

Model Simulasi Interaksi Gelombang dan Arus di Perairan Dangkal

Sujantoko¹⁾
Dantje Kardana Natakusumah²⁾

Abstrak

Persamaan *mild-slope* yang diturunkan Kirby (1986) dapat diterapkan untuk simulasi transformasi gelombang dari perairan dalam menuju pantai. Pada paper ini dikembangkan model Kirby dengan memperhatikan faktor arus. Pengaruh arus pada transformasi gelombang tersebut diselesaikan dengan metode selisih hingga. Berdasarkan verifikasi model numerik dengan analitik menunjukkan bahwa perbedaan kecepatan rata-rata arus longshore kurang dari 5%, artinya model numerik ini dapat mensimulasikan arus akibat induksi gelombang dengan baik. Verifikasi model gelombang dengan hasil penelitian Johnson (1952), Wiegel (1962) dan Wei (1998) menunjukkan adanya kemiripan, sedangkan perbedaan yang ada karena pada model mempertimbangkan faktor arus.

Kata-kata kunci : Mild-slope, longshore, arus, metode.

Abstract

Mild-slope equations have been derived by Kirby (1986) can be applied on simulation of wave transformation from deep water to coastal. This paper's developed Kirby's model with considering current factor. The effect of current on wave transformation have been modeled with finite difference methods. According to verification of numerical models and analytical model, the difference of mean longshore current velocity less than 5%, it means that this numerical model provide good simulation of current caused by wave induction. Verification of wave model on Johnson (1952), Wiegel (1962) and Wei (1998) result similarity, but there's still any difference this model considering current factor.

Keywords : Mild-slope, longshore, current, method.

1. Pendahuluan

Gelombang di laut dalam sebagian besar dibangkitkan oleh angin, kemudian gelombang berjalan melewati *continental shelf* menuju pantai. Pada perjalanannya tersebut, gelombang akan dipengaruhi oleh kombinasi *shoaling*, refraksi, difraksi, *breaking* dan arus. Akibat interaksi gelombang dan arus tersebut akan menimbulkan perubahan yang cukup signifikan pada sifat-sifat gelombang, seperti peningkatan tinggi gelombang dan kecuraman muka gelombang.

Penelitian tentang model interaksi gelombang dan arus tersebut telah dilakukan diantaranya oleh: Boij (1981) dalam Chawla (1996) Kirby dan Dalrymple (1984) dan lain-lain. Arus pada model yang dikembangkan oleh Kirby belum dimasukkan dalam pemodelan numerik tetapi arus tersebut dapat diperoleh dari pengamatan di lapangan atau membuat analisa pada model. Model

yang dibuat dapat berupa model fisik atau model matematis. Model fisik relatif sulit diterapkan pada pantai yang bersifat dinamis dan berskala besar serta sulit dimodifikasi untuk kasus yang berbeda. Model matematis relatif lebih mudah dan dapat diterapkan untuk kondisi yang berbeda serta lebih cepat menyediakan informasi yang dibutuhkan.

Penyelesaian model matematis pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode selisih hingga.

2. Persamaan Pengatur

2.1 Model interaksi gelombang dan arus

Boij (1981) menggunakan pendekatan *lagrangian* untuk pengembangan persamaan *mild-slope* karena pengaruh arus ambang kuat. Pada model ini arus

1) Jurusan Teknik Kelautan, FTK, ITS.

2) Departemen Teknik Sipil, FTSP, ITB.

Catatan : Usulan makalah dikirimkan pada 14 Juli 2003 dan dinilai oleh peer reviewer pada tanggal 22 Juli 2003 – 7 September 2003. Revisi penulisan dilakukan antara tanggal 7 September 2003 hingga 12 September 2003.

diasumsikan kecil dan pada berbagai kasus arus diabaikan. Kirby (1984) merepresentasikan bentuk koreksi model persamaan *mild-slope*. Dalrymple dan Kirby (1983) mengaplikasikan koreksi *non-linier* dan menambahkan arus sehingga didapat hasil interaksi gelombang dan arus sbb:

$$(C_g + U)A_x + V A_y + i(\bar{k} - k)(C_g + U)A + \frac{\sigma}{2} \left\{ \left(\frac{C_g + U}{\sigma} \right)_x + \left(\frac{V}{\sigma} \right)_y \right\} A - \frac{i}{2\sigma} \left\{ (CC_g - V^2) A_y \right\}_y + i\sigma \frac{k^2}{2} D |A|^2 A = 0 \quad (1)$$

dimana $\sigma = \omega - kU$ adalah komponen khusus frekuensi intrinsik, $\bar{k}$ = angka gelombang referensi, diambil sebagai rata-rata angka gelombang sepanjang axis-y, dan U, V = kecepatan arus rata-rata dalam arah koordinat x dan y. Suku *non-linier* D adalah:

$$D = \frac{(\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh^2 kh)}{8 \sinh^4 kh} \quad (2)$$

Kirby (1986) menurunkan persamaan diatas dengan pendekatan parabolic sudut lebar, yang mengikuti.

studi gelombang dengan sudut gelombang datang terbesar terhadap axis-x. Dengan demikian diperoleh persamaan pengatur untuk refraksi, difraksi dan shoaling sbb:

$$\begin{aligned} & (C_g + U)A_x - 2\Delta_1 V(A)_y + i(\bar{k} - a_0 k)(C_g + U)A \\ & + \left\{ \frac{\sigma}{2} \left(\frac{C_g + U}{\sigma} \right)_x - \Delta_1 \sigma \left(\frac{V}{\sigma} \right)_y \right\} A + i\Delta'' \left[(CC_g - V^2) \left(\frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_y \\ & - i\Delta_1 \left[\left[U \left(\frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_x - \left[U \left(\frac{A}{\sigma} \right)_x \right]_y \right] + \frac{w}{2} A + \frac{i\sigma k^2}{2} D |A|^2 A \\ & + \frac{-b_1}{k} \left\{ \left[(CC_g - V^2) \left(\frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_{yx} + 2i \left(\sigma \left(\frac{V}{\sigma} \right)_y \right)_x \right\} + b_1 \beta \\ & \left\{ 2i\omega \left(\frac{A}{\sigma} \right)_x + 2i\sigma \left(\frac{A}{\sigma} \right)_y - 2UV \left(\frac{A}{\sigma} \right)_{xy} + \left[(CC_g - V^2) \left(\frac{A}{\sigma} \right)_y \right]_y \right\} \\ & - \frac{i}{k} b_1 \left\{ (\omega V)_y + 3(\omega U)_x \left(\frac{A}{\sigma} \right)_x - \Delta_2 \left\{ \omega \left(\frac{A}{\sigma} \right)_x + \frac{1}{2} \omega U_x \left(\frac{A}{\sigma} \right) \right\} \right\} \\ & + ik\omega U (a_0 - 1) \left(\frac{A}{\sigma} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

dimana :

$$+ ik\omega U (a_0 - 1) \left(\frac{A}{\sigma} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\Delta_1 = a_1 - b_1 \quad (5)$$

$$\Delta_2 = 1 + 2a_1 - 2b_1 \quad (6)$$

$$\Delta' = a_1 - b_1 \frac{\bar{k}}{k} \quad (7)$$

dan w adalah faktor disipasi. Kirby menentukan nilai koefisien $a_0 = 0.994733$, $a_1 = -0.8900065$ dan $b_1 = 0.451641$.

