

Aplikasi *Stake-Out* Titik dengan Akurasi Tinggi

S. Hendriatiningsih

Kelompok Keilmuan Surveying & Kadaster
Fakultas Ilmu dan Teknologi Kebumihan
Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha No. 10 Bandung 40132
hningsih@gd.itb.ac.id

Abstrak

Salah satu pekerjaan penting dalam surveying rekayasa adalah melakukan *stake-out* titik rencana desain geometri baik horisontal maupun vertikal di permukaan bumi. Untuk memenuhi akurasi titik *stake-out* yang diinginkan, standar deviasi titik *stake-out* yang dicapai harus lebih kecil dari standar deviasi titik *stake-out* yang diinginkan. Standar deviasi titik *stake-out* yang dicapai dalam setting-out sudut dan jarak dipengaruhi oleh standar deviasi titik ikat dan akurasi peralatan yang digunakan. Untuk mengaplikasikan *stake-out* titik di permukaan bumi, diperlukan pemilihan peralatan surveying sesuai standar deviasi titik *stake-out* yang diinginkan. Metode hitungan data *stake-out* titik ini bermanfaat untuk aplikasi *stake-out* titik yang membutuhkan akurasi tinggi.

Kata-kata Kunci: *Stake-out* titik, standar deviasi, akurasi tinggi.

Of important tasks on engineering surveying is the staking out of points on geometric design, either horizontally or vertically. In order to satisfy the required accuracy, the achieved accuracy should be smaller than the required one. The achieved point standard deviation using setting-out of angle and distance on field was influenced by known point standard deviation and instrument accuracy. Stake-out data computation methods in this study are rather valuable in the special application which require high accuracy.

Keywords: *Stake-out*, standard deviation, high accuracy,

1. Pendahuluan

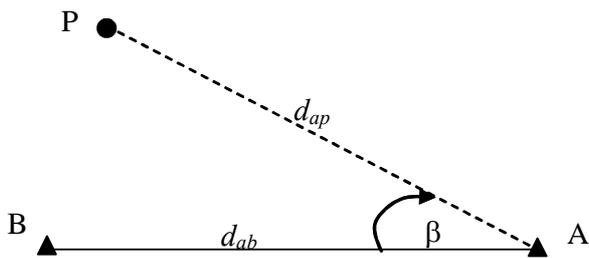
Salah satu pekerjaan penting dalam surveying rekayasa (*Engineering Surveying*) adalah pematokan (*setting-out/staking-out*). Implementasi *staking-out* geometri horisontal dan vertikal yang dilakukan adalah untuk memenuhi akurasi tertentu yang diinginkan.

Dalam tulisan ini, *stake-out* titik-titik geometri horisontal dilakukan menggunakan alat Total Station dengan cara koordinat polar (β , d), yang saat ini banyak dipakai oleh para surveyor. *Stake-out* titik ini dilakukan dari titik-titik ikat yang diketahui koordinatnya, dimana satu titik ikat yang dipakai untuk tempat berdiri alat dan titik ikat lainnya dipergunakan sebagai target untuk arah awal jurusan atau arah awal dalam membuat sudut polar (β).

Akurasi titik *stake-out* yang diinginkan pada *surveying* rekayasa, misalnya $\mu_P = \pm(1-2)$ cm, sedangkan pada sistem peralatan mesin yang presisi bisa mencapai $\mu_P = \pm(1-2)$ mm (Anderson and Mikhail, 1998).

Stake-out titik P disini disebut sebagai cara koordinat polar yaitu dengan membuat sudut horisontal β dan jarak horisontal d_{ap} dari titik ikat A, sedangkan titik ikat B dipergunakan sebagai target atau arah awal untuk membuat sudut horisontal β , seperti pada **Gambar 1**.

