan } 0,1 \text{ s/d } 0,7 \text{ hd (pas. beton)}$$

*Downstream:*

$$R2 = \text{belum ada ketentuan rasio}$$

### Gradien 1:1

Kapasitas pembuangan pelimpah terutama dipengaruhi oleh geometrinya. Pemilihan desain yang sesuai memerlukan optimasi parameter geometris untuk meningkatkan efisiensi dan mempertahankan keselamatan bendungan (Al-Hadeethi dkk., 2024). Pemilihan geometri pelimpah sangat penting karena akan berdampak kepada kapasitas air yang dapat dilimpaskan, di mana bentuk optimal termasuk busur melingkar dengan jari-jari tertentu yang meningkatkan efisiensi pelepasan banjir dan disipasi energi dengan tetap memperhatikan kondisi dasar sungai bagian hilir (Zhang dkk., 2023). Penelitian perlu dilakukan untuk mengkaji lebih lanjut pelimpah dengan konsep golden ratio untuk menilai kinerja hidraulis pelimpah dengan geometri yang baru.

### 1.2. Pelimpah Berbasis Golden Ratio

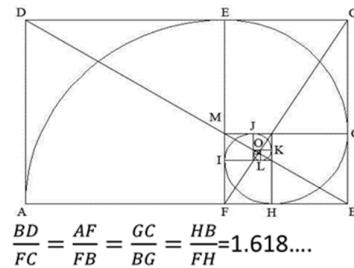
Pelimpah meru bulat telah digunakan sejak akhir abad ke-19, kemudian disusul oleh pelimpah tipe ogee juga dikenal sebagai pelimpah WES yang dikembangkan pada awal abad ke-20 di Waterways Experiment Station, Amerika Serikat (USACE, 1977). Sejak saat itu, pelimpah ogee menjadi standar utama dalam perancangan pelimpah yang efisien dan secara luas dianggap sebagai bentuk paling optimal dalam mengalirkan debit air. Setelah pengembangan tersebut, tidak terdapat lagi jenis pelimpah baru yang signifikan, sehingga selama lebih dari satu abad tidak ada inovasi bentuk meru pelimpah yang benar-benar baru.

Menanggapi kebutuhan akan desain pelimpah yang lebih efisien dan mudah dibangun, Pelimpah ITB Golden ratio dikembangkan oleh Syaeful Annas (2025). Inovasi ini merupakan bagian dari tesis magister Pengelolaan Sumber Daya Air di Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan - Institut Teknologi Bandung, di bawah bimbingan penulis pertama. ‘

Geometri meru pelimpah berbasis golden ratio memberikan keseimbangan visual dan efisiensi struktural, menjadikannya prinsip penting dalam arsitektur dan seni, yang memadukan aspek keindahan dan fungsi (Akhtaruzzaman & Shafie, 2012). Pelimpah ini diberi nama Pelimpah ITB Golden ratio (ITB Golden Ratio Spilway), sebagaimana halnya WES Ogee Spillway, di mana WES merupakan singkatan dari Waterways Experiment Station di Amerika Serikat.

Untuk membantu lebih memahami, **Gambar 3** menggambarkan Spiral Emas AEGHIJKLO yang digambar di dalam golden rectangle ABCD. Rasio diagonal utama BD dan CF dari persegi panjang emas utama dan persegi emas timbal balik pertama (SMEF) sama dengan nilai  $\phi$ . Busur terbesar AE memiliki pusat di titik F dan jari-jari yang sama dengan panjang sisi persegi besar AFED. Busur spiral emas kedua pada persegi terbesar kedua

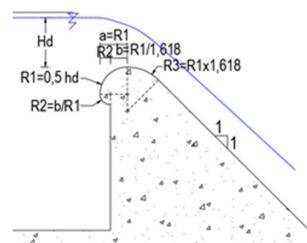
CGME berpusat di M dan memiliki jari-jari yang sama dengan panjang salah satu sisi persegi tersebut. Proses ini terus berlanjut dengan kotak-kotak yang lebih kecil, yang terus membentuk spiral emas.



**Gambar 3. Golden Spiral AEGHIJKLO dan Golden Rectangle ABCD**

Penerapan konsep golden ratio pada pelimpah diharapkan dapat menyederhanakan proses desain geometri dan memberikan ketetapan rasio antara  $R_1$  dan  $R_2$ , dengan kinerja hidraulis yang tidak jauh berbeda dengan pelimpah ogee dan bulat.

**Gambar 4** menampilkan Geometri Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A, yang merupakan hasil pengembangan dari kombinasi konsep meru ogee dan prinsip golden ratio. Pada bagian hulu (*upstream*), digunakan jari-jari  $R_1 = 0,5 hd$  yang mengacu pada standar pelimpah ogee. Jarak titik pusat radius ditentukan sebagai  $a = R_1$ , sementara  $b = R_1 / 1,618$ , dan  $R_2 = b / 1,618$ . Di sisi hilir (*downstream*), digunakan radius  $R_3 = R_1 \times 1,618$  dan gradien 1:1, mengacu pada karakteristik meru tipe bulat. Geometri ini dirancang untuk menghasilkan transisi aliran yang halus serta bentuk yang harmonis secara visual dan fungsional (Annas, 2025).



**Gambar 3. Geometri Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A (Annas, 2025)**

Upstream:

$$R_1 = 0,5 hd \text{ (mengacu ogee)}$$

$$a = R_1$$

$$b = R_1/1,618$$

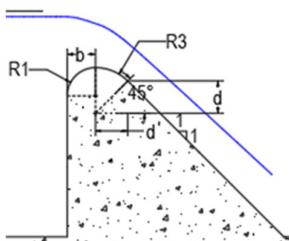
$$R_2 = b/1,618$$

Downstream :

$$R_3 = R_1 \times 1,618$$

**Gambar 5** menunjukkan Geometri Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B, versi penyederhanaan dari tipe A. Pada bagian hulu digunakan  $R_1 = 0,5 hd$ , dan parameter  $b = R_1$ , sedangkan di sisi hilir digunakan  $R_3 = R_1 \times 1,618$  serta gradien 1:1, sebagaimana pada tipe bulat. Pendekatan ini membuat geometri tipe B lebih

mudah diterapkan dalam praktik konstruksi, namun tetap mempertahankan prinsip estetika dan golden ratio (Annas, 2025).



**Gambar 4. Geometri Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B (Annas, 2025)**

Upstream:

$$R_1 = 0,5 \text{ hd} \text{ (mengacu ogee)}$$

$$B = R_1$$

Downstream :

$$R_3 = R_1 \times 1,618$$

Gradien 1:1 (mengacu tipe bulat)

ratio Tipe B mirip dengan mercu bulat dua radius. Namun, keunikannya terletak pada penyediaan acuan rasio jari-jari hulu-hilir yang pasti berdasarkan Golden ratio (*Golden Ratio*). Hal ini sangat signifikan karena hingga kini, PU Dirjen SDA (2013) belum menetapkan rasio pasti untuk  $R_1$  dan  $R_2$  pada mercu bulat dengan dua lengkungan, sehingga Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B menawarkan solusi konkret.

## 2. Metodologi

Penelitian ini menggunakan pendekatan gabungan pemodelan numerik dan uji model fisik untuk mengevaluasi kinerja hidraulik Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan B. Tahapan penelitian mencakup studi literatur, pengumpulan dan pengolahan data, penyusunan model geometri, simulasi numerik, validasi dengan uji fisik, serta analisis hasil. Alur lengkapnya ditampilkan pada **Gambar 5**.

### 2.1. Rancangan Geometri

Geometri pelimpah yang dikaji mencakup tiga tipe: ogee, bulat, dan Pelimpah ITB Golden ratio Tipe (Tipe A dan B). Pelimpah ogee mengikuti profil standar aliran bebas USBR [18], sedangkan pelimpah bulat merujuk pada KP-02 PU Dirjen SDA (2013) dengan variasi radius hulu dan hilir. Geometri Pelimpah ITB Golden ratio dirancang berdasarkan prinsip golden ratio ( $\phi = 1.618$ )

Perhitungan geometri dilakukan dengan mengacu pada data tinggi pelimpah (P), tinggi muka air di atas mercu (Hd), serta lebar pelimpah (L). Dari data ini dihitung parameter radius hulu dan hilir, serta gradien bidang hilir. Semua geometri kemudian dibuat dalam bentuk model 3D dengan format .stl menggunakan software Google SketchUp untuk keperluan simulasi numerik.

## 2.2. Pemodelan Numerik

Pemodelan numerik dilakukan dengan perangkat lunak Flow-3D, yang umum digunakan untuk simulasi aliran pada bangunan air (Gautam dkk., 2022; Salmasi & Abraham, 2022). Geometri pelimpah dimasukkan dalam bentuk mesh 3D dengan penetapan parameter batas dan karakteristik fluida. Simulasi dilakukan untuk setiap tipe pelimpah dengan variasi debit, guna memperoleh kurva hubungan muka air-debit (rating curve). Analisis difokuskan pada profil kecepatan, distribusi tekanan, aliran terpisah, dan potensi kavitas berdasarkan indeks  $\sigma$ .

## 2.3. Uji Fisik di Laboratorium

Uji fisik dilakukan di flume laboratorium skala kecil menggunakan model Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan B. Skala geometri ditentukan berdasarkan keserupaan Froude agar hasil dapat direpresentasikan secara dinamis ke skala prototipe (Falvey, 1990). Dua model dibangun dengan skala berbeda: 1:25 untuk Tipe A dan 1:40 untuk Tipe B. Validasi dilakukan dengan membandingkan koefisien debit ( $C_d$ ) dari hasil uji fisik dengan hasil simulasi Flow-3D. Selisih keduanya digunakan untuk menilai akurasi dan reliabilitas model numerik.