Pada persamaan terdahulu, hubungan dispersi berkaitan dengan frekuensi *angular* gelombang, kedalaman dan angka gelombang yang berubah untuk memantulkan *doppler shift* karena arus. Bentuk baru persamaan dispersi adalah:

$$(\omega - kU)^2 = gk \tanh kh \quad (8)$$

dimana frekuensi absolut ω berhubungan dengan frekuensi intrinsik σ

$$\omega = \sigma + kU \quad (9)$$

Validitas solusi *Stokes* dapat ditentukan dengan bantuan angka Ursell (U_r) yang didefinisikan sebagai:

$$U_r = \frac{HL^2}{h^3} \quad (10)$$

Jika parameter ini mencapai 40, maka solusi *Stoke* tidak valid. Agar memberikan model yang valid dalam perairan dangkal, hubungan dispersi *heuristic* dikembangkan oleh Hedges (1976) dalam Dalrymple (1994) yang diberikan dalam model.

$$\sigma^2 = gk \tanh (kh(1 + |A|/h)) \quad (11)$$

Pada perairan dangkal persamaan ini sesuai dengan gelombang *Solitary*, sedangkan di perairan dalam secara asimtotik mendekati hasil gelombang *linier* dengan mengabaikan efek riil amplitudo dispersi. Berdasarkan alasan ini model dengan hubungan dispersi diantara bentuk Hedges (untuk perairan dangkal) dan hubungan Stokes (untuk perairan dalam) dapat digunakan.

2.2 Model arus akibat induksi gelombang

Persamaan pengatur yang digunakan untuk menghitung arus karena induksi gelombang diturunkan dengan metode *depth averaged*. Diasumsikan kedalaman air cukup dangkal dibandingkan dengan lebar perairan pantai (*shallow water*) sehingga tidak terjadi perlapisan (*non-stratification*) atau perlapisan yang terjadi kecil sekali (*weakly stratified*). Variasi kecepatan dalam arah vertikal biasanya kecil dan jarang ditinjau, hanya distribusi dari kecepatan rata-rata terhadap kedalaman yang diperlukan. Dengan menggunakan metode diatas dapat diperoleh persamaan hidrodinamika arus dua dimensi seperti dirumuskan sbb:

A. Persamaan kontinuitas

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial (h + \bar{\eta})U}{\partial x} + \frac{\partial (h + \bar{\eta})V}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

B. Persamaan gerak air

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + F_x - M_x + R_x + g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + F_y - M_y + R_y + g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

dimana:

- t = waktu
 g = percepatan gravitasi
 U = kecepatan arus dalam arah x
 V = kecepatan arus dalam arah y
 h = kedalaman perairan diukur dari muka air tenang
 $\bar{\eta}$ = elevasi muka air rata-rata karena *wave setup* atau *setdown*

Gaya gesekan dasar akibat kekasaran dasar dan kecepatan gelombang dan arus (F_x dan F_y) yang dinyatakan sbb:

$$F_x = \frac{\tau_{bx}}{\rho} = C_f U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (15)$$

$$F_y = \frac{\tau_{by}}{\rho} = C_f V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (16)$$

dimana C_f adalah koefisien gesekan dasar yang bernilai 0.005-0.01

Lateral mixing (M_x dan M_y) adalah perubahan momentum yang disebabkan oleh pusaran arus turbulen yang cenderung menyebar karena pengaruh gaya gelombang melebihi daerah ketajaman penghantaran gelombang.

$$M_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{xy} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (17)$$

$$M_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{xy} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (18)$$

dimana:

$$\varepsilon_{vv} = \varepsilon_{vv} = \varepsilon_{vv} = \varepsilon$$

$$\varepsilon = Nl\sqrt{g(h + \bar{\eta})} \quad (\text{Longuet-Higgins, 1970})$$

N = konstanta yang nilainya kurang dari 0.016

l = jarak *offshore* = $(h + \bar{\eta}) / \tan \beta$

$\tan \beta$ = kemiringan dasar rata-rata

Tegangan radiasi (R_x dan R_y) didefinisikan sebagai fluks momentum yang disebabkan oleh keberadaan pergerakan gelombang dan mempunyai dimensi sama dengan fluks momentum. Tegangan radiasi propor-

sional dengan kuadrat tinggi gelombang, sehingga gaya ini dapat membangkitkan arus paling besar di daerah dengan tinggi gelombang yang cukup tajam.

$$R_x = \frac{1}{\rho(h + \bar{\eta})} \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) \quad (19)$$

$$R_y = \frac{1}{\rho(h + \bar{\eta})} \left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \quad (20)$$

dimana S_{xx} , S_{yy} dan S_{xy} adalah komponen tegangan radiasi. Longuet-Higgins dan Stewart (1964) dalam Mei (1989) mendapatkan hubungan komponen tegangan radiasi dengan kuadrat tinggi gelombang sbb:

$$S_{xx} = \frac{E}{2} (2n - 1) + E n \cos^2 \theta \quad (21)$$

$$S_{yy} = \frac{E}{2} (2n - 1) + E n \sin^2 \theta \quad (22)$$

$$S_{xy} = \frac{E}{2} n \sin 2\theta \quad (23)$$

C. Dissipasi energi

Kehilangan (dissipasi) energi (w) pada model terjadi dalam sejumlah cara tergantung pada situasi yang dimodelkan. Kehilangan energi berpengaruh terhadap pengurangan tinggi gelombang pecah.