Prinsip dasar dari teori kesalahan menyatakan bahwa setiap pengukuran selalu mempunyai kesalahan, atau pengukuran tanpa kesalahan adalah tidak mungkin (Wolf and Ghilani, 1997). Oleh karena itu, akurasi yang diperoleh dapat didefinisikan sebagai resultan



Gambar 1. Stake-out titik P dengan cara dari titik ikat A

kesalahan koordinat titik ikat yang merupakan titik-titik poligon, titik triangulasi, atau titi-titik jaringan kerangka dasar pemetaan.

Kesalahan-kesalahan yang mempengaruhi pengukuran pada unsur-unsur stake-out yaitu (β , d) dapat dinyatakan sebagai standar deviasi titik stake-out yang diperoleh yaitu $\pm\sigma_P$ (Baykal, unpublished, 2002 dalam Baykal et.al, 2005). Untuk memenuhi akurasi yang diinginkan, maka harus dipenuhi syarat $|\sigma_P| \leq |\mu_P|$ dan harus dipertimbangkan dalam proses perencanaan stake-out titik.

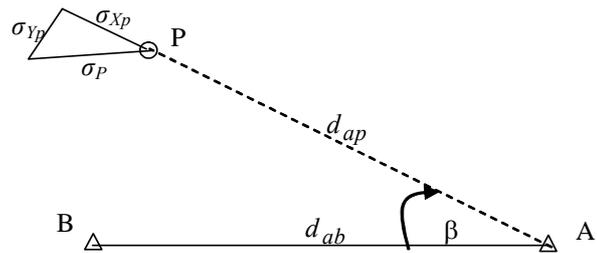
2. Kesalahan-Kesalahan yang Mempengaruhi Stake-Out Titik

Sumber-sumber kesalahan yang mempengaruhi pengukuran diklasifikasikan ke dalam 3 kelompok (Anderson and Mikhail, 1998), yaitu kesalahan alat, kesalahan manusia dan kesalahan akibat atmosfer. Dalam tulisan ini, yang dipertimbangkan hanyalah akibat adanya kesalahan alat, sedangkan faktor-faktor kesalahan dari manusia dan atmosfer tidak diperhitungkan.

Pada umumnya, kesalahan-kesalahan yang terdapat pada alat theodolit adalah kesalahan sumbu vertikal, kesalahan sumbu horisontal, salah kolimasi, salah centering dan kualitas theodolit. Beberapa kesalahan dapat dieliminasi dengan melakukan beberapa pemeriksaan (checking) dan kalibrasi (Anderson and Mikhail, 1998).

Yang dimasukkan ke dalam perhitungan untuk mendapatkan akurasi titik P hasil stake-out, hanya kesalahan centering di titik ikat A, B dan titik rencana P, kualitas alat dan standard deviasi posisi titik ikat yang dipergunakan. Sehingga, akurasi posisi titik stake-out P yang dicapai, bergantung pada kesalahan centering dan kualitas alat serta kesalahan posisi titik ikat yang dipergunakan.

Diasumsikan bahwa akurasi posisi titik stake-out P yang dicapai merupakan dua komponen σ_{xp} dan σ_{yp} , seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Komponen-komponen standar deviasi titik stake-out yang dicapai

$$\text{maka: } \sigma_P = \pm\sqrt{\sigma_{Xp}^2 + \sigma_{Yp}^2} \quad (1)$$

Standar deviasi titik stake-out σ_{yp} merupakan resultan dari standard deviasi yang dibentuk oleh sumber-sumber kesalahan yang terjadi akibat setting sudut β . Kesalahan centering karena melakukan pengukuran (setting) sudut β di titik A adalah σ_{s_A} , di titik B adalah σ_{s_B} , di titik P adalah σ_{s_P} dan kualitas alat ukur sudut yang dipakai ($=\sigma_{s_d}$) serta standar deviasi posisi titik ikat A dan B ($=\sigma_{s_{AB}}$), sehingga jumlah standar deviasi yang harus dimasukkan kedalam hitungan σ_{yp} , sebagai berikut (Baykal O et.al, 2005):

$$\sigma_{Yp} = \pm\sqrt{(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_d}^2 + \sigma_{s_{AB}}^2} \quad (2)$$

$$\sigma_{Xp} = \pm\sqrt{(\sigma_{d_A} + \sigma_{d_P})^2 + \sigma_{d_a}^2 + \sigma_{d_{AP}}^2} \quad (3)$$