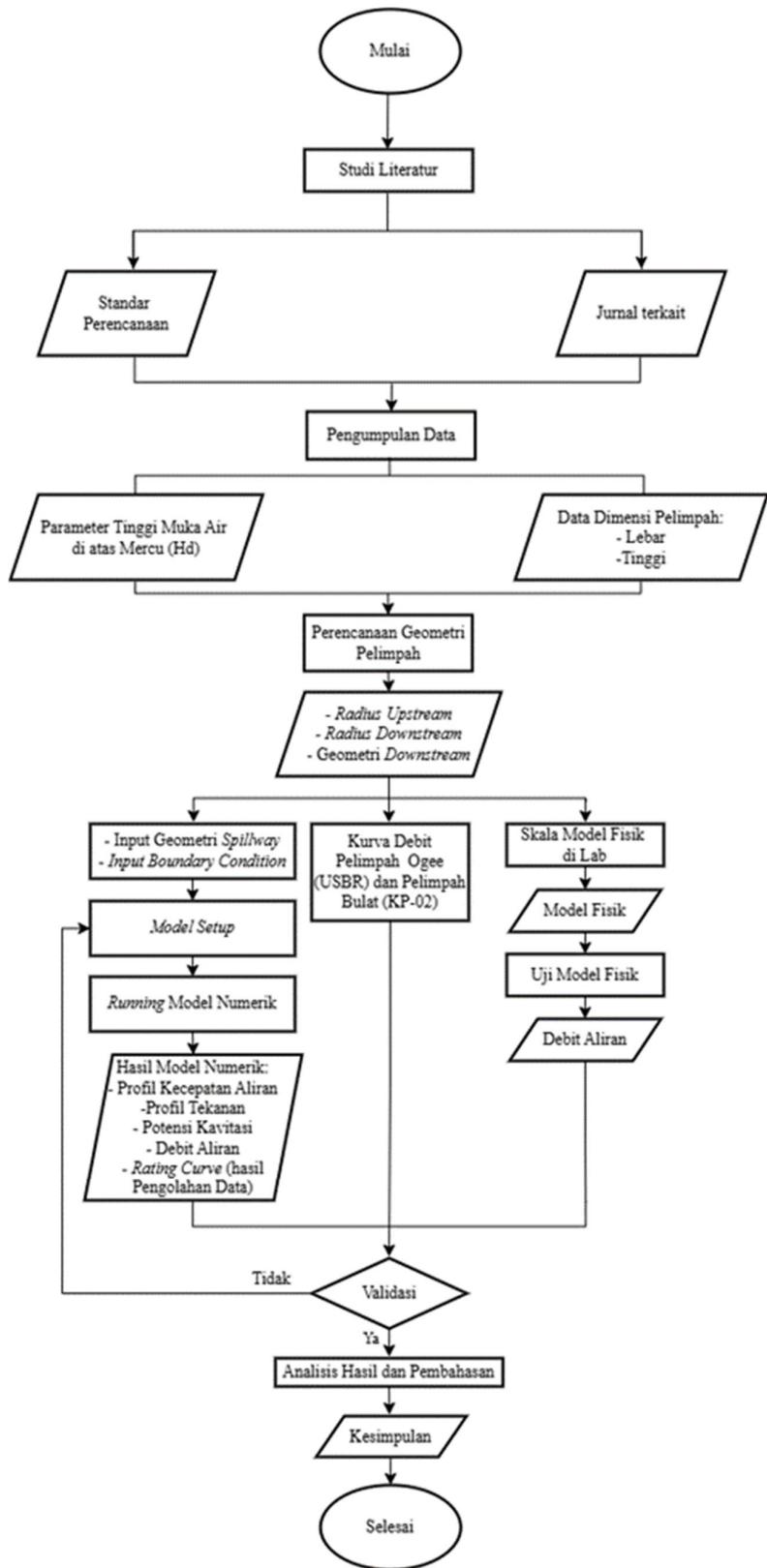
## 3. Analisis dan Pembahasan

Analisis dilakukan dengan pemodelan numerik dan validasi pengujian model fisik terhadap kinerja hidraulik Pelimpah ITB Golden ratio Tipe, baik tipe a maupun tipe b. Pembahasan difokuskan pada proses validasi model numerik terhadap data empiris, analisis kapasitas pelimpah, distribusi tekanan dan kecepatan aliran, evaluasi potensi kavitas, serta perbandingan performa hidraulik dengan pelimpah tipe ogee dan bulat. Analisis dilakukan pada berbagai rasio P/Hd untuk menilai keandalan setiap geometri dalam berbagai kondisi desain

### 3.1. Potensi Kavitas Pelimpah

Desain pelimpah harus memenuhi kriteria keamanan hidraulik, termasuk pencegahan kavitas. Menurut Patty dalam Refika dkk. (2023), kavitas terjadi saat aliran berkecepatan tinggi menyebabkan tekanan turun di bawah tekanan uap maksimum, membentuk gelembung uap yang berpotensi menimbulkan erosi pada permukaan pelimpah.

Katz dalam Refika dkk. (2023) mengamati bahwa gelembung-gelembung uap air kecil mulai terbentuk dan jumlahnya meningkat secara bertahap seiring waktu. Untuk menilai potensi kavitas, digunakan parameter Indeks Kavitas ( $\sigma$ ), yaitu perbandingan antara



Gambar 5. Bagan Alir Penelitian

gaya yang menyebabkan kavitas (*tekanan dinamis*) dengan gaya yang mencegah kavitas (*tekanan ambien*).

Menurut Falvey (1990), indeks kavitas dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{P_o - P_v}{\rho \frac{V_o^2}{2}} \quad (2)$$

$$P_o = P_a + P_g \quad (3)$$

$$P_g = \rho g h \quad (4)$$

Dimana:

$\sigma$  = indeks kavitas;

$P_o$  = ambient pressure (kPa);

$P_a$  = tekanan atmosfir (101,0kPa);

$P_g$  = tekanan setempat (kPa);

$g$  = percepatan gravitasi (9,81 m/s<sup>2</sup>);

$h$  = tinggi tekanan (m);

$P_v$  = tekanan uap (kPa);

$V_o$  = kecepatan aliran (m/s).

Indeks kavitas menunjukkan tingkat risiko kerusakan akibat terjadinya kavitas. **Tabel 1** menunjukkan nilai interval indeks kavitas dan kecepatan aliran terhadap kerusakan yang terjadi (Kermani dalam Refika dkk., 2023).

**Tabel 1 Tingkat risiko kerusakan kavitas**

Tingkat Kavitas	Indeks Kavitas	Kecepatan Aliran (m/s)	Risiko Kerusakan
1	$\sigma > 1$	$V \leq 1$	Tidak terjadi kerusakan kavitas
2	$0,45 < \sigma \leq 1$	$5 < V \leq 16$	Kemungkinan terjadi kerusakan kavitas
3	$0,25 < \sigma \leq 0,45$	$16 < V \leq 25$	Terjadi kerusakan kavitas
4	$0,17 < \sigma \leq 0,25$	$25 < V \leq 40$	Kerusakan serius
5	$\sigma \leq 0,17$	$V \geq 40$	Kerusakan besar

(Kermani dalam Refika dkk., 2023)

**Tabel 2** memperlihatkan pengaruh suhu terhadap nilai massa jenis air, tekanan uap jenuh, dan kekentalan kinematis, yang merupakan parameter penting dalam perhitungan indeks kavitas. Data ini diadaptasi dari Falvey (1990) dan digunakan untuk memastikan akurasi dalam menentukan risiko kavitas pada berbagai kondisi suhu.

**Tabel 2 Sifat fisik air pada tekanan atmosfer**

Temperatur (t)	Massa Jenis ( $\rho$ )	Tekanan Uap Air (Pv)	Kekentalan Kinematis ( $\mu$ )
0 °C	kg/m <sup>3</sup>	kPa	m <sup>2</sup> /s x 10 <sup>6</sup>
0	999,868	0,61	1,787
5	999,992	0,87	1,519
10	999,726	1,23	1,307
15	999,125	1,70	1,140
20	998,228	2,33	1,004
25	997,069	3,16	0,893
30	995,671	4,23	0,801
35	994,055	5,62	0,724
40	992,238	7,52	0,658
45	990,233	9,58	0,602
50	998,052	12,30	0,553
60	983,200	19,90	0,475
70	977,770	31,10	0,413
80	971,800	47,30	0,365
90	965,310	70,10	0,326
100	958,360	101,30	0,294

Struktur bangunan pelimpah (*spillway*) sangat rentan terhadap fenomena kavitas, sehingga terdapat kemungkinan besar terjadinya kerusakan akibat kavitas apabila tidak dikendalikan. Tingkat risiko kerusakan bergantung pada nilai indeks kavitas ( $\sigma$ ). Oleh karena itu, diperlukan langkah-langkah pencegahan yang tepat berdasarkan nilai indeks tersebut, dengan tujuan untuk mengurangi atau bahkan menghilangkan potensi kerusakan struktural.

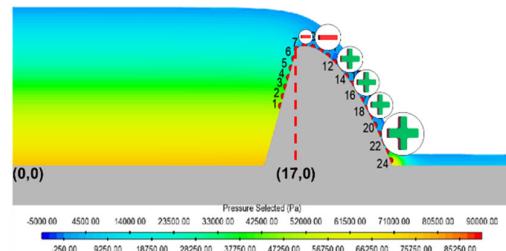
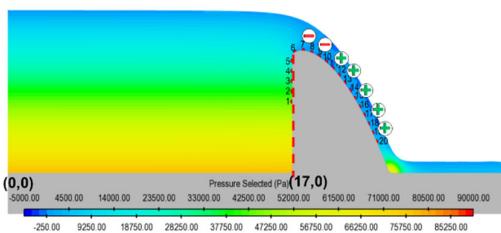
Struktur bangunan pelimpah (*Spillway*) sangat rentan terhadap kavitas sehingga kemungkinan besar kavitas akan terjadi. Bahaya yang terjadi akibat kavitas tergantung tingkat indeks kavitas sehingga diperlukan tindakan pencegahan sesuai dengan tingkat indeks kavitas dengan tujuan mengurangi atau dapat menghilangkan dampak kerusakan struktural yang mungkin terjadi. Menurut Wibowo dalam Refika dkk. (2023), menyatakan bahwa salah satu cara untuk mengurangi gejala kavitas adalah dengan mendesain batas area dimana gejala kavitas terjadi. Daerah tersebut harus didesain untuk terjadi tekanan yang tinggi yang dapat mengurangi kavitas. Rekayasa struktur dapat digunakan dengan penggunaan

material dasar seperti lapisan beton dengan fiber dan lapisan baja tahan karat. Pada **Tabel 3** disajikan solusi penanganan kavitas berdasarkan tingkat indeks kavitas menurut Falvey dalam Kells dan Smith (1991).

**Tabel 3 Solusi penanganan berdasarkan tingkat indeks kavitas**

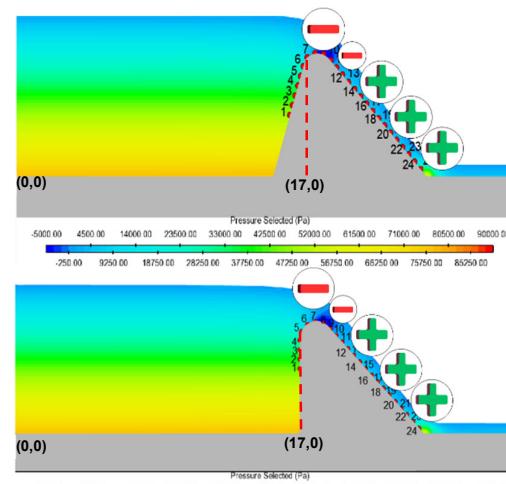
Indeks Kavitas	Solusi
$\sigma > 1,8$	Tidak diperlukan perlindungan permukaan (Kavitas tidak berdampak)
$0,25 < \sigma \leq 1,8$	Memerlukan perlindungan pada permukaan aliran dengan mengurangi kekasaran permukaan
$0,17 < \sigma \leq 0,25$	Modifikasi desain profil aliran (mengurangi kelengkungan atau menambah kemiringan hilir pelimpah) atau pemakaian perangkat aerator
$0,12 < \sigma \leq 0,17$	Perlindungan permukaan aliran dengan penambahan perangkat aerasi ke dalam desain
$\sigma \leq 0,17$	Perlindungan permukaan aliran dari kavitas tidak dapat dilakukan sehingga perlu pemilihan desain baru

Pada **Gambar 7**, pelimpah ogee dengan rasio  $P/Hd = 3$ , baik untuk muka hulu vertikal maupun hulu miring 1:3, menunjukkan pola distribusi tekanan yang relatif kecil. Ukuran simbol tekanan mempresentasikan besaran tekanan negatif dan positif. Tekanan negatif terdeteksi di sekitar mercu, sedangkan tekanan positif muncul di bagian hilir (*downstream*) yang melengkung. Menurut Wahl dan Falvey (2022), distribusi tekanan yang relatif kecil ini memungkinkan terjadinya pengendalian jet aliran secara lebih stabil, sehingga aliran tidak menyebabkan kerusakan pada struktur di bagian hilir.