C.1 Lapisan batas permukaan laminar dan dasar

Pada permukaan air dan di dasar, lapisan batas terjadi

karena adanya viskositas. Phillips (1966) dalam Dalrymple (1994) merumuskan redaman lapisan batas sbb:

$$w = \frac{2\sigma k \sqrt{(v/2\sigma)}(1-i)}{\sinh 2kh} \quad (24)$$

C.2 Lapisan batas dasar turbulen

Dissipasi energi akibat lapisan batas dasar turbulen dirumuskan sebagai :

$$w = \frac{2\sigma k f |A|}{3\pi \sinh 2kh \sinh kh} \quad (25)$$

Dean dan Dalrymple (1984) mengasumsikan faktor gesekan Darcy-Weisbach $f = 0.01$

C.3 Tanah porous

Dasar laut yang *porous* akan menyebabkan aliran masuk ke dasar. Hal ini dapat diamati pada kasus redaman gelombang yang timbul karena aliran *Darcy*

di pasir. Karakteristik dasar diberikan oleh koefisien *permiabilitas* C_p , redaman dapat ditunjukkan sebagai:

$$w = \frac{gkC_p}{\cosh^2 kh} \quad (26)$$

Koefisien *permiabilitas* mempunyai satuan m^2 dan mempunyai nilai $C_p = 4.5 \times 10^{-11} m^2$. Liu dan Darymple (1984) menunjukkan bahwa untuk pasir yang sangat *permeable*, redaman berbalikan dengan C_p dan suku w yang berbeda harus digunakan.

C.4 Gelombang pecah

Secara fisis gelombang dapat dikatakan pecah jika kecepatan partikel di puncak gelombang telah melebihi cepat rambat gelombang.

Kriteria gelombang pecah telah dinyatakan oleh peneliti seperti: LeMehaute dan Koh (1967), Goda (1970) serta Weigel (1972) dalam SPM (1984). Kriteria tersebut adalah:

$$H_b = 0.76H_o \left(\frac{H_o}{L_o} \right)^{-1/4} m^{1/7} \quad (27)$$

dimana:

L_o = panjang gelombang di perairan dalam
 m = *slope* dasar

$$H_b = 0.17L_o \left\{ 1 - \exp \left[-1.5\pi \frac{h_b}{L_o} (1 + 15(m))^{4/3} \right] \right\} \quad (28)$$

$$\frac{H_b}{h_b} = b - a \frac{H_b^2}{gT^2} \quad (29)$$

$$a = 43.75 [1 - \exp(-19m)] \quad (30)$$

$$b = 1.56 [1 + \exp(-19.5m)] \quad (31)$$

Saat titik pecah baru terbentuk dibutuhkan mekanisme untuk mentransformasikan gelombang yang pecah melalui zona gelombang pecah. Model ini telah diuji dengan data eksperimen pada berbagai *slope* dasar yang berbeda dan prediksi tinggi gelombang di daerah *surf zone* secara baik. Model ini terpostulasi menjadi persamaan berikut:

$$\frac{\partial(EC_g)}{\partial x} = -\frac{\kappa}{h} [EC_g - (EC_g)_s] \quad (32)$$

dimana:

κ = koefisien laju dissipasi energi

$(EC_g)_s$ = level stabil fluks energi dimana proses transformasi telah tercapai.

Dengan mensubstitusikan $E = 0.125 \rho g H^2$ kedalam

persamaan di atas menghasilkan persamaan:

$$\frac{\partial(H^2 C_g)}{\partial x} = -\frac{\kappa}{h} [H^2 C_g - (H^2 C_g)_s] \quad (33)$$

Tinggi gelombang akan cenderung menuju nilai stabilnya sesuai dengan kedalaman perairan. Hubungan ini dapat diekspresikan sebagai:

$$H_s = \gamma h \quad (34)$$

dimana:

H_s = tinggi gelombang stabil

γ = koefisien yang bersesuaian

Persamaan (32) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\frac{\partial(H^2 C_g)}{\partial x} = -\frac{\kappa}{h} [H^2 C_g - (\gamma^2 h^2 C_g)_s] = w \quad (35)$$

Jika $C_{gs} = C_g$, w dapat ditulis sebagai:

$$w = \frac{\kappa C_g (1 - (\gamma h / H)^2)}{h} \quad (36)$$

Berdasarkan perbandingan dengan data eksperimen Horikawa dan Kuo, Dally et al. memilih nilai $\gamma = 0.4$ dan $\kappa = 0.15$. Tinggi gelombang, ; dan A amplitudo kompleks gelombang. Tinggi gelombang stabil dicapai jika $H_s = 0.4 h$. Dengan menggunakan model dissipasi ini dan hubungan indeks gelombang pecah, $H > 0.78 h$ dapat ditentukan gelombang pecah.

3. Model Numerik Persamaan Gelombang

Model parabolik seperti dijelaskan dalam bab sebelumnya dapat diselesaikan dengan metode selisih hingga. Agar penyelesaian ini sempurna, studi daerah batimetri sebagai input dengan grid dalam arah x dan y , dibagi dalam ukuran segiempat Δx dan Δy . Amplitudo kompleks $A(x,y)$ selanjutnya dicari pada setiap grid dan ditunjukkan dilokasinya, tidak oleh (x,y) , tetapi oleh (i,j) dimana $x = (i-1) \Delta x$ dan $y = (j-1) \Delta y$. Nilai $A(i,j)$ yang memenuhi persamaan interaksi gelombang dan arus dicari untuk semua i dari 1 sampai m dan untuk semua j dari 1 sampai n . Prosedur ini mencakup semua turunan dalam arah (x,y) pada suku amplitudo kompleks diberbagai titik grid.

Jika *forward difference* digunakan untuk arah- x dan selisih pusat (*central difference*) di i digunakan untuk turunan kedua dalam arah *lateral* untuk semua turunan dalam persamaan (3), akan diperoleh persamaan selisih hingga (*finite difference*) untuk $A_{i+1,j}$. Persamaan ini dapat diselesaikan secara langsung pada semua $A_{i+1,j}$, $j = 1, 2, 3 \dots n$, untuk nilai i yang diberikan, asalkan kondisi batas *lateral* diberikan

secara tepat. Skema *eksplisit* ini tidak seakurat skema *implisit*, oleh karena itu prosedur *implisit* Crank-Nicolson digunakan untuk perhitungan amplitudo. Selanjutnya persamaan dasar interaksi gelombang dan arus ditulis dalam bentuk selisih hingga berdasarkan