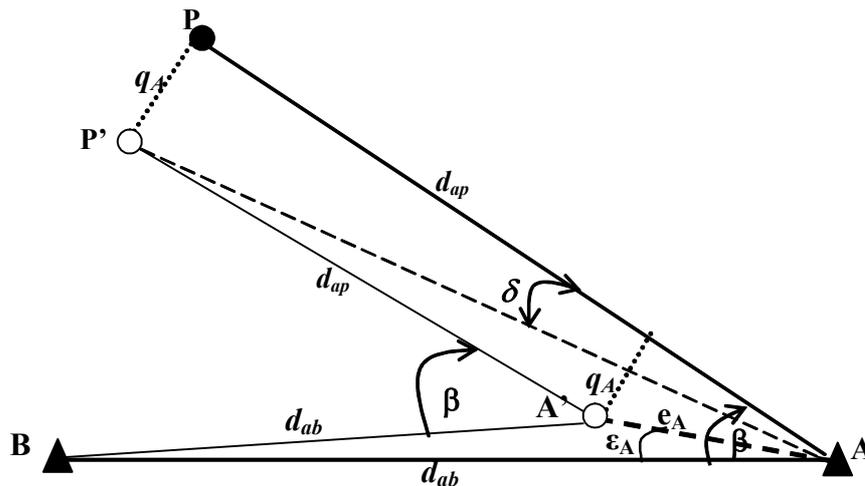
2.1 Kesalahan-kesalahan dalam melakukan setting sudut β

Stake-out titik P tanpa kesalahan, dapat dilihat pada Gambar 1. Jika terjadi kesalahan centering pada alat theodolit di titik A sehingga posisinya menjadi titik A', maka stake-out titik P akan jatuh di titik P', seperti pada Gambar 3.

2.1.1 Kesalahan centering di titik ikat A

Dengan diketahuinya koordinat titik-titik ikat A (X_A, Y_A), B (X_B, Y_B) dan koordinat titik yang akan di stake-out yaitu titik rencana P (X_P, Y_P), maka dapat dihitung unsur-unsur stake-out titik P, yaitu sudut dan jarak (β , d_{ap} , d_{ab}) dimana α_{AP} dan α_{AB} adalah sudut jurusan AP dan AB, sehingga:

$$\beta = \alpha_{AP} - \alpha_{AB} = \arctan \frac{Y_P - Y_A}{X_P - X_A} - \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \quad (4)$$



Gambar 3. Kesalahan centering di titik A akibat setting sudut β

$$d_{ap} = \sqrt{(X_P - X_A)^2 + (Y_P - Y_A)^2} \quad (5)$$

$$d_{ab} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \quad (6)$$

Walaupun dalam mengatur alat theodolit dilakukan secara hati-hati, komponen kesalahan *centering* di titik ikat A tidak dapat diabaikan. Ketika melakukan *setting* sudut BAP = β , dan terjadi kesalahan *centering* di titik A yaitu (ϵ_A, e_A), maka *setting* sudut BAP menjadi BAP' = $\beta - \delta$. Akibatnya, posisi titik P yang tidak mempunyai kesalahan akan jatuh di titik P' yang memiliki kesalahan sebesar q_A .