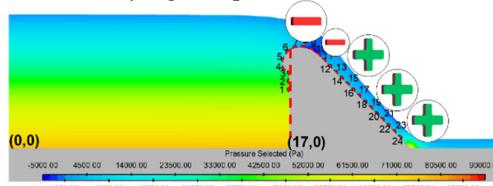
**Gambar 6. Profil Tekanan Aliran Pelimpah Ogee P/Hd=3 Hulu vertikal (atas) dan Hulu 1:3 (bawah)**

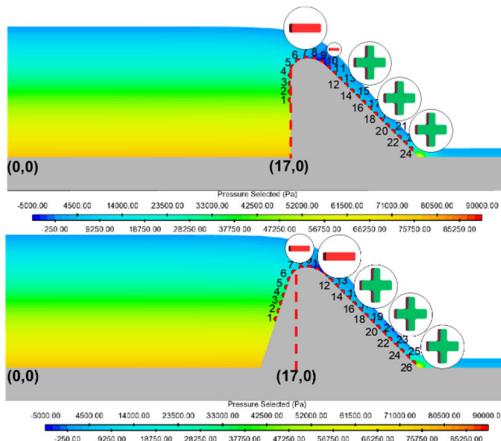
Pada **Gambar 8**, pelimpah bulat dengan rasio  $P/Hd = 3$ , baik untuk muka hulu vertikal maupun hulu miring 1:3, serta dengan kemiringan *downstream* 1:1, menunjukkan adanya tekanan negatif di sekitar mercu dan tekanan positif yang cukup besar di bagian hilir. Pola distribusi tekanan ini menunjukkan karakteristik aliran yang lebih intens di sisi hilir.



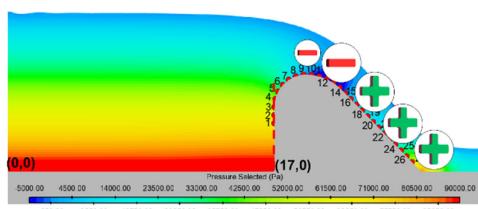
**Gambar 7. Profil Tekanan Aliran Pelimpah bulat P/Hd=3 Hulu vertikal (atas) dan Hulu 1:3 (bawah)**

Pada **Gambar 9** Pelimpah ITB Golden ratio Tipe P/Hd=3 hulu vertikal tipe A, tipe B dan hulu 1:3 memiliki distribusi tekanan yang sama dengan pelimpah bulat dimana terjadi tekanan negatif di bagian mercu dan tekanan positif di bagian *downstream* yang cukup besar.



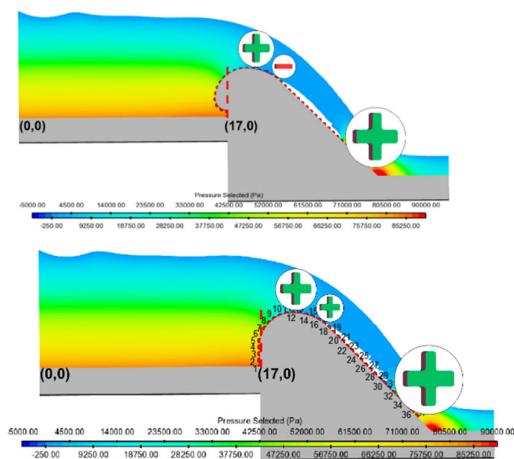


Gambar 8. Profil Tekanan Aliran Pelimpah ITB Golden ratio Tipe  $P/Hd=3$  Hulu vertikal tipe A (atas), tipe B (tengah) dan Hulu 1:3 (bawah)



Gambar 9. Profil Tekanan Aliran Pelimpah ITB Golden ratio Tipe  $P/Hd=1.5$  Hulu vertikal tipe A (atas), tipe B (bawah)

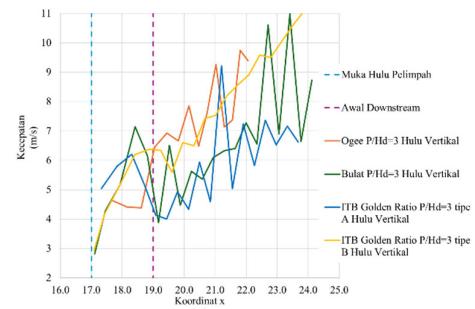
Pada Gambar 11 Pelimpah ITB Golden ratio  $P/Hd=0.8$  hulu vertikal tipe A dan tipe B keduanya terjadi *flow separation* di bagian *downstream* dengan distribusi tekanan yang hampir sama.



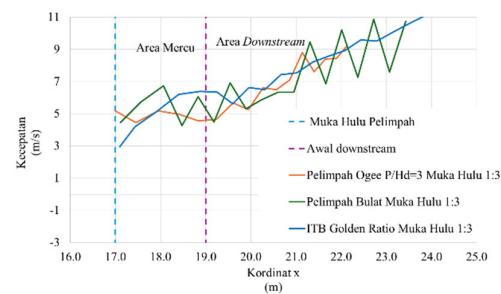
Gambar 10. Profil Tekanan Aliran Pelimpah ITB Golden ratio  $P/Hd=0.8$  Hulu vertikal tipe A (atas), tipe B (bawah)

Berdasarkan Gambar 12–15, profil kecepatan aliran pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan B menunjukkan distribusi yang hampir sama dengan pelimpah ogee dan bulat. Kecepatan meningkat

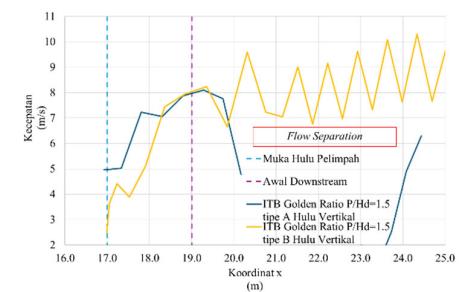
bertahap setelah melewati mercu, dengan perbedaan antar tipe yang tidak signifikan.



Gambar 11. Perbandingan Profil Kecepatan Aliran pada Pelimpah rasio  $P/Hd=3$  Hulu Vertikal



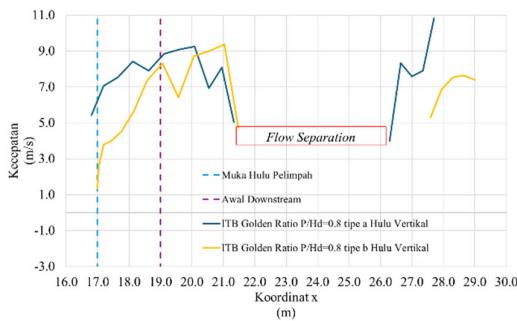
Gambar 12. Perbandingan Profil Kecepatan Aliran pada Pelimpah rasio  $P/Hd=3$  Hulu 1:3



Gambar 13. Perbandingan Profil Kecepatan Aliran pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B  $P/Hd=1.5$  Hulu Vertikal

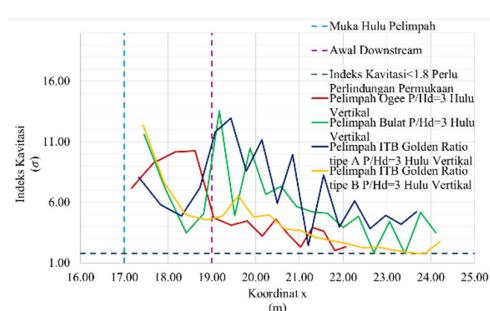
Pada Gambar 12, Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A pada tinggi muka air desain yang cukup rendah,  $Hd=2$  m dan tinggi pelimpah ( $P$ )= 6 m memiliki distribusi kecepatan aliran yang lebih rendah dibandingkan Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B pada rasio  $P/Hd$  yang sama.

Pada Gambar 16–19, Gambar 16–19 menunjukkan bahwa pelimpah ogee, bulat, dan Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan B memiliki risiko kavitas

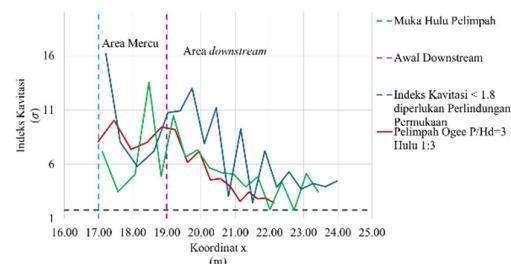


**Gambar 14. Perbandingan Profil Kecepatan Aliran pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B P/Hd=0.8 Hulu Vertikal**

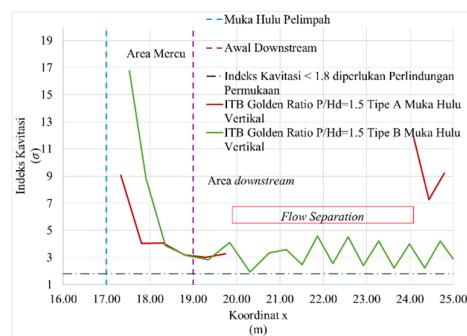
yang relatif sama. Indeks kavitas ( $\sigma$ ) > 1 tercapai pada bagian mercu dan hilir, menurun mendekati  $\sigma = 1.8$  di ujung downstream batas di mana perlindungan permukaan mulai diperlukan, namun belum menunjukkan potensi kerusakan.



**Gambar 15. Perbandingan Indeks Kavitas Pelimpah P/Hd=3 Hulu Vertikal**

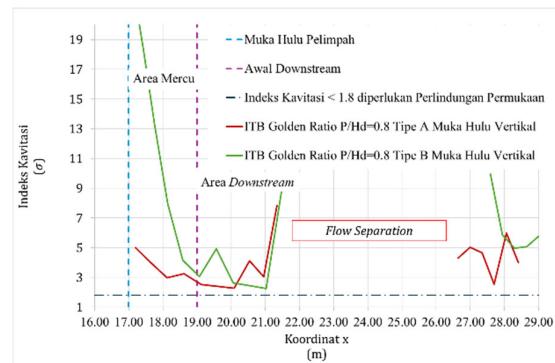


**Gambar 16. Perbandingan Indeks Kavitas Pelimpah P/Hd=3 Hulu 1:3**



**Gambar 17. Perbandingan Indeks Kavitas Pelimpah**

#### ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B P/Hd=1.5 Hulu Vertikal



**Gambar 18. Perbandingan Indeks Kavitas Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B P/Hd=0.8 Hulu Vertikal**

#### 3.2. Validasi Pemodelan Numerik

Validasi pemodelan numerik dilakukan menggunakan pelimpah tipe ogee dan pelimpah tipe bulat, dengan pendekatan kalibrasi melalui perbandingan hasil pemodelan terhadap data referensi. Untuk pelimpah tipe ogee, simulasi dilakukan dengan variasi tinggi mercu relatif ( $P/Hd = 3, 1.5, 1, \text{ dan } 0.5$ ), kemudian dibandingkan dengan data dari USBR (1987).