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(C_{g,i,j} + C_{g,i,j} + U_{i+1,j} + U_{i,j}) \frac{(A_{i+1,j} - A_{i,j})}{2\Delta x} + \frac{1}{2}(V_{i+1,j} + V_{i,j}) \\ & \frac{(A_{i,j+1} - A_{i,j})}{2\Delta y} - \frac{i}{2}[(K_{i+1,j} - K_{i,j})(C_{g,i,j} + U_{i+1,j})A_{i+1,j} + \\ & (K_{i,j} - K_{i,j})(C_{g,i,j} + U_{i,j})A_{i,j}] + \frac{1}{2}(\sigma_{i+1,j} + \sigma_{i,j})(A_{i+1,j} + A_{i,j}) \\ & \frac{1}{2\Delta x} \left[\frac{(C_{g,i,j} + U_{i+1,j})}{\sigma_{i+1,j}} - \frac{(C_{g,i,j} + U_{i,j})}{\sigma_{i,j}} \right] + \frac{1}{2}(\sigma_{i+1,j} + \sigma_{i,j})(A_{i+1,j} + A_{i,j}) \\ & \frac{1}{2\Delta y} \left[\frac{V_{i,j+1}}{\sigma_{i,j+1}} - \frac{V_{i,j}}{\sigma_{i,j}} \right] - \frac{i}{4} \left[\frac{((CC_g - V^2)A_y)_{y,i+1,j}}{\sigma_{i+1,j}} + \frac{((CC_g - V^2)A_y)_{y,i,j}}{\sigma_{i,j}} \right] \\ & + \frac{i}{2}(\sigma_{i+1,j} + \sigma_{i,j}) \frac{(K_{i+1,j}^2 + K_{i,j}^2)}{2} (D_{i+1,j} + D_{i,j}) (|A_{i+1,j}|^2 + |A_{i,j}|^2) \\ & (A_{i+1,j} + A_{i,j}) = 0 \end{aligned} \quad \text{metode Crank-Nicolson sbb:} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & ((CC_g - V^2)A_y)_{y,i,j} = \frac{1}{2(\Delta y)^2} \{ [(CC_{g,i,j+1} + CC_{g,i,j}) - (V_{i,j+1}^2 + V_{i,j}^2)] \\ & (A_{i,j+1} - A_{i,j}) - [(CC_{g,i,j} + CC_{g,i,j-1}) - (V_{i,j}^2 + V_{i,j-1}^2)] (A_{i,j} - A_{i,j-1}) \} \end{aligned} \quad (38)$$

dimana suku turunan kedua diselesaikan sebagai berikut:

$$a A_{i+1,k+1} + b A_{i+1,j} + c A_{i+1,j-1} = B_{i,j} \quad (39)$$

$$B_{i,j} = d A_{i,j+1} + e A_{i,j} + f A_{i,j-1} \quad (40)$$

Pada baris ke- i , skema Crank-Nicolson dapat ditulis sebagai:

dimana koefisien a, b, c, d, e, f mencakup variable, suku kompleks dan suku *non-linier*. Amplitudo pada sisi kiri persamaan ini tidak diketahui, sedangkan pada sisi kanan diketahui dari perhitungan sebelumnya atau dari kondisi batas awal di $j = 1$ dan n . Persamaan ini diselesaikan semua untuk $A_{i+1,j}$, $j = 2n - 1$ dan i tetap.

Prosedur selanjutnya adalah menyelesaikannya dengan matrik *tridiagonal*. Karena ketidaklinieran pada

persamaan selisih hingga, suku *non-linier* didekati pada langkah pertama dengan menggunakan nilai $A_{i,j}$. Selanjutnya suku $A_{i+1,j}$ dihitung, persamaan ini diselesaikan lagi untuk $A_{i+1,j}$, dengan menggunakan perhitungan sebelumnya dalam suku *non-linier*.

Proses penyelesaian dengan memindahkan satu baris grid dalam arah- x dan menggunakan dua jalan teknik *implisit-implisit*, dapat ditentukan

$$H_{i,j} = 2|A_{i,j}| \quad \text{amplitudo kompleks } A_{i+1,j} \text{ untuk } (41)$$

semua nilai j pada baris ini untuk perhitungan arah gelombang prosedur ini diulangi sampai semua $A_{i,j}$ diketahui

$$\theta_{i,j} = \arctan \left(\frac{aky_{i,j}}{akx_{i,j} + kb_i} \right) \quad \text{untuk semua } i \text{ dan } j. \quad (42)$$

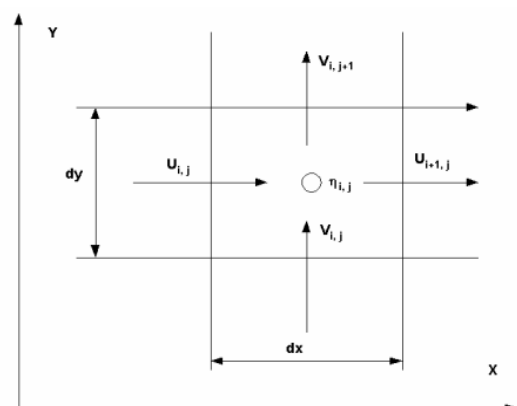
Dengan demikian dapat ditentukan:

Tinggi gelombang :

Sudut gelombang:

4. Model Numerik Persamaan Arus

Persamaan kontinuitas dan persamaan gerak air dua dimensi merupakan persamaan diferensial parsial *non-linier* dalam ruang dan waktu. Istilah parsial berarti fungsi terikat oleh lebih dari satu variabel bebas. Pada dasarnya tidak ada skema khusus untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial *non-linier* tetapi dengan menggunakan pendekatan penyelesaian persamaan *linier*, maka persamaan tersebut dapat dipecahkan. Terdapat banyak sekali penyelesaian persamaan diferensial, seringkali pemilihan teknik penyelesaian didasarkan pada kepraktisan dan tingkat ketelitian



Gambar 1. Diskritisasi variabel

perhitungan yang ingin dicapai.

Berdasarkan diskritisasi variabel di atas dapat ditulis persamaan kontinuitas dan gerak dalam bentuk selisih hingga sbb:

- Persamaan kontinuitas

$$\frac{\eta_{i,j}^+ - \eta_{i,j}^-}{\Delta t} + \frac{(D_{x+1,j} U_{i+1,j} - D_{x,j} U_{i,j})}{\Delta x} + \frac{(D_{y,j+1} V_{i,j+1} - D_{y,j} V_{i,j})}{\Delta y} = 0 \quad (43)$$

Super-script ‘+’ mengindikasikan nilai pada langkah waktu berikutnya pada komputasi.