Kesalahan *centering* alat di titik ikat A relatif kecil, sehingga sudut δ juga relatif kecil dan kesalahan q_A juga relatif kecil dibandingkan jarak d_{ap}, d_{ab} . Oleh karena itu dapat diasumsikan bahwa

$$A'P' \cong \overline{AP} = d_{ap} \text{ dan } \overline{A'B} \cong AB = d_{ab}$$

Kesalahan *centering* adalah kesalahan sistematis yang terjadi dan tidak diketahui secara langsung oleh pemakai alat. Menurut (Baykal O *et.al*, 2005), tidak mungkin dapat menghitung kesalahan q_A dan tidak mungkin pula melakukan koreksi terhadap posisi titik P' dengan besaran q_A pada saat melakukan *stake-out* titik. Oleh karena itu, solusinya adalah dengan memasukan pengaruh kesalahan *centering* ke dalam standar deviasi titik P yang dicapai, yaitu σ_P (Wolf and Ghilani, 1997).

Kesalahan q_A dari titik *stake-out* adalah unsur dari sekumpulan data yang terdistribusi normal dan standar deviasinya adalah σ_{q_A} . Jika unsur dari sekumpulan data memiliki maksimum yang dinyatakan sebagai $\max q_A$, maka standar deviasi σ_{q_A} :

$$\sigma_{q_A} = \frac{\max q_A}{2,965} \cong \frac{\max q_A}{3} \quad (7)$$

dengan batas kepercayaan 99,7% adalah benar (*valid*) (Wolf and Ghilani, 1997).

Nilai σ_{q_A} dan komponen σ_P yang dicapai, dapat diperoleh dari **Persamaan (7)** jika nilai $\max q_A$ dapat dihitung. Secara matematik, nilai q_A terletak pada interval $-\infty < q_A < +\infty$ dan bergantung pada nilai e_A yang terletak dalam interval $0 \leq e_A \leq \max e_A$. Nilai maksimum e_A dapat dilihat pada brosur spesifikasi alat yang akan dipakai seperti pada **Tabel 1**.

$$\sigma_{s_A} = \pm \frac{\max e_A}{3d_{ab}} \sqrt{d_{ab}^2 - 2d_{ab}d_{ap} \cos \beta + d_{ap}^2} \quad (8)$$

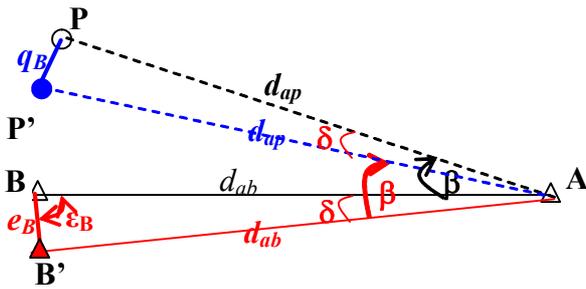
2.1.2 Kesalahan centering di titik target B

Target yang diletakan pada titik ikat lainnya yaitu titik B yang dipergunakan sebagai arah awal jurusan dalam membuat sudut β di titik ikat A, sehingga diperoleh titik P yang akan di *stake-out*. Jika terjadi kesalahan *centering* target di titik B sebesar e_B , maka titik B akan jatuh ke titik B' dan ketika *setting* sudut β , titik P akan jatuh di titik P', dengan kesalahan q_B seperti pada **Gambar 4**.

Tabel 1. Nilai $\max e_A$

Alat centering	$\max e_A$ (mm)	Keterangan
Uting-unting	5	Tidak ada angin
Optical plummet	1	Sumbu utama, tegak
Centering paksa	0,3	Disegala kondisi
Pin	0,2	$d_{ap} < 50$ m

[Schofield, 2001]



Gambar 4. Kesalahan centering di titik target B akibat setting sudut β

Pada kenyataannya e_B dan q_B relatif kecil terhadap d_{ab} dan d_{ap} , dan sudut δ merupakan sudut yang kecil. Dengan asumsi bahwa

$$\overline{AB'} \cong \overline{AB} = d_{ab} \text{ dan } \overline{AP'} \cong \overline{AP} = d_{ap}$$

seperti pada Gambar 4, maka

$$q_B = \delta d_{ap} \text{ dan } \delta = \frac{e_B}{d_{ab}} \sin \varepsilon_B, \text{ sehingga:}$$

$$q_B = \frac{d_{ap}}{d_{ab}} e_B \sin \varepsilon_B \tag{9}$$

Oleh karena tidak memungkinkan untuk melakukan koreksi terhadap posisi di titik P' dan tidak mungkin menghitung nilai numerik q_B , maka pengaruh kesalahan centering harus dimasukkan kedalam standar deviasi titik stake-out P yang dicapai, yaitu σ_P .