Sementara itu, untuk pelimpah tipe bulat, hasil pemodelan dibandingkan dengan referensi dari KP-02 PU Dirjen SDA (2013). Validasi ini bertujuan untuk memastikan tingkat akurasi dan keandalan model numerik dalam merepresentasikan karakteristik aliran pada berbagai bentuk geometri mercu. Menurut USBR (1987), perhitungan debit aliran pada pelimpah tipe ogee dilakukan menggunakan rumus berikut:

$$Q = C \sqrt{2g} L H_d^{1.5} \quad (5)$$

Dengan keterangan:

$Q$  = debit aliran (meter kubik per detik atau  $m^3/s$ )

$C$  = koefisien debit (merupakan hasil perkalian dari  $C_d \times C_{Cd} \times C_i/Cv$ )

$g$  = percepatan gravitasi ( $9.8 \text{ m/s}^2$ )

$L$  = lebar efektif mercu (dalam meter)

$H_d$  = tinggi energi di atas ambang (dalam meter)

Koefisien debit  $C$  terdiri dari tiga komponen koreksi, yaitu:

$C_d$  = faktor koreksi berdasarkan rasio tinggi mercu terhadap tinggi energi ( $P/H$ )

$C/C_d$  = faktor koreksi berdasarkan rasio tinggi muka air aktual terhadap tinggi energi desain ( $H/H_d$ )

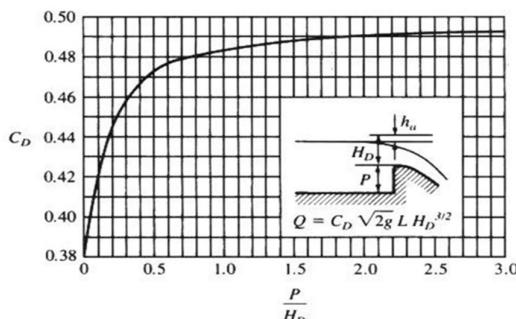
$C_i/Cv$  = faktor koreksi permukaan hulu terhadap

bentuk geometri hulu, juga sebagai fungsi dari P/H. Adapun:

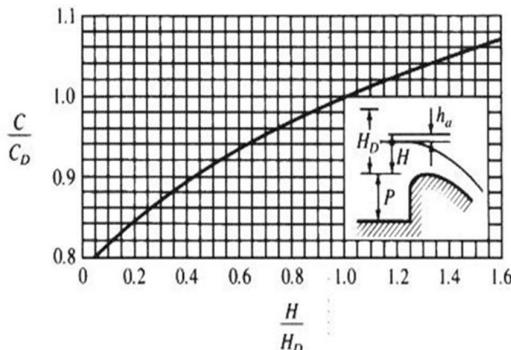
H = tinggi muka air aktual di atas mercu (dalam meter)

P = tinggi mercu dari dasar saluran (dalam meter)

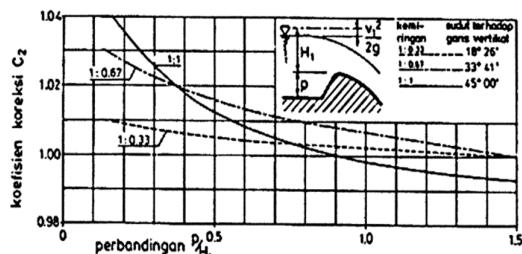
Nilai Cd pada **Gambar 20** merupakan faktor koreksi debit pada ketinggian muka air desain ( $H_d$ ) sedangkan nilai C/Cd pada **Gambar 21** adalah koreksi debit pada tinggi muka aktual di atas mercu (H). Nilai Cd dan C/Cd berlaku untuk pelimpah dengan bidang hulu vertikal. Pada permukaan hulu miring, diperlukan faktor koreksi Ci/Cv pada **Gambar 9** pada berbagai variasi kemiringan muka hulu dengan rasio P/Hd.



**Gambar 19.** Harga Koefisien Cd dalam satuan SI Muka Hulu Vertikal (USBR, 1987)



**Gambar 20.** Harga Koefisien C/Cd pada pengaruh Design Head (USBR, 1987)



**Gambar 21.** Harga Koefisien C2 atau Ci/Cv untuk Tipe

#### Ogee dan tipe bulat Muka Hulu Miring (PU Dirjen SDA, 2013)

Persamaan debit untuk pelimpah dengan mercu bulat, dinyatakan sebagai berikut:

$$Q = Cd 2/3 \sqrt{2/3 g} L H_1^{1.5} \quad (6)$$

Dengan keterangan:

Q = debit aliran (dalam meter kubik per detik atau  $m^3/s$ )

Cd = koefisien debit total, diperoleh dari hasil perkalian  $C_0 \times C_1 \times C_2$

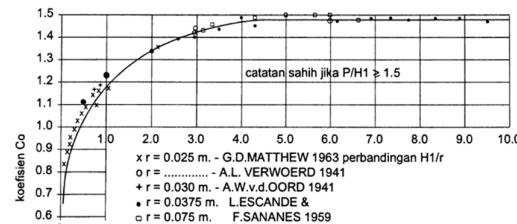
g = percepatan gravitasi (sekitar  $9.8 \text{ m/s}^2$ )

L = lebar mercu (dalam meter)

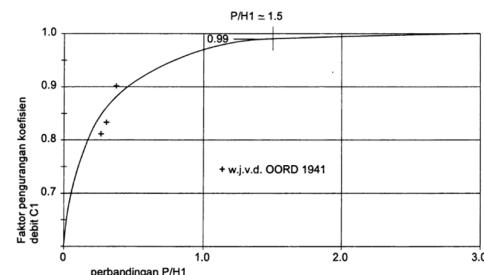
H1 = tinggi energi di atas mercu meter)

Koefisien debit Cd terdiri atas tiga faktor koreksi:

1.  $C_0$  adalah fungsi dari rasio  $H_1$  terhadap jari-jari mercu ( $H_1/r$ ). Nilai maksimum  $C_0$  adalah 1.49 jika  $H_1/r$  lebih dari 5.0 (lihat **Gambar 23**).
2.  $C_1$  adalah fungsi dari rasio p terhadap  $H_1$  ( $p/H_1$ ) (**Gambar 24**).
3.  $C_2$  adalah fungsi dari  $p/H_1$  dan kemiringan muka hulu, sebagaimana ditunjukkan pada **Gambar 22**.



**Gambar 22.** Nilai Koefisien C0 untuk Mercu Bulat sebagai Fungsi Perbandingan  $H_1/r$  (PU Dirjen SDA, 2013)



**Gambar 23.** Koefisien C1 pada Mercu Bulat sebagai Fungsi Perbandingan  $P/H_1$  (PU Dirjen SDA, 2013)

#### 3.3. Koefisien Debit Desain (Cd) Mercu Ogee

Nilai debit aliran hasil pemodelan numerik pelimpah ogee dengan muka hulu vertikal dianalisis pada variasi  $P/H_d = 3, 1.5, 1$  dan  $0.5$ , untuk berbagai ketinggian muka air. Pemodelan ini bertujuan untuk menguji kecenderungan perubahan debit terhadap perubahan

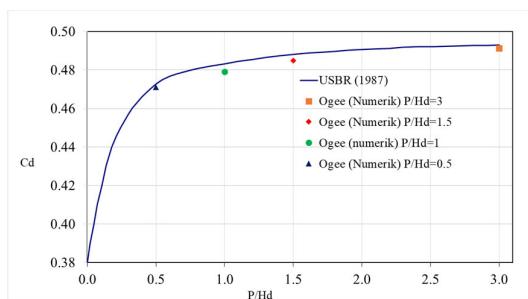
elevasi muka air, serta untuk membandingkan hasilnya dengan data empiris USBR (1987). Hasil menunjukkan bahwa debit meningkat seiring kenaikan muka air, sebagaimana diharapkan secara teoritis. Perbandingan ini dilakukan sebagai validasi awal, guna memastikan bahwa pemodelan numerik yang digunakan telah sesuai dan tidak menyimpang secara signifikan dari perhitungan empiris.

Kurva desain pertama yang dibandingkan adalah kurva koefisien debit awal ( $C_d$ ) terhadap variasi  $P/Hd$ , yang digunakan sebagai koefisien debit desain awal dalam perencanaan pelimpah ogee, sebagaimana ditampilkan pada **Gambar 24**.

Selanjutnya, tingkat keakuratan pemodelan dievaluasi menggunakan nilai Persentase Error Relatif (%RE), dengan rumus berikut:

$$\%RE = \frac{|Empiris - Hasil Pemodelan|}{Empiris} \times 100\% \quad O$$

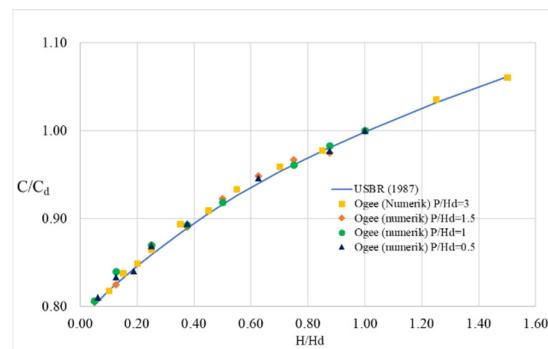
Hasil persentase error relatif (%RE) koefisien debit desain ( $C_d$ ) pada berbagai variasi  $P/Hd$  dari pemodelan numerik menunjukkan kecenderungan yang sesuai dengan data USBR, dengan error terkecil (%RE min.  $C_d$ ) sebesar 0.03% dan error terbesar (%RE maks.  $C_d$ ) sebesar 0.59%.



**Gambar 24. Perbandingan Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Pelimpah Ogee Hasil Numerik dengan USBR (1987)**

Kurva desain kedua yang dibandingkan adalah hubungan koefisien koreksi  $C_1$  ( $C_1/C_d$ ) terhadap rasio  $H/Hd$ , seperti ditampilkan pada **Gambar 26**. Kurva ini digunakan untuk menghitung debit aktual pelimpah ogee berdasarkan  $C_d$ . Hasil perbandingan menunjukkan kecenderungan yang konsisten dengan kurva USBR, menguatkan validitas model numerik. Error relatif koefisien  $C_1/C_d$  terhadap berbagai nilai  $H/Hd$  dan  $P/Hd$  juga sesuai dengan data USBR, dengan error minimum 0,02% dan maksimum 1,46%.

Dengan demikian, pemodelan numerik yang dilakukan—termasuk penentuan boundary condition, initial condition, dan mesh—telah merepresentasikan perilaku hidraulik pelimpah ogee secara akurat dan andal sesuai referensi USBR (1987).