- Persamaan gerak

$$\begin{aligned} & \frac{U_{i,j}^+ - \theta U_{i,j}}{\Delta t} + \frac{(1-\theta)}{4} (U_{i+1,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1}) \\ & + U_{i,j} \frac{(U_{i+1,j} - U_{i-1,j})}{2\Delta x} + V_{i,j} \frac{(U_{i,j+1} - U_{i,j-1})}{2\Delta y} \\ & + F_{x,i,j} - M_{x,i,j} + R_{x,i,j} + g \frac{\eta_{i,j} - \eta_{i-1,j}}{\Delta x} = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_{i,j}^+ - \theta V_{i,j}}{\Delta t} + \frac{(1-\theta)}{4} (V_{i,j+1} + V_{i,j-1} + V_{i+1,j} + V_{i-1,j}) \\ & + U_{i,j} \frac{(V_{i+1,j} - V_{i-1,j})}{2\Delta x} + V_{i,j} \frac{(V_{i,j+1} - V_{i,j-1})}{2\Delta y} \\ & + F_{y,i,j} - M_{y,i,j} + R_{y,i,j} + g \frac{\eta_{i,j} - \eta_{i,j-1}}{\Delta y} = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

dimana:

$$D_{x,i,j} = \frac{1}{2} (h_{i,j} + \bar{\eta}_{i,j} + h_{i-1,j} + \bar{\eta}_{i-1,j}) \quad (46)$$

$$D_{y,i,j} = \frac{1}{2} (h_{i,j} + \bar{\eta}_{i,j} + h_{i,j-1} + \bar{\eta}_{i,j-1}) \quad (47)$$

θ = parameter pada metode selisih hingga jenis *lax diffusive*. Nilai θ harus ditentukan dengan hati-hati sehingga difusi menjadi realistik.

Skema numerik ini dapat digunakan jika harga awal dan kondisi batas sudah diketahui. Harga awal adalah harga yang pertama kali diberikan sebelum proses iterasi dimulai. Kondisi batas adalah harga spesifik di bagian batas solusi yang menentukan solusi akhir yang diperoleh, sedangkan Δt untuk skema numerik *eksplisit* tidak dapat ditentukan sembarangan karena bila penentuan Δt dipilih terlalu besar maka skema numerik yang digunakan menjadi tidak stabil, maka iterasi yang dibutuhkan akan terlalu banyak sehingga skema ini menjadi tidak efektif.

Untuk menentukan harga Δt maka dipakai acuan dari kriteria batas stabilitas numerik. Batas ini diberikan oleh kriteria CFL.

$$\frac{C\Delta t}{\sqrt{2\Delta x}} < 1 \quad \text{dengan} \quad C = \sqrt{gH} \quad (48)$$

Aspek fisik pertidaksamaan ini mempunyai arti bahwa Δt yang digunakan dalam model numerik harus kurang dari waktu yang diperlukan oleh suatu gangguan pada muka air yang tercakup pada mesh. Batas hasil ini harus lebih besar waktu komputasi daripada yang diperlukan skema *implisit*.

5. Verifikasi Model

5.1 Kecepatan rata-rata arus *longshore*

Verifikasi kecepatan rata-rata arus *longshore* pada model akan dilakukan dengan menggunakan persamaan yang diperkenalkan oleh Putnam, Munk dan Traylor (1949) dalam Horikawa (1978) sbb:

$$V = \left[\left(\frac{1}{4x^2} + y \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2x} \right]^2 \quad (49)$$

dimana:

$$x = (646 H_b (h_b / x_b) \cos \alpha_b) / T$$

$$y = c \sin \alpha_b$$

$$c = \sqrt{2.28 g H_b}$$

x_b = lebar *surf zone*

H_b = tinggi gelombang pecah

H_b = kedalaman air saat gelombang pecah

Rasio tinggi gelombang H_b/H_o dan sudut gelombang α_b pada *breaker line* untuk kontur kedalaman sejajar dapat ditentukan dengan diagram Groen dan Weenink (1950) dalam Horikawa (1978) berdasarkan harga α_b dan H_o/L_o .

Perhitungan model numerik dilakukan dengan mengambil rata-rata kecepatan arus *longshore* mulai dari gelombang pecah sampai kearah garis pantai. Untuk verifikasi model numerik dengan hasil analitik diambil suatu contoh kasus dengan data sbb:

- Periode gelombang $T = 3$ detik
- Tinggi gelombang datang dari laut dalam $H_o = 0.5m$
- Kemiringan dasar laut $i = 0.02$

Hasil perhitungan analitik dan numerik disajikan sbb:

α_o (deg)	H_o/L_o	H_b/L_o	H_b (m)	α_b (deg)	kec. arus <i>longshore</i> (m/s)		penyimpangan (%)
					analitik	numerik	
20	0.036	1.07	0.535	11	0.386	0.398	3.245
30	0.036	0.96	0.480	15	0.496	0.483	-2.525
40	0.036	0.95	0.475	18	0.607	0.589	-2.939
50	0.036	0.88	0.440	20	0.628	0.599	-4.608
60	0.036	0.78	0.390	22	0.606	0.597	-1.544
70	0.036	0.70	0.350	23	0.556	0.539	-3.038
80	0.036	0.55	0.275	22	0.373	0.365	-2.127

Berdasarkan perhitungan diatas dapat dilihat bahwa penyimpangan model numerik tidak terlalu jauh dari hasil analitik (dibawah 5%)

5.2 Distribusi kecepatan arus *longshore*

Distribusi kecepatan arus *longshore* diperlukan untuk mengetahui hubungan antara arus *longshore* dengan fenomena *transport sediment* pantai, khususnya laju *transport sediment longshore* perlu mengetahui distribusi kecepatan arus *longshore* vertikal dan horisontal didaerah dekat pantai. Analisis tentang masalah ini telah dikemukakan oleh peneliti Bowen dan Longuet-Higgins (1970) dalam Muir Wood (1969).

Longuet-Higgins mengemukakan suatu variable tak berdimensi:

$$X = \frac{x}{x_b} \quad \text{dan} \quad V = \frac{v}{v_o}$$

$$P \frac{d}{dx} \left(X^{5/2} \frac{dV}{dX} \right) - X^{1/2} V = \begin{cases} -X^{3/2} & 0 < X < 1 \\ 0 & 1 < X < \infty \end{cases}$$

$$\text{dimana : } P = \frac{2\pi s N}{\gamma f_w}$$

suatu parameter tak berdimensi yang mewakili *lateral mixing* dan *lateral friction*. N koefisien Longuet-Higgins untuk perhitungan *eddy* viskositas. Longuet-Higgins memberikan solusi persamaan diatas sbb:

- Untuk $P \neq 2/5$:

$$V = \begin{cases} B_1 X^{P_1} + A X & 0 < X < 1 \\ B_2 X^{P_2} & 1 < X < \infty \end{cases} \quad (50)$$