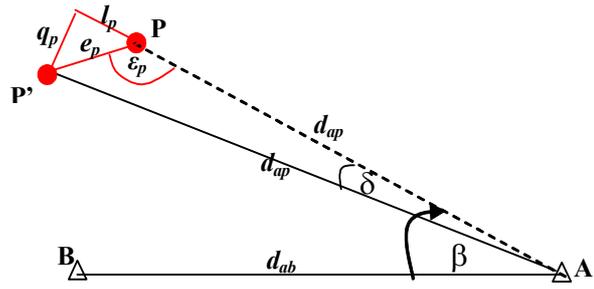
Seperti penjelasan pada kesalahan centering di titik ikat A, maka berlaku pula untuk titik ikat lainnya yaitu titik target B, sehingga berlaku pula untuk q_B , $\sigma_{\beta B}$, $\max q_B$, e_B , $\max e_B$, dan diperoleh (Baykal O *et.al*, 2005) :

$$\sigma_{sB} = \pm \frac{\max e_B d_{ap}}{3d_{ab}} \tag{10}$$

2.1.3 Kesalahan centering di titik stake-out P

Untuk memberi tanda pada titik rencana yang akan di stake-out dapat dipergunakan tanda seperti patok kayu, pin, unting-unting dan lain-lain. Oleh karena itu kesalahan centering di titik P yaitu (ε_p , e_p) tak dapat dihindarkan lagi, sehingga akan mempengaruhi posisi titik P yang akan di stake-out, seperti pada Gambar 5.

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, maka kesalahan posisi titik P yang di stake-out memiliki komponen q_P dari e_p dengan standar deviasi σ_{sP} (Baykal O *et.al*, 2005):



Gambar 5. Kesalahan centering di titik stake-out P akibat setting sudut β

$$\sigma_{sP} = \pm \frac{\max e_p}{3} \tag{11}$$

2.1.4 Kualitas alat

Kualitas alat theodolit umumnya dinyatakan dengan standar deviasi σ_a'' yang diberikan oleh pabrik, maka standar deviasi setting sudut β dengan pengamatan n kali, menurut (Wolf and Ghilani, 1997) adalah:

$$\sigma_{sa} = \pm \frac{\sqrt{2\sigma_a}}{\sqrt{n}} \tag{12}$$

Selanjutnya komponen σ_{sQ} ditambahkan ke akurasi titik stake-out P yang dicapai, sehingga standar deviasi setting sudut β dengan kualitas alat theodolit yang memiliki standar deviasi σ_a'' adalah (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{sa} = \pm \sqrt{\frac{2}{n} d_{ap} \sigma_a} \tag{13}$$

2.1.5 Kesalahan posisi titik ikat A dan titik ikat B

Titik ikat A dan B merupakan titik kontrol baru, yang dibangun untuk kegiatan survey rekayasa dan koordinatnya diikatkan ke jaring kontrol nasional seperti Kerangka Dasar Kadaster Nasional (KDKN) yang menggunakan sistem koordinat Transverse Mercator 3⁰ (TM-3⁰). Misalkan koordinat A(X_A , Y_A) dan B(X_B , Y_B) dihitung menggunakan hitung-perataan jaringan, maka akan diperoleh matrik variansi-kovariansi (VCV) koordinat titik A dan B, sebagai berikut:

$$VCV_{AB} = \begin{vmatrix} \sigma_{X_A}^2 & \sigma_{X_A Y_A} & \sigma_{X_A X_B} & \sigma_{X_A Y_B} \\ & \sigma_{Y_A}^2 & \sigma_{Y_A X_B} & \sigma_{Y_A Y_B} \\ & & \sigma_{X_B}^2 & \sigma_{X_B Y_B} \\ & & & \sigma_{Y_B}^2 \end{vmatrix} \tag{14}$$