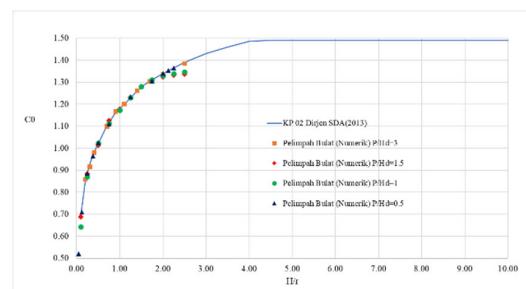


**Gambar 25 . Perbandingan Koreksi  $C/C_d$  Pelimpah Ogee Hasil Numerik dengan USBR**

#### 3.4. Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Mercu Bulat

Nilai debit aliran hasil pemodelan numerik pelimpah bulat dengan muka hulu vertikal dianalisis untuk variasi  $P/Hd = 3, 1.5, 1$ , dan  $0.5$ , kemudian dibandingkan dengan data empiris KP-02 pada berbagai ketinggian muka air. Tujuan dari analisis ini adalah untuk mengevaluasi kesesuaian hasil numerik terhadap acuan desain yang berlaku.

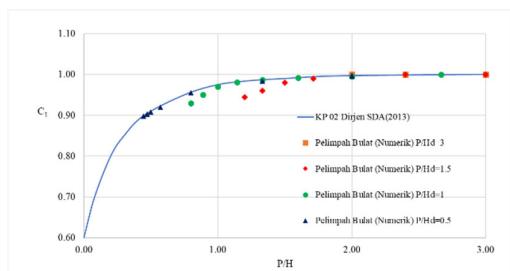
Kurva desain pertama yang dibandingkan adalah kurva hubungan koefisien koreksi  $C_0$  terhadap rasio  $H/r$ , yaitu rasio antara tinggi muka air aktual dengan jari-jari pelimpah. Kurva ini digunakan untuk menentukan besarnya koreksi akibat pengaruh geometri mercu bulat terhadap kapasitas pelimpah, sebagaimana ditunjukkan pada **Gambar 26**.



**Gambar 26. Perbandingan Koreksi  $C_0$  Pelimpah Bulat Hasil Numerik dengan KP-02**

Hasil persentase error relatif koefisien koreksi  $C_0$  pada berbagai rasio  $H/r$  dan variasi  $P/Hd$  menunjukkan kecenderungan yang sesuai dengan kurva KP-02, dengan error terkecil (%RE min.  $C_0$ ) sebesar 0.00% dan error terbesar (%RE maks.  $C_0$ ) sebesar 8.29%.

Kurva desain kedua yang dibandingkan adalah kurva koefisien koreksi  $C_1$  terhadap variasi  $P/Hd$ , yang merepresentasikan pengaruh tinggi energi terhadap debit yang dapat dilimpaskan oleh pelimpah bulat, sebagaimana ditampilkan pada **Gambar 27**.



**Gambar 27. Perbandingan Koreksi  $C_1$  Pelimpah Bulat Hasil Numerik dengan KP-02**

Hasil persentase error relatif koefisien koreksi  $C_1$  pada variasi  $P/H_d$  juga menunjukkan kecocokan dengan kurva KP-02, dengan error terkecil (%RE min.  $C_1$ ) sebesar 0.00% dan terbesar (%RE maks.  $C_1$ ) sebesar 3.87%.

Dari hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa pemodelan numerik yang dilakukan—baik dari segi pengaturan boundary condition, initial condition, maupun ukuran mesh—telah memberikan hasil yang cukup baik, dan berkesesuaian dengan kurva desain pelimpah bulat berdasarkan KP-02 Dirjen SDA (2013).

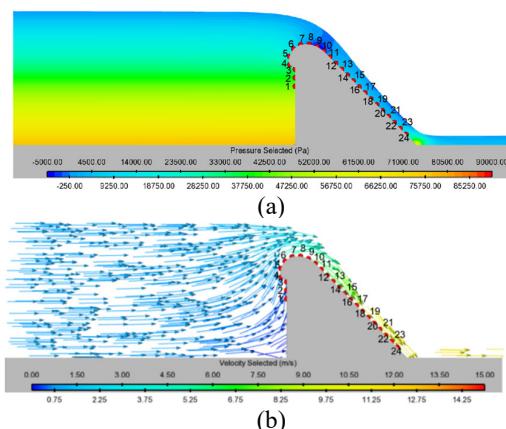
#### 4. Kurva Desain Mercu Pelimpah ITB Golden ratio Tipe

Produk utama (*terpenting*) dari penelitian ini adalah diperolehnya koefisien debit ( $C_d$  dan  $C/C_d$ ) untuk desain Pelimpah ITB Golden ratio Tipe secara lengkap melalui pengujian numerik. Hal ini berbeda dengan pendekatan konvensional, di mana koefisien-koefisien tersebut umumnya diperoleh melalui pengujian fisik di laboratorium yang memerlukan waktu lebih lama dan biaya yang relatif tinggi. Hasil kurva debit dari kedua tipe Pelimpah ITB Golden ratio Tipe menunjukkan kesesuaian yang sangat baik dengan hasil pengukuran fisik, sehingga mendukung kesimpulan bahwa pengujian menggunakan *numerical flume* dapat menggantikan kebutuhan akan *physical flume* dalam tahap awal perancangan pelimpah.

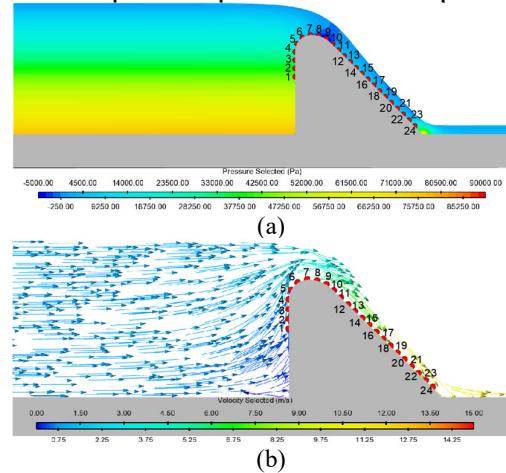
##### 4.1. Pemodelan Numerik

Pemodelan numerik dilakukan menggunakan perangkat lunak Flow-3D. Model pelimpah dimasukkan sebagai *mesh* 3D, kemudian dikondisikan dengan parameter batas dan fluida yang relevan. Simulasi debit divariasikan untuk setiap tipe pelimpah, menghasilkan kurva hubungan antara tinggi muka air dan debit (*rating curve*).

Sebagai contoh ilustrasi, **Gambar 28** dan **Gambar 29** menunjukkan profil tekanan aliran kecepatan pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B dengan kondisi  $P/H_d=3$  dan hulu vertikal, memberikan gambaran visual tentang bagaimana parameter-parameter ini dianalisis dalam simulasi numerik



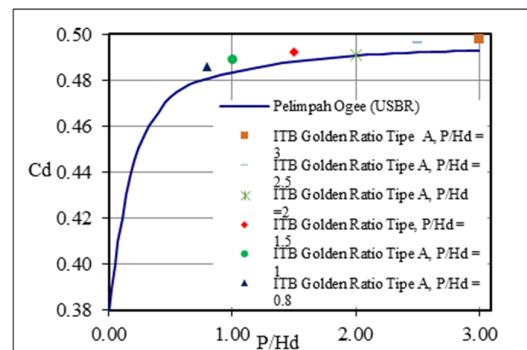
**Gambar 28. Profil Tekanan (a) dan Kecepatan (b) Aliran pada Pelimpah ITB Golden Ratio tipe A**



**Gambar 29. Profil Tekanan (a) dan Kecepatan (b) pada Pelimpah ITB Golden Ratio tipe B**

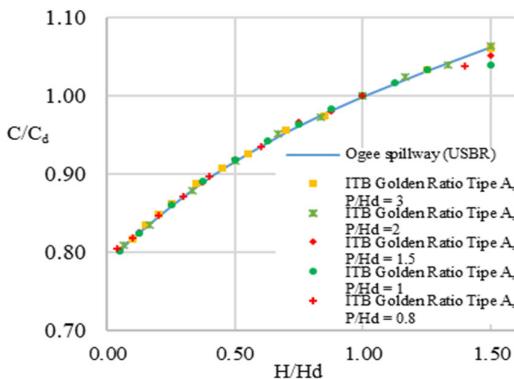
##### 4.1.1. Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A

**Gambar 30** menunjukkan kurva hubungan koefisien debit awal ( $C_d$ ) terhadap  $P/H_d$  yang digunakan sebagai dasar perencanaan Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A. Hasil interpolasi data  $C_d$  Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A menghasilkan kurva kontinu (**Gambar 34**) yang berada sedikit di atas kurva  $C_d$  mercu ogee.



**Gambar 30. Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Pelimpah ITB Tipe A**

**Gambar 31** menyajikan kurva hubungan koefisien koreksi  $C_1$  ( $C/C_d$ ) terhadap rasio  $H/H_d$ , yang digunakan untuk menghitung koreksi debit aktual pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A. Hasil interpolasi data  $C/C_d$  untuk Tipe A membentuk kurva kontinu (**Gambar 35**) yang hampir identik dengan kurva  $C/C_d$  mercu ogee.

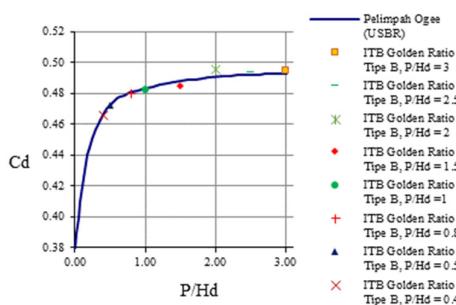


Gambar 31. Koefisien Koreksi  $C/C_d$  Pelimpah ITB Golden ratio Type A

#### 4.1.2. Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Pelimpah ITB Golden ratio Type B

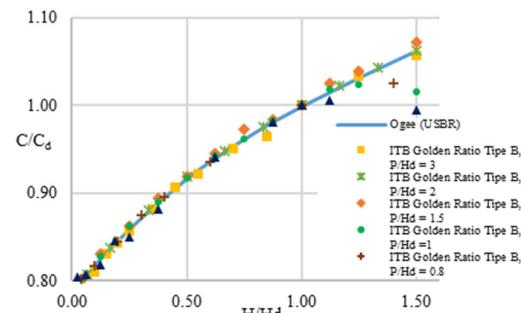
Pada **Gambar 32** ditunjukkan Kurva desain pertama yang digunakan dalam analisis Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B adalah kurva hubungan koefisien debit awal ( $C_d$ ) terhadap variasi  $P/H_d$ , yang berfungsi sebagai koefisien debit dasar dalam perencanaan Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B. Hasil interpolasi data  $C_d$  untuk Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B menghasilkan kurva kontinu (**Gambar 34**) yang hampir persis sama dengan kurva  $C_d$  untuk mercu ogee.

Pada **Gambar 33** ditunjukkan Kurva desain Kedua yang digunakan dalam analisis Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B adalah kurva hubungan koefisien koreksi  $C_1$  atau  $C/C_d$  terhadap rasio  $H/H_d$ , yaitu perbandingan antara tinggi muka air aktual dengan tinggi muka air desain. Hasil interpolasi data  $C/C_d$  untuk Tipe B membentuk kurva kontinu (**Gambar 35**) yang hampir identik dengan kurva



Gambar 32. Koefisien Debit Desain ( $C_d$ ) Pelimpah ITB type B

$C/C_d$  mercu ogee.