- Untuk $P=2/5$:

$$V = \begin{cases} \frac{10}{49} X - \frac{5}{7} X \ln X & 0 < X < 1 \\ \frac{10}{49} X^{-5/2} & 1 < X < \infty \end{cases} \quad (51)$$

dimana:

$$P_1 = -\frac{3}{4} + \left(\frac{9}{16} + \frac{1}{P} \right)^{1/2}$$

$$P_2 = -\frac{3}{4} - \left(\frac{9}{16} + \frac{1}{P} \right)^{1/2}$$

$$A = \left(1 - \frac{5}{2} P \right)^{-1}$$

$$B_1 = \frac{P_2 - 1}{P_1 - P_2} A$$

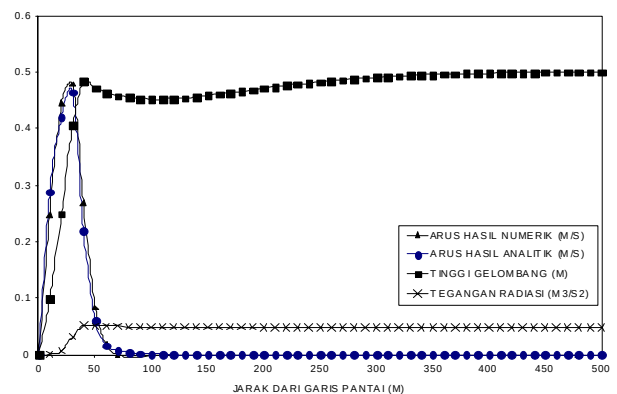
$$B_2 = \frac{P_1 - 1}{P_1 - P_2} A$$

$$v_o = \frac{5\pi\gamma}{8f_w} g h_b s \left(\frac{\sin \alpha_b}{c_b} \right) \quad (52)$$

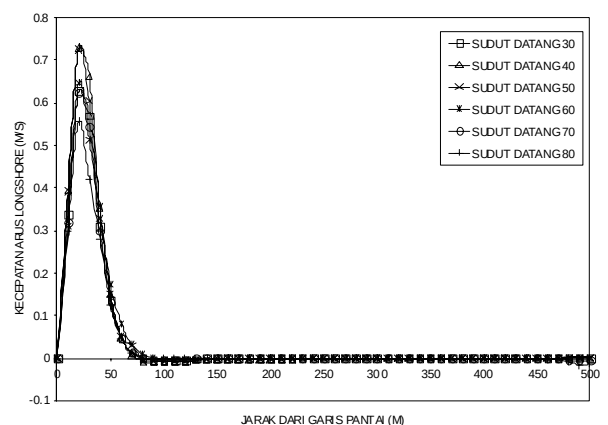
Faktor *lax-diffusive* θ untuk validasi ini ditentukan 0.5-1.0, sehingga solusi model numerik menjadi realistik. Karena faktor ini sangat sensitif terhadap perubahan arus yang dihasilkan dalam pemodelan numerik.

Pada kasus seperti di atas, kecepatan arus *longshore* maksimum terjadi setelah gelombang pecah, kemudian menuju pantai kecepatannya semakin kecil. Berdasarkan perbandingan dengan hasil analitik, distribusi kecepatan arus *longshore* terdapat kesesuaian yang cukup baik dengan model numerik (gambar 2).

Jika sudut gelombang datang makin besar, distribusi kecepatan arus *longshore* bergeser ke arah pantai karena garis gelombang pecahnya juga bergeser ke arah pantai (gambar 3)



Gambar 2. Distribusi arus *longshore*, tinggi gel dan tegangan radiasi untuk sudut datang gelombang 20°



Gambar 3. Distribusi arus *longshore* pada berbagai sudut gelombang datang

5.3 Verifikasi model gelombang

Untuk menguji kemampuan dan kehandalan model dalam mensimulasikan transformasi gelombang pada kasus yang mencakup pengaruh *shoaling*, refraksi, difraksi, dissipasi energi karena gesekan dasar dan gelombang pecah serta arus, maka dilakukan verifikasi dengan cara membandingkan hasil penelitian Wiegel (1962), Johnson (1952) dalam SPM (1984) dan Wei (1998) dengan model numerik yang telah dikembangkan. Verifikasi ini dilakukan pada kasus aliran melalui *breakwater* ganda, kasus aliran melalui *breakwater* tunggal dan kasus aliran pada uji Berkhoff (1982) dalam Wei (1998).

a. Verifikasi model aliran pada *breakwater* ganda

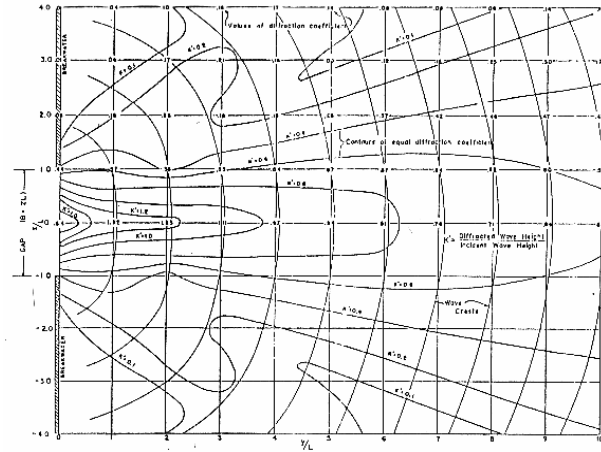
Verifikasi pada kasus ini mengacu pada penelitian Johnson (1952). Model diuji pada kedalaman perairan konstan $h=15\text{m}$, gelombang datang berarah 0° terhadap sumbu-x (tegak lurus garis pantai) dengan tinggi gelombang $H=1.0\text{m}$ dan periode $T=9.3$ detik. Lebar celah diantara *breakwater* ditentukan dua kali panjang gelombang $B=2L$.

Hasil verifikasi antara model dengan hasil penelitian Johnson (1952) disajikan pada gambar 4-5. Pada model hasil simulasi menunjukkan sedikit perbedaan dibandingkan dengan model Johnson, karena pada model hasil simulasi diperhitungkan efek *shoaling*, refraksi, difraksi, arus dan dissipasi energi sedangkan model Johnson hanya mempertimbangkan efek refraksi dan difraksi gelombang.