Jika hukum perambatan kesalahan diaplikasikan ke **Persamaan (4)** dengan mempertimbangkan **Persamaan (14)** dan standar deviasi sudut *stake-out* β ($= \sigma_\beta$), maka (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_\beta^2 = \frac{1}{d_{ab}^4} [A + B + C + 2(D + E + F + G + H + I)] \quad (15)$$

dimana:

$$A = \frac{\{d_{ab}^2 (Y_P - Y_A) - d_{ap}^2 (Y_B - Y_A)\}^2}{d_{ap}^4} \sigma_{X_A}^2$$

$$B = \frac{\{-d_{ab}^2 (X_P - X_A) + d_{ap}^2 (X_B - X_A)\}^2}{d_{ap}^4} \sigma_{Y_A}^2$$

$$C = (Y_B - Y_A)^2 \sigma_{X_B}^2 + (X_B - X_A)^2 \sigma_{Y_B}^2$$

$$D = \frac{\{d_{ab}^2 (Y_P - Y_A) - d_{ap}^2 (Y_B - Y_A)\} \{-d_{ab}^2 (X_P - X_A) + d_{ap}^2 (X_B - X_A)\}}{d_{ap}^4} \sigma_{X_A Y_A}$$

$$E = \frac{\{d_{ab}^2 (Y_P - Y_A) - d_{ap}^2 (Y_B - Y_A)\} (Y_B - Y_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{X_A X_B}$$

$$F = \frac{\{-d_{ab}^2 (Y_P - Y_A) + d_{ap}^2 (Y_B - Y_A)\} (X_B - X_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{X_A Y_B}$$

$$G = \frac{\{-d_{ab}^2 (X_P - X_A) + d_{ap}^2 (X_B - X_A)\} (Y_B - Y_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{Y_A X_B}$$

$$H = \frac{d_{ab}^2 (X_B - X_A) (X_P - X_A) - d_{ap}^2 (X_B - X_A)^2}{d_{ap}^2} \sigma_{Y_A Y_B}$$

$$I = \{- (Y_B - Y_A) (X_B - X_A)\} \sigma_{X_B Y_B}$$

Selanjutnya, komponen standar deviasi σ_p yang dicapai dapat diturunkan dan standar deviasi kesalahan posisi titik ikat yang dibentuk karena *setting* sudut β , sebagai berikut (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{S_{AB}} = \pm \sigma_\beta d_{ap} \quad (16)$$

Jika matriks variansi-kovariansi tidak diketahui, maka **Persamaan (16)** tidak dapat dipergunakan.

2.2 Kesalahan-kesalahan dalam membuat jarak *stake-out* (d_{ap})

Diasumsikan bahwa membuat jarak d_{ap} di lapangan,

dilakukan dengan menggunakan alat Total Station. Kesalahan *centering* di titik ikat A dan di titik *stake-out* P, kualitas alat EDM dan kesalahan-kesalahan koordinat titik ikat diperhitungkan sebagai sumber-sumber kesalahan dalam membuat jarak *stake-out*.

2.2.1 Kesalahan *centering* di titik ikat A dan di titik *stake-out* P

Kesalahan *centering* di titik ikat menyebabkan kesalahan longitudinal l_A (arah AP) pada pemasangan titik *stake-out*, seperti **Gambar 6**.