Gambar 33. Koefisien Koreksi  $C/C_d$  Pelimpah ITB Golden ratio Type B

#### 4.2. Kesimpulan Koefisien Debit $C_d$ Dan Koefisien Koreksi $C/C_d$

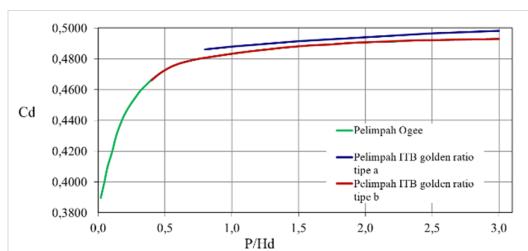
Bagian ini menyajikan ringkasan temuan penting dari hasil perhitungan numerik terhadap **koefisien debit  $C_d$**  dan **koefisien koreksi  $C/C_d$**  untuk Pelimpah ITB Golden ratio Tipe, baik tipe A maupun tipe B, khususnya dalam kaitannya dengan kapasitas debit dan koefisien debit. Dari hasil analisis koefisien debit  $C_d$  dan koefisien koreksi  $C/C_d$ , kapasitas debit Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan Tipe B dapat dihitung menggunakan Persamaan (1), yang mengacu pada pendekatan kapasitas debit pelimpah ogee menurut USBR (1987). Selanjutnya, kurva koefisien debit  $C_d$  dan koefisien koreksi  $C/C_d$  untuk Pelimpah ITB Golden ratio Tipe ditampilkan pada Gambar 34 dan Gambar 35. Kedua kurva tersebut akan digunakan sebagai dasar perhitungan untuk membentuk lengkung debit Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan Tipe B.

#### 4.3. Beberapa Catatan tentang Koefisien Debit $C_d$ dan Koefisien Koreksi $C/C_d$

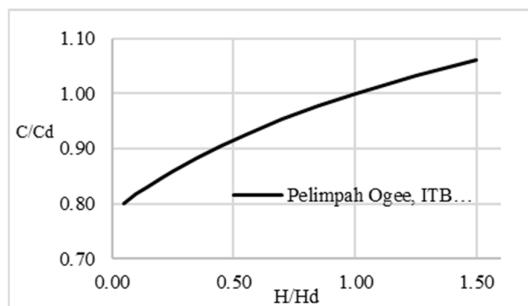
Bagian ini memuat catatan penting hasil analisis terhadap koefisien debit ( $C_d$ ) dan koefisien koreksi ( $C/C_d$ ) dari Pelimpah ITB Golden ratio. Catatan ini mencakup kesesuaian bentuk kurva dengan acuan pelimpah ogee menurut USBR, evaluasi perbandingan antara tipe A dan B, serta batasan teknis yang muncul pada rasio tertentu. Penjelasan berikut disusun untuk memberikan landasan interpretatif terhadap grafik dan hasil pemodelan yang telah diperoleh.

- Nilai koefisien debit  $C_d$  atau  $C_d$  pada Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A cenderung lebih besar dibandingkan Tipe B, dengan selisih sekitar  $\pm 1\%$ . Rentang rasio  $P/H_d$  untuk Tipe A dibatasi hingga  $P/H_d = 0.8$ , karena pada rasio yang lebih kecil ( $P/H_d < 0.8$ ), bentuk geometrinya tidak lagi memungkinkan untuk direalisasikan secara teknis, terutama dalam proses konstruksi.

Sebaliknya, Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B memiliki nilai  $C_d$  yang sesuai dengan pelimpah



Gambar 34. Koefisien Koreksi C0 atau Cd Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B



Gambar 35. Koefisien Koreksi C1 atau C/Cd Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B

ogee menurut USBR (1987). Namun, hasil analisis menunjukkan bahwa rasio  $P/Hd < 0.4$  pada kurva pelimpah ogee tidak dapat diterapkan untuk tipe ini. Oleh karena itu, kurva desain pelimpah ITB Tipe B dibatasi hanya sampai  $P/Hd = 0.4$  demi menjamin realisme desain dan kesesuaian fisik.

- 2) Muncul permasalahan penting terkait kurva nilai koefisien  $C_0$  terhadap rasio  $P/Hd$  pada pelimpah ogee, khususnya pada bagian kurva yang menunjukkan nilai  $P/Hd$  mendekati nol. Secara teoritis, kurva tersebut dapat diperpanjang hingga  $P/Hd \rightarrow 0$ , tetapi secara eksperimental dan praktis hal ini tidak realistik untuk direpresentasikan, baik melalui model fisik maupun simulasi numerik.

Dalam praktik desain, rasio  $P/Hd$  yang terlalu kecil tidak memungkinkan untuk direalisasikan, karena tinggi pelimpah menjadi terlalu rendah dibandingkan dengan tinggi muka air, yang dapat menyebabkan aliran tidak terkendali dan risiko terjadinya flow separation yang tinggi.

Hal ini menunjukkan bahwa meskipun kurva  $C_d$  pelimpah ogee disajikan secara kontinu dalam literatur seperti USBR (1987), validitasnya pada rasio  $P/Hd$  mendekati nol perlu dikaji ulang dalam konteks penerapan praktis. Oleh karena itu, batas bawah rasio  $P/Hd$  dalam desain Pelimpah ITB Golden ratio Tipe sebaiknya ditentukan berdasarkan hasil validasi numerik dan fisik yang realistik, bukan hanya melalui ekstrapolasi kurva empirik yang bersifat teoritis.

## 5. Uji Model Fisik

**Model fisik** merupakan representasi berskala kecil dari kondisi nyata yang dikembangkan dalam bentuk sederhana untuk merekonstruksi keadaan sesungguhnya. Skala model adalah rasio antara ukuran model di laboratorium terhadap ukuran prototipe di lapangan (sebenarnya).

Dengan menerapkan prinsip keserupaan geometrik, **Tabel 4** menyajikan faktor skala yang dinyatakan sebagai perbandingan antara parameter hidraulik model ( $m$ ) terhadap parameter hidraulik prototipe ( $p$ ) secara konsisten, sesuai dengan prinsip kesesuaian Froude. Simbol  $N$  menyatakan rasio skala antara dimensi model terhadap prototipe.

Dalam penelitian ini, dilakukan uji model fisik untuk Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dengan muka hulu vertikal menggunakan skala 1:25, dan untuk Tipe B dengan muka hulu vertikal menggunakan skala 1:40. Pengujian yang dilakukan berupa uji kapasitas pelimpah pada berbagai ketinggian muka air, sesuai dengan kondisi yang disimulasikan dalam pemodelan numerik. Hasil dari pengujian ini digunakan sebagai dasar validasi terhadap hasil pemodelan numerik Pelimpah ITB Golden ratio Tipe.

Tabel 4 Faktor Skala sesuai Hukum Froude

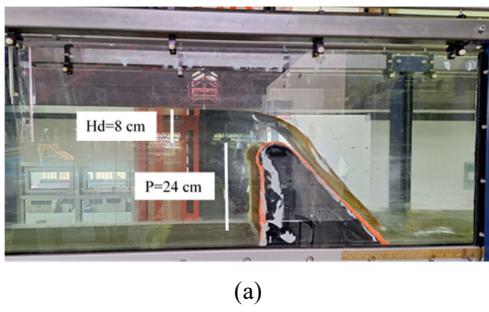
Parameter	Faktor Skala	Nilai Konversi
Hidraulik		
Panjang	$\frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{N}$	$L_p = L_m \times N$
Kecepatan	$\frac{V_m}{V_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{0.5}$	$V_p = V_m \times (N)^{0.5}$
Waktu	$\frac{T_m}{T_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{0.5}$	$T_p = T_m \times (N)^{0.5}$
Tekanan	$\frac{P_m}{P_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)$	$P_p = P_m \times N$
Gaya	$\frac{F_m}{F_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^3$	$F_p = F_m \times N^3$
Debit	$\frac{Q_m}{Q_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{0.5}$	$Q_p = Q_m \times (N)^{0.5}$

### 5.1. Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A

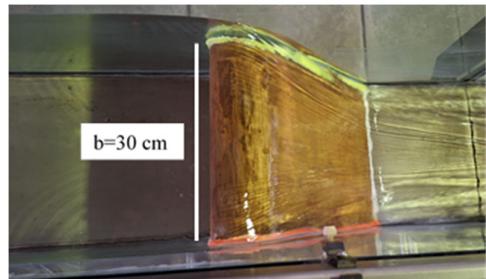
Model fisik pada Gambar 36 menunjukkan model berskala 1:25 dari prototipe Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dengan muka hulu vertikal, di mana tinggi pelimpah ( $P$ ) = 6 m dan tinggi muka air desain ( $H_d$ ) = 2 m.

Pengukuran debit dilakukan pada saluran flume di laboratorium, dengan seksi pengamatan berukuran  $12,5 \text{ m} \times 30 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ , untuk beberapa tinggi muka air di atas mercu yang disesuaikan dengan kondisi simulasi pada pemodelan numerik.

Hasilnya, yang sesuai dengan analisis debit pada pemodelan numerik dan perhitungan, dapat dilihat pada **Tabel 5** dan divisualisasikan pada **Gambar 37**.



(a)

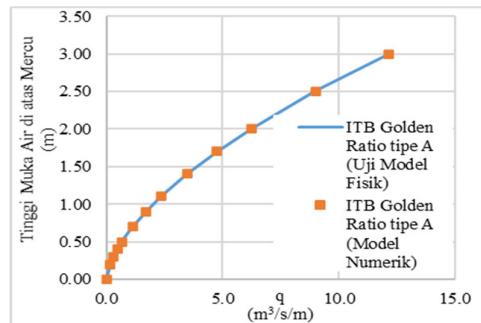


(b)

Gambar 36. Dimensi model pelimpah skala 1:25 dari tampak samping (a) dan tampak atas (b)

Tabel 5 Hasil Uji Model Fisik Pelimpah ITB Golden ratio tipe A

Uji Model Fisik (cm)	H (m)	Q (m³/s)	Prototipe		Numerik (m³/s/m)	% Relative Error
			q (m³/s/m)	q (m³/s/m)		
0.80	0.00039	0.16	0.16	0.16	0.77%	
1.20	0.00072	0.30	0.30	0.30	0.79%	
1.60	0.00119	0.50	0.47	0.47	4.51%	
2.00	0.00165	0.69	0.67	0.67	2.25%	
2.80	0.00275	1.15	1.15	1.15	0.14%	
3.60	0.00420	1.75	1.71	1.71	2.39%	
4.40	0.00580	2.42	2.35	2.35	2.55%	
5.60	0.00857	3.57	3.49	3.49	2.18%	
6.80	0.01182	4.93	4.76	4.76	3.28%	
8.00	0.01550	6.46	6.24	6.24	3.36%	
10.00	0.02256	9.40	9.01	9.01	4.18%	
12.00	0.03050	12.71	12.15	12.15	4.38%	



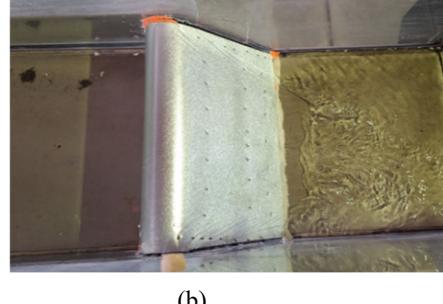
Gambar 37. Perbandingan Lengkung Debit Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A ( $P/Hd=3$ , hulu vertikal) dari Uji Model Fisik dan Model Numerik.