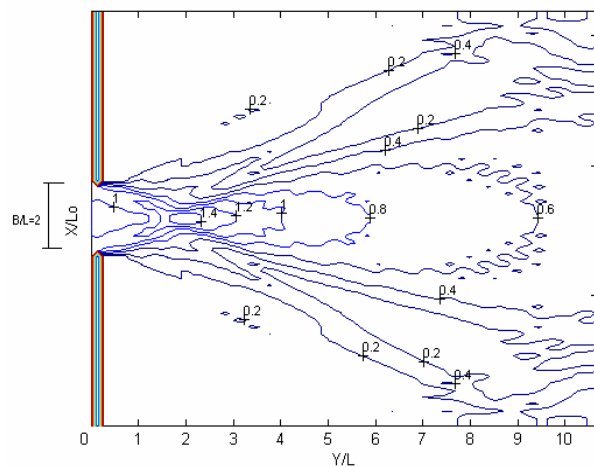
b. Verifikasi model aliran pada *breakwater* tunggal

Untuk verifikasi model pada kasus ini, model diuji pada perairan dengan kedalaman konstan $h=15\text{m}$ dan gelombang datang membentuk sudut 30° terhadap sumbu-x dengan tinggi gelombang $H=1.0\text{m}$ dan periode gelombang $T=9.3$ detik.

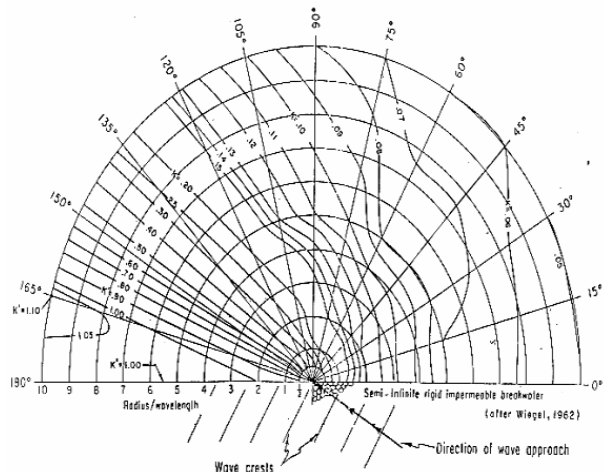
Selanjutnya model hasil simulasi (gambar 7) dibandingkan dengan penelitian Wiegel (1962) (gambar 6) yang disajikan dalam bentuk diagram difraksi. Dari hasil perbandingan kedua model tersebut, secara umum menunjukkan kemiripan. Sedangkan perbedaan yang ada disebabkan karena pada model dimasukkan pengaruh arus dan dissipasi energi.



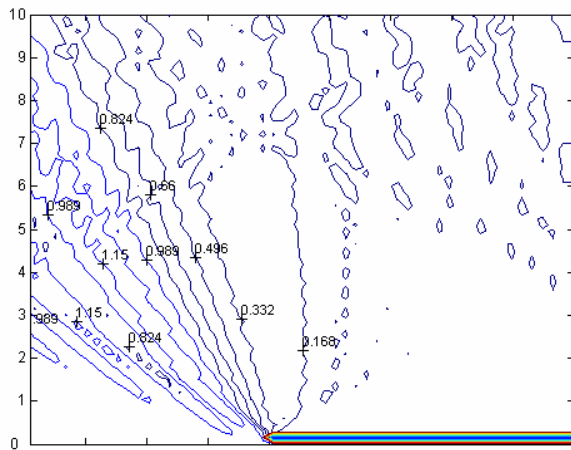
Gambar 4. Diagram difraksi model Johnson (1952)



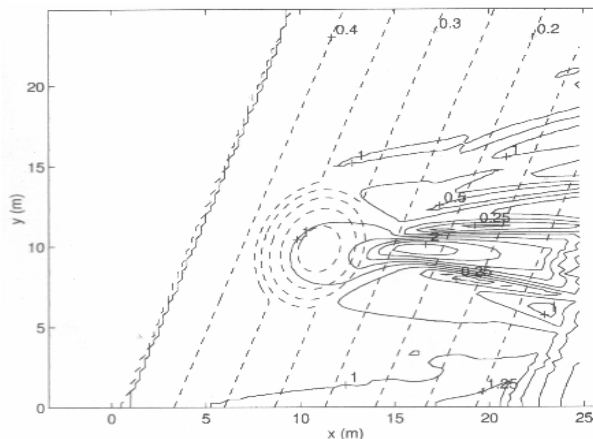
Gambar 5. Diagram difraksi hasil simulasi model



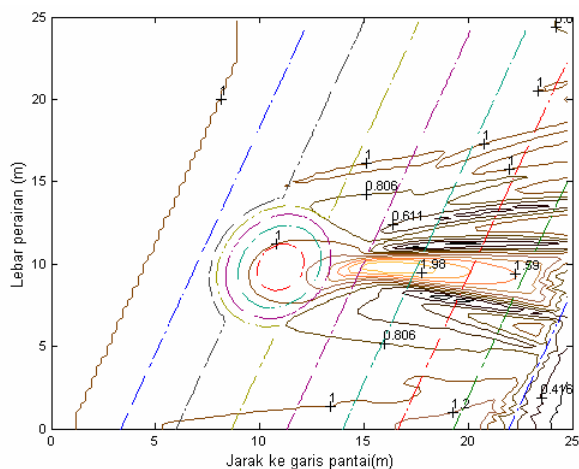
Gambar 6. Diagram difraksi gelombang untuk sudut datang gelombang 30° model Wiegel (1962)



Gambar 7. Diagram difraksi gelombang untuk sudut datang gelombang 30° hasil simulasi model



Gambar 8. Kontur tinggi gelombang model Wei (1998)



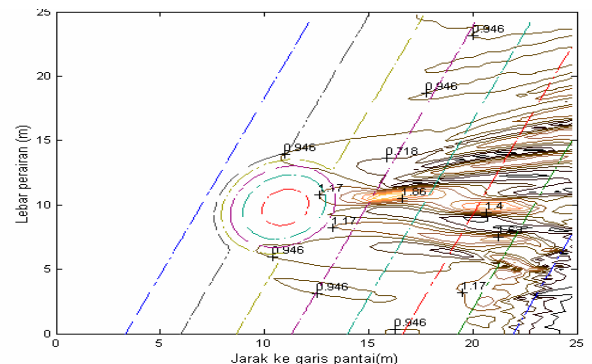
Gambar 9. Kontur tinggi gelombang hasil simulasi model : tanpa pengaruh arus