Oleh karena tidak memungkinkan untuk melakukan koreksi posisi dengan menghitung besaran kesalahan, maka pengaruh kesalahan dimasukkan ke dalam akurasi titik P yang dicapai. Seperti pada penjelasan sebelumnya, maka dari **Gambar 6** diperoleh $l_A = e_A \cos(\beta - \varepsilon_A)$ dan

$$\frac{dl_A}{d\varepsilon_A} = e_A \sin(\beta - \varepsilon_A) = 0 \text{ maka:}$$

$$\cos(\beta - \varepsilon_A) = 1$$

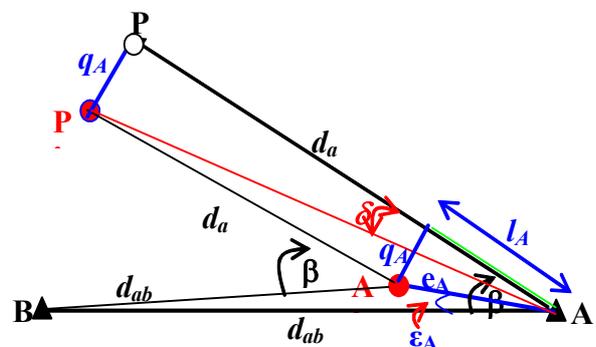
Dapat dituliskan bahwa $\max l_A = \max e_A$ dan diturunkan seperti standar deviasi kesalahan *centering* di titik ikat A akibat *setting* jarak σ_{d_A} sebagai berikut (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{d_A} = \pm \frac{\max e_A}{3} \quad (17)$$

Oleh karena titik B tidak dipergunakan untuk *setting* jarak d_{ap} , maka tidak ada perhitungan standar deviasi kesalahan *centering* di titik ikat B.

Untuk kesalahan *centering* di titik *stake-out* P, σ_{d_P} akibat *setting* jarak dapat dituliskan sebagai berikut (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{d_P} = \pm \frac{\max e_P}{3} \quad (18)$$



Gambar 6. Kesalahan *centering* di titik A akibat *setting* jarak d_{ap}

yang dimasukkan ke dalam akurasi titik P yang dicapai. Nilai-nilai $\max e_A$ dan $\max e_P$ dapat diperoleh dari **Tabel 1**.

2.2.2 Kualitas alat EDM

Kualitas alat EDM dinyatakan oleh standard deviasi yang diberikan oleh pabrik (Wolf and Ghilani, 1997; Schofield, 2001):

$$\sigma_{d(mm)} = \pm a \pm d [ppm] \tag{19}$$

dengan a adalah pengaruh kesalahan jarak dan d adalah bagian dari jarak. Dengan mengasumsikan pengaruh kedua kesalahan ini bebas dari lainnya, standard deviasi σ_{da} yang merupakan komponen akurasi P yang dicapai, diperoleh (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{da(mm)} = \pm \sqrt{(a(mm))^2 + (d(mm)d_{ap(km)})^2} \tag{20}$$

2.2.3 Kesalahan koordinat titik ikat A dan titik rencana P

Jarak *stake-out* dihitung dengan **Persamaan (5)**. Dengan mengaplikasikan hukum perambatan kesalahan dan mempertimbangkan persamaan matriks variansi-kovariansi, maka komponen $\pm \sigma_{dAP}$ dari akurasi P yang dicapai, sebagai berikut (Baykal O *et.al*, 2005):

$$\sigma_{dAP} = \pm \sqrt{\frac{1}{d_{ap}^3} \left\{ (X_P - X_A)^2 \sigma_{X_A}^2 + (Y_P - Y_A)^2 \sigma_{Y_A}^2 + 2(X_P - X_A)(Y_P - Y_A)\sigma_{XY_{AP}} \right\}} \tag{21}$$

Jika matriks variansi-kovariansi tidak diketahui, maka **Persamaan (21)** tidak dapat dipergunakan.