## 5.2. Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B

Model fisik pada **Gambar 38** menunjukkan model skala 1:40 dari prototipe Pelimpah ITB Golden ratio Tipe b hulu vertikal dengan  $P=6$  m,  $Hd=2$  m.



(a)



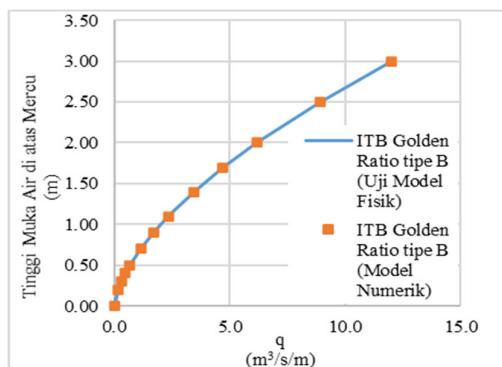
(b)

Gambar 38. Dimensi model pelimpah skala 1:40 dari tampak samping (a) dan tampak atas (b)

Pengukuran debit dilakukan pada model di laboratorium dengan beberapa tinggi muka air di atas mercu sesuai analisis debit pada pemodelan numerik. Hasilnya, yang sesuai dengan analisis debit pada pemodelan numerik dan perhitungan, dapat dilihat pada **Tabel 6** dan divisualisasikan pada **Gambar 39**.

**Tabel 6 Hasil Uji Model Fisik Pelimpah ITB Golden ratio tipe B**

Uji Model Fisik	Prototipe	Numerik		% Relative Error	
		H (cm)	Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	q ( $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ )	( $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ )
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.50	0.19	0.16	0.16	0.94%	
0.75	0.33	0.28	0.30	7.32%	
1.00	0.56	0.47	0.47	1.04%	
1.25	0.72	0.61	0.66	9.21%	
1.75	1.37	1.16	1.13	2.15%	
2.25	1.95	1.64	1.70	3.09%	
2.75	2.65	2.23	2.33	4.22%	
3.50	3.96	3.34	3.45	3.33%	
4.25	5.38	4.54	4.68	3.21%	
5.00	7.16	6.04	6.19	2.60%	
6.25	10.30	8.69	8.94	2.92%	
7.50	14.60	12.31	12.02	2.38%	

**Gambar 39. Perbandingan Lengkung Debit Pelimpah ITB Golden ratio Tipe B ( $P/Hd=3$ , hulu vertikal) dari Uji Model Fisik dan Model Numerik**

## Contoh Desain

Pada bagian ini ditunjukkan contoh desain untuk pelimpah ogee serta Pelimpah ITB Golden Ratio Tipe A dan Tipe B, dengan menggunakan contoh kasus berikut: debit desain  $Q = 500 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Untuk Pelimpah Golden Ratio Tipe A dengan  $Hd = 3,0 \text{ m}$ , parameter geometri diperoleh sebagai berikut:

$$R1 = 0,5 \times Hd = 0,5 \times 3,0 = 1,50000 \text{ m}$$

$$a = R1 = 1,50000 \text{ m}$$

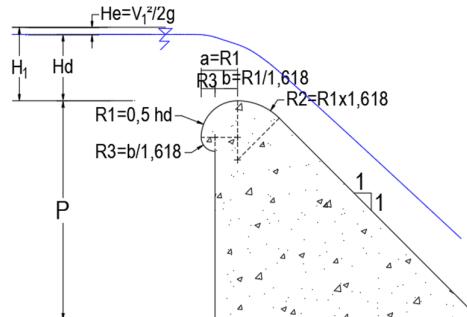
$$b = R1 / 1,618 = 1,50000 / 1,618 = 0,92707 \text{ m}$$

$$R2 = b / 1,618 = 0,92707 / 1,618 = 0,57297 \text{ m}$$

$$R3 = R1 \times 1,618 = 1,50000 \times 1,618 = 2,42700 \text{ m}$$

Gradien hilir = 1:1 ( $\approx 45^\circ$ )

Geometri Pelimpah Golden Ratio Tipe A ditunjukkan pada **Gambar 40**. **Tabel 7** menyajikan hasil perhitungan kapasitas Pelimpah ITB Golden Ratio Tipe A

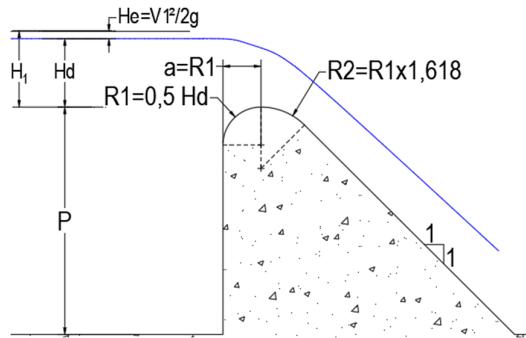
**Gambar 40. Desain pelimpah ITB golden ratio tipe A****Tabel 7 Desain Pelimpah ITB golden ratio Tipe A**

	Parameter	ITB golden ratio tipe A
	$Q_{\text{design}}$	500.0 $\text{m}^3/\text{s}$
	$E_{\text{crest}}$	15.00 m
Data Input	$E_{\text{up}}$	18.00 m
	$P$ (Biasanya 3 m < $P < 10$ m)	15.00 m
	$Hd$ atau $hp$ (antara 3 m s/d 5 m)	3.00 m
	$P/Hd$	5
Koefisien	$C_0$ (Kurva $C_0$ vs $P/Hd$ )	0.498
	$C_1$ (Kurva $C_1$ vs $H/Hd$ )	0.999
	$C_2$ (Kurva $C_2$ hulu vertikal)	1.000
Lebar desain	$L_{\min} = Q/(C_0 \sqrt{2g} \cdot Hd^{1.5})$	43.606 m
	$L_{\text{design}} (L_{\text{eff}})$	45 m
	$q = Q_d / L_{\text{eff}}$	11.111 $\text{m}^2/\text{s}$
	$V = q/(P + Hd)$	0.617 m/s
Parameter	$he = V^2/(2g)$	0.019 m
Aliran	$H_1 = Hd + he$	3.019 m
	$Fr = V/\sqrt(g(P+H_1))$	0.046

No	Tinggi Muka air di atas Mercu (m)	Elevasi dari Dasar Mercu (m)	ITB Golden Ratio tipe A (Desain) H/Hd	Q = C0xC1xC2 √(2g).L.Hd <sup>1.5</sup> ( $\text{m}^3/\text{det}$ )	
				(m)	(m)
1	0.00	15.00	0.00	0.00	
2	0.30	15.30	0.10	13.34	
3	0.60	15.60	0.20	39.01	
4	0.90	15.90	0.30	73.87	
5	1.20	16.20	0.40	116.74	
6	1.50	16.50	0.50	167.17	
7	1.80	16.80	0.60	224.26	
8	2.10	17.10	0.70	288.01	
9	2.40	17.40	0.80	357.88	
10	2.70	17.70	0.90	433.69	
11	3.00	18.00	1.00	515.30	
12	3.30	18.30	1.10	602.88	
13	3.60	18.60	1.20	695.65	
14	3.90	18.90	1.30	793.68	
15	4.20	19.20	1.40	896.64	
16	4.50	19.50	1.50	1005.69	

Untuk Pelimpah Golden Ratio Tipe B dengan  $Hd = 3,0$  m, parameter geometri diperoleh sebagai berikut: pada bagian hulu,  $R1 = 0,5 \times Hd = 1,50$  m dan  $b = R1 = 1,50$  m, sedangkan pada bagian hilir diperoleh  $R3 = R1 \times 1,618 = 2,43$  m dengan gradien hilir  $1 : 1$ .

**Tabel 8** menunjukkan hasil perhitungan kapasitas pelimpah, dengan geometri lengkapnya ditunjukkan pada **Gambar 41**.



Gambar 41. Desain pelimpah ITB golden ratio tipe B

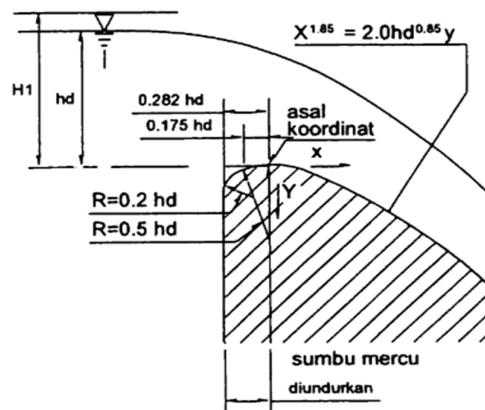
Tabel 8 Desain Pelimpah ITB golden ratio Tipe B

	Parameter	ITB golden ratio tipe B
	$Q_{\text{design}}$	500.0 $\text{m}^3/\text{s}$
	$E_{\text{crest}}$	15.00 m
Data Input	$E_{\text{up}}$	18.00 m
	$P$ (Biasanya $3 \text{ m} < P < 10 \text{ m}$ )	15.00 m
	$Hd$ atau $hp$ (antara $3 \text{ m s/d } 5 \text{ m}$ )	3.00 m
	$P/Hd$	5
Koefisien	$Co$ (Kurva Co vs $P/Hd$ )	0.493
	$C1$ (Kurva C1 vs $H/Hd$ )	0.999
	$C2$ (Kurva C2 hulu vertikal)	1.000
	$L_{\min} = Q/(Co\sqrt{(2g)} \cdot Hd^{1.5})$	44.074 m
Lebar desain	$L_{\text{design}} (L_{\text{eff}})$	45 m
	$q = Q_d / L_{\text{eff}}$	11.111 $\text{m}^2/\text{s}$
Parameter	$V = q/(P + Hd)$	0.617 $\text{m/s}$
Aliran	$he = V^2/(2g)$	0.019 m
	$H_1 = Hd + he$	3.019 m
	$Fr = V/\sqrt{g(P + H_1)}$	0.046

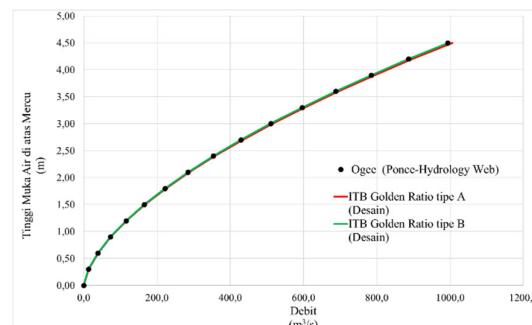
**Gambar 42** menunjukkan geometri pelimpah ogee sebagai tolok ukur kinerja Pelimpah Golden Ratio Tipe A dan Tipe B, dengan lengkung debit dihitung menggunakan perangkat lunak dari **Ponce Hydrology Web**. **Gambar 43** menampilkan perbandingan rating curve ketiga tipe pada kondisi  $P/Hd = 5$  dan  $Q = 500 \text{ m}^3/\text{s}$ , yang penting untuk menilai kinerja hidrulik pelimpah Golden Ratio.