c. Verifikasi model aliran pada uji berkhoff

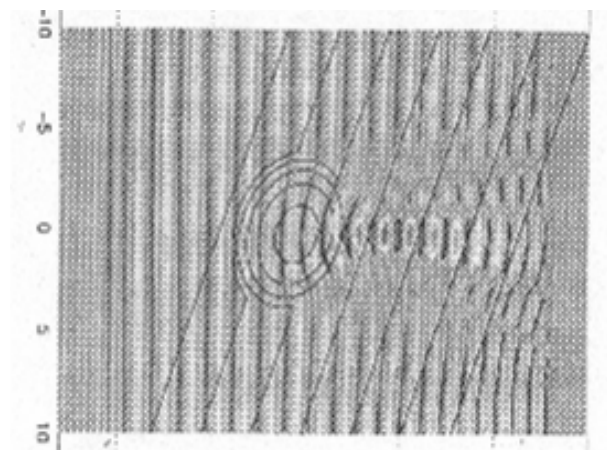
Hasil percobaan Berkhoff (1982) telah banyak digunakan sebagai pengujian standar untuk verifikasi model persamaan *mild-slope*. Akurasi yang dihasilkan oleh model numerik tergantung dari beberapa faktor, antara lain pengaruh *shoaling*, refraksi, difraksi dan interaksi pengaruh *nonlinierity*. Model *mild-slope* telah mampu menyelesaikan masalah kombinasi refraksi-difraksi, tetapi suku interaksi *nonlinier* belum dimasukkan kedalam persamaan. Kirby dan Dalrymple (1984) telah memasukkan suku *non-linier* ini kedalam persamaan parabolik dan memberikan hasil yang baik.

Verifikasi pada kasus uji Berkhoff (1982) ini dilakukan dengan mensimulasikan model dengan batimetri seperti yang digunakan pada percobaan Berkhoff. Kemudian model hasil simulasi dibandingkan dengan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh Wei (1998) (gambar 10-13).

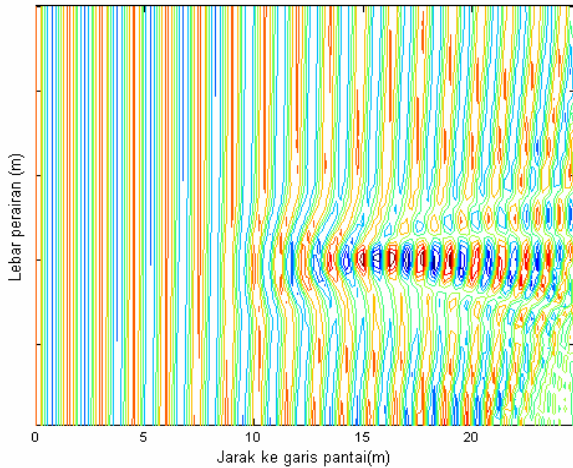
Berdasarkan perbandingan tersebut dapat dilihat bahwa pada kontur tinggi gelombang dan elevasi muka air hasil simulasi model menunjukkan adanya kemiripan dengan hasil penelitian Wei (1998), tetapi perbedaan yang ada karena pada model mempertimbangkan pengaruh arus.



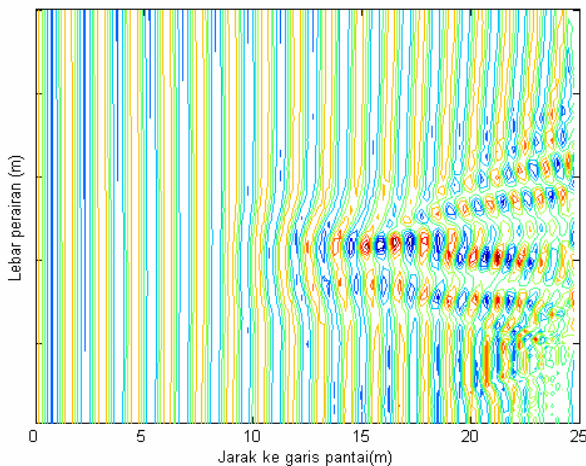
Gambar 10. Kontur tinggi gelombang hasil simulasi model : dengan pengaruh arus



Gambar 11. Tampak atas elevasi muka air model Wei (1998)



Gambar 12. Tampak atas elevasi muka air hasil simulasi model : tanpa pengaruh arus



Gambar 13. Tampak atas elevasi muka air hasil simulasi model : dengan pengaruh arus

6. Kesimpulan

- Model numerik yang telah dikembangkan ini dapat mensimulasikan arus akibat induksi gelombang dengan baik. Hal ini terbukti dari hasil verifikasi model dengan hasil analitik didapat kecepatan rata-rata arus *longshore* kurang dari 5%.
- Berdasarkan verifikasi model gelombang dengan penelitian Wei (1998) menunjukkan adanya kemiripan, sedangkan jika dibandingkan dengan penelitian Johnson (1952) dan Wiegel (1962) sedikit terjadi perbedaan karena pada model mempertimbangkan efek arus.
- Model dapat menunjukkan efek shoaling, refraksi, difraksi dan dissipasi energi, selain itu model dapat mensimulasikan gelombang dari berbagai arah gelombang datang pada satu domain komputasi

Daftar Pustaka

- Booij, N., 1983, "A Note on The Accuracy of The Mild Slope Equation", Coastal Engineering, Vol. 7, pp. 191-203
- Chawla, A & Kirby, J.T., 1996, "Wave Transformation Over a Submerged Shoal", CACR-96-03, Dept. Civil Eng., Univ. of Delaware
- Dalrymple, R.A., dan Kirby, J.T., 1994, "Combined Refraction-Diffraction Model", CACR-94-22, Depart. Civil Eng., Univ. of Delaware
- Dean, R.G. dan R.A. Dalrymple, 1984, "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists", Englewood Cliffs, Prentice Hall
- Horikawa, K., 1978, "Coastal Engineering: An Introduction to Ocean Engineering", Univ. of Tokyo Press.
- Kirby, J.T. dan Dalrymple, R.A., 1983, "A Parabolic Equation For Combined Refraction-Diffraction of Stokes by Mild Varying Topography", Journal Fluid Mechanics, Vol. 136, pp. 543-566
- Kirby, J.T. dan Dalrymple, R.A., 1984, "Verification of A Parabolic Equation for Propagation of Weakly Non-Linear Waves", Coastal Engineering, 8, 219-232
- Kirby, J.T. dan Dalrymple, R.A., 1986, "An Approximate Model For Nonlinear Dispersion In Monochromatic Wave Propagation Models", Coastal Engineering, Vol. 9, pp. 545-561
- Muir, A.M. & Flemming, C.A., 1969, "Coastal Hydraulics", The Macmillan Press Ltd.
- Mei, C. C., 1989, "The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves", World Scientific
- U. S. Army Coastal Engineering Research Centre, 1984, "Shore Protection Manual", Volume I
- Wei, G. & Kirby, J.T., 1998, "Simulation of Water Waves by Boussinesq Models", CACR-98-02, Dept. Civil Eng., Univ. of Delaware.