Perbandingan lengkung debit antara Pelimpah Golden Ratio Tipe A, Tipe B, dan pelimpah ogee menunjukkan hasil yang hampir berimpit sempurna. Artinya, dari Tabel 7 Pelimpah ITB Golden Ratio Tipe A—meskipun memiliki nilai Cd sedikit lebih

No	Tinggi Muka air di atas Mercu	Elevasi dari Dasar Mercu	ITB Golden Ratio tipe B (Desain)	
			H/Hd	$Q = C_0 \times C_1 \times C_2 \sqrt{(2g)} \cdot L \cdot Hd^{1.5} (\text{m}^3/\text{det})$
1	0.00	15.00	0.00	0.00
2	0.30	15.30	0.10	13.20
3	0.60	15.60	0.20	38.59
4	0.90	15.90	0.30	73.09
5	1.20	16.20	0.40	115.50
6	1.50	16.50	0.50	165.40
7	1.80	16.80	0.60	221.88
8	2.10	17.10	0.70	284.95
9	2.40	17.40	0.80	354.08
10	2.70	17.70	0.90	429.08
11	3.00	18.00	1.00	509.82
12	3.30	18.30	1.10	596.47
13	3.60	18.60	1.20	688.26
14	3.90	18.90	1.30	785.25
15	4.20	19.20	1.40	887.11
16	4.50	19.50	1.50	995.00



Gambar 42. Desain pelimpah ogee



Gambar 43. Perbandingan rating curve pelimpah ogee, ITB golden ratio tipe A dan tipe B  $P/Hd=5$  Hulu Vertikal dengan  $Q_{\text{desain}}=500 \text{ m}^3/\text{s}$

tinggi—menghasilkan lengkung debit akhir yang hampir identik dengan pelimpah ogee.

Sementara itu, dari Tabel 8 Pelimpah ITB Golden Ratio Tipe B, yang memiliki nilai Cd sama dengan pelimpah ogee, juga menunjukkan bentuk lengkung debit yang sangat serupa.

Kesimpulan: Kapasitas pelimpah ogee, yang selama ini dianggap sebagai bentuk paling efisien, dapat disamai oleh Pelimpah ITB Golden Ratio Tipe A maupun

Tipe B. Geometri berbasis golden ratio ( $\phi = 1,618$ ) tidak hanya harmonis secara visual, tetapi juga efisien secara hidraulik, sehingga menjadikannya alternatif desain yang layak, kompetitif, dan mudah diimplementasikan.

## 6. Kesimpulan

Bab ini merangkum hasil analisis numerik dan fisik terhadap kinerja Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A dan tipe B, serta membandingkannya dengan pelimpah ogee dan pelimpah bulat yang telah umum digunakan. Kesimpulan disusun berdasarkan kalibrasi model, validasi eksperimen, serta evaluasi kapasitas hidraulik, distribusi kecepatan, tekanan aliran, dan potensi kavitas dari masing-masing tipe pelimpah.

1. Dari hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa pemodelan numerik yang dilakukan—dari segi pengaturan boundary condition, initial condition, hingga ukuran mesh—telah memberikan hasil yang cukup baik dan konsisten dengan kurva desain pelimpah ogee berdasarkan USBR (1987).
2. Pemodelan numerik (Flow 3D) pelimpah ogee, yang dikalibrasi terhadap kurva koefisien debit pelimpah ogee (USBR, 1987), menunjukkan hasil dengan galat relatif terkecil dan terbesar:  $C_d = 0.03\% - 0.59\%$  dan  $C/C_d = 0.02\% - 1.46\%$ . Pemodelan numerik pelimpah bulat, yang dikalibrasi terhadap KP-02 PU Dirjen SDA (2013), menghasilkan  $C_0 = 0.00\% - 8.29\%$  dan  $C_1 = 0.00\% - 3.87\%$ . Hasil ini menunjukkan bahwa kedua pemodelan numerik tersebut cukup baik dan valid secara hidraulik.
3. Pemodelan numerik Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A, yang divalidasi menggunakan model fisik skala 1:25 (ratio  $P/Hd = 3$ ), menghasilkan galat relatif  $q = 0.14\% - 4.51\%$ . Sedangkan tipe B (skala 1:40) menunjukkan galat relatif  $q = 0.94\% - 9.21\%$ . Galat lebih tinggi pada tipe B kemungkinan disebabkan oleh perbedaan skala, ketelitian dalam pengujian fisik, dan akurasi pemodelan numerik. Secara umum, kedua model menunjukkan kesesuaian yang baik dengan hasil eksperimen.
4. Koefisien debit ( $C_d$ ) dan  $C/C_d$  Pelimpah ITB Golden ratio Tipe a memiliki deviasi  $\pm 1\%$  lebih besar dibandingkan pelimpah ogee, dengan  $C_d = 0.17\% - 1.32\%$  dan  $C/C_d = 0.01\% - 2.21\%$ . Tipe b memiliki  $C_d = 0.01\% - 1.04\%$  dan  $C/C_d = 0.00\% - 6.33\%$ , yang sesuai dengan pelimpah ogee. Perbedaan  $\pm 1\%$  antara tipe A dan tipe B menunjukkan bahwa kapasitas pelimpah tipe A sedikit lebih besar dibandingkan tipe B.
5. Perbandingan kurva kapasitas debit (*rating curve*) antara pelimpah ogee, bulat, dan Golden ratio Tipe A dan B menunjukkan bahwa

keempatnya memiliki kapasitas limpasan yang hampir setara.

6. Pelimpah ITB Golden ratio Tipe dapat dijadikan alternatif desain mercu, selain pelimpah ogee dan pelimpah bulat, dengan batasan rasio  $P/Hd$  sebagai berikut:
  - $P/Hd > 1.5$  untuk tipe A
  - $P/Hd > 0.8$  untuk tipe B
 Batasan ini diperlukan untuk menghindari flow separation dan memastikan stabilitas aliran.
7. Kurva debit Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A, meskipun memiliki nilai  $C_d$  sedikit lebih tinggi dibandingkan pelimpah ogee, menghasilkan lengkung debit akhir yang hampir identik. Sedangkan tipe b, dengan nilai  $C_d$  yang sama dengan pelimpah ogee, juga menunjukkan kesamaan bentuk kurva debit. Hasil ini membuktikan bahwa kapasitas pelimpah ogee—yang selama ini dianggap paling efisien—dapat disamai oleh
8. Pelimpah ITB Golden ratio Tipe A maupun tipe B. Geometri mercu berbasis golden ratio tidak hanya menghasilkan bentuk yang harmonis secara visual, tetapi juga efisien secara hidraulik. Dengan demikian, Pelimpah ITB Golden ratio Tipe layak dijadikan alternatif desain mercu yang kompetitif dan mudah diterapkan.

## Ucapan Terimakasih

Pengujian model fisik dilaksanakan di Laboratorium Sumber Daya Air, FTSL ITB, Kampus Ganeshha, Bandung. Penulis mengucapkan terima kasih kepada Tri Yadi, teknisi laboratorium, atas dukungan fasilitas, bimbingan, dan bantuan teknis yang sangat membantu Syaiful Annas dalam pelaksanaan uji model fisik. Hasil uji ini menjadi bagian penting dari tesis magister sekaligus memberikan kontribusi signifikan bagi penyusunan makalah ini.

## Daftar Pustaka

- Annas, S. (2025). *Pengembangan dan evaluasi pelimpah ITB berbasis Golden Ratio melalui studi numerik dan eksperimental* (Tesis magister, Program Studi Magister Pengelolaan Sumber Daya Air, Institut Teknologi Bandung). Institut Teknologi Bandung.
- Adhikari, I. (2024). An insight on the geometry of the golden ratio. *International Journal of Multidisciplinary Research*, 3(1). <https://doi.org/10.3126/ijmr.v3i1.65426>
- Akhtaruzzaman, M., & Shafie, A. A. (2012). Geometrical substantiation of phi, the golden ratio and the baroque of nature, architecture,

- design and engineering. *International Journal of Arts*, 1(1), 1–22. <https://doi.org/10.5923/j.arts.20110101.01>
- Al-Hadeethi, B., et al. (2024). Numerical modeling of flow pattern with different spillway locations. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 11(5), 1219–1226. <https://doi.org/10.18280/mmep.110510>
- Falvey, H. T. (1990). *Cavitation in chutes and spillways*. United States Department of the Interior: Bureau of Reclamation.
- Gautam, H., Ahmad, Z., & Sharma, P. K. (2022). CFD-based modeling for computing discharge coefficient of an ogee spillway. *ISHS 2022 - 9th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures*, 246–255. <https://doi.org/10.26077/d3a8-d233>
- Hawez Baiz, W., & Khoshnaw, D. (2016). How to explore golden ratio in architecture and designing city. *International Journal of Engineering Research and Application*, 6. <https://catphi.wordpress.com/20>
- Kells, J. A., & Smith, C. D. (1991). Reduction of cavitation on spillways by induced air entrainment. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 18(3), 358–377. <https://doi.org/10.1139/l91-047>
- Klaic, I. S., & Matotek, J. (2010). The golden ratio. *International Society for Geometry and Graphics*, 3–4.
- Marples, C. R., & Williams, P. M. (2022). The golden ratio in nature: A tour across length scales. *Symmetry*, 14(10). <https://doi.org/10.3390/sym14102059>
- Parsaie, A., et al. (2022). Numerical simulation of flow on circular crested stepped spillway. *Applied Water Science*, 12(9). <https://doi.org/10.1007/s13201-022-01737-w>
- Patel, S. B. (2023). The Fibonacci sequence and numbers. *International Journal of Scientific Research in Engineering and Management*. <https://doi.org/10.55041/IJSREM17558>
- PU Dirjen SDA. (2013). *Standar Perencanaan Irigasi Kriteria Perencanaan Bagian: Bangunan Utama (Head Works) KP-02*. Kementerian Pekerjaan Umum Direktorat Jenderal Sumber Daya Air.
- Refika, C. D., et al. (2023). Analisis kavitas pada bangunan mercu pelimpah Bendungan Krueng Sabee menggunakan model fisik skala 1:30. *Jurnal Arsip Rekayasa Sipil dan Perencanaan*, 6(1), 85–92. <https://doi.org/10.24815/jarsp.v6i1.32603>
- Salmasi, F., & Abraham, J. (2022). Discharge coefficients for ogee spillways. *Water Supply*, 22(5), 5376–5392. <https://doi.org/10.2166/ws.2022.129>
- Sutopo, Y. (2014). *Kavitas di dasar saluran curam*. Andi.
- USACE. (1977). *Hydraulic design criteria: Vol. I*. U.S. Army Waterways Experiment Station, Corps of Engineers.
- USBR. (1987). *Design of small dams* (3rd ed.). United States Department of the Interior: Bureau of Reclamation.
- Wahl, T. L., & Falvey, H. T. (2022). SpillwayPro: Integrated water surface profile, cavitation, and aerated flow analysis for smooth and stepped chutes. *Water*, 14(8), 1256. <https://doi.org/10.3390/w14081256>
- Zhang, X., Xu, Z. D., Zhang, G., Liao, X., & Bi, Z. (2023). Dashijian Reservoir spillway physical shape optimisation design using model experiment. *LHB*, 109(1). <https://doi.org/10.1080/27678490.2023.2274346>