2.3 Hitungan komponen-komponen kesalahan dalam *stake-out* titik

Diasumsikan bahwa standard deviasi titik *stake-out* yang diinginkan adalah μ_P dan terdiri dari dua komponen yaitu μ_{X_P}, μ_{Y_P} , maka seperti pada **Persamaan (1)** dan **Gambar 2**, maka dapat dituliskan

$$\mu_P = \pm \sqrt{\mu_{X_P}^2 + \mu_{Y_P}^2}$$

dan harus memenuhi akurasi yang dibutuhkan yaitu

$$|\sigma_P| \leq |\mu_P| \text{ dan } |\sigma_{X_P}| \leq |\mu_{X_P}| \text{ dan } |\sigma_{Y_P}| \leq |\mu_{Y_P}|$$

harus *valid*, dimana σ_P yaitu standar deviasi titik *stake-out* yang dicapai, dapat dihitung dalam setiap proses *stake-out*.

Jika $|\mu_{X_P}| = |\sigma_{X_P}|$ maka μ_{X_P}

dapat dihitung. Oleh karena standard deviasi μ_P yang diinginkan adalah diketahui, maka

$$\mu_{Y_P} \text{ dapat dihitung dari } \mu_{Y_P} = \pm \sqrt{\mu_P^2 - \sigma_{X_P}^2}$$

dan memenuhi $|\sigma_{Y_P}| \leq |\mu_{Y_P}|$

dimana σ_{Y_P} telah dihitung

Komponen-komponen $\sigma_{s_A}, \sigma_{s_B}, \sigma_{s_P}, \sigma_{s_{AB}}$ dari σ_{X_P}

adalah besaran yang dapat dihitung dan σ_{s_A} tidak mungkin untuk dihitung karena repetisi n pada **Persamaan (13)** tidak diketahui. Dengan menggunakan **Persamaan (3)** dan syarat

$$|\sigma_{Y_P}| \leq |\mu_{Y_P}|$$

serta memasukan ke dalam **Persamaan (13)**, diperoleh (Baykal O *et.al*, 2005):

$$n \geq \frac{2d_{ap}^2 \sigma_a^2}{\mu_{Y_P}^2 - [(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_{AB}}^2]} \tag{22}$$

dengan syarat $\mu_{Y_P}^2 > (\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_{AB}}^2$

Sehingga untuk melakukan *stake-out* dapat (23) direncanakan tahap-tahap hitungan sebagai berikut:

1. Bentuk $(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2$ dipertimbangkan untuk membuat **Persamaan (23)** dengan pendekatan $\max e$ dari alat centering yang mengacu pada **Tabel 1** atau dari spesifikasi alat yang dipakai.
2. Hitung $\sigma_{s_{AB}}^2$ dari **Persamaan (16)**
3. Jumlah repetisi (n) dihitung melalui **Persamaan (22)**. Jumlah repetisi (n) harus beralasan (masuk akal) dan dapat diaplikasikan.

Sebagai contoh hitungan untuk *stake-out* titik P dari titik ikat A dengan arah target ke titik ikat B, diketahui sebagai berikut (Umarjono *et.al*, 1998):

Tabel 2. Koordinat titik sistem proyeksi TM-3⁰

No Titik	KOORDINAT SEJATI	
	X (m)	Y (m)
A	39158,857	- 703795,356
B	39154,999	- 703774,835
P	39130,440	- 703769,261

dan matriks variansi-kovariansi posisi titik ikat adalah sebagai berikut:

$$VCV_{AB} = \begin{vmatrix} \sigma_{X_A}^2 = 0,000028 & \sigma_{X_A Y_A} = 0 & \sigma_{X_A X_B} = 0,000014 & \sigma_{X_A Y_B} = 0,000014 \\ & \sigma_{Y_A}^2 = 0,000027 & \sigma_{Y_A X_B} = -0,000014 & \sigma_{Y_A Y_B} = 0,000014 \\ & & \sigma_{X_B}^2 = 0,000020 & \sigma_{X_B Y_B} = -0,000014 \\ & & & \sigma_{Y_B}^2 = 0,000020 \end{vmatrix}$$

Standar deviasi titik P yang diinginkan adalah $\mu_P = \pm 5mm$

Direncanakan menggunakan peralatan dengan ketelitian $e_A = 1 mm$, $e_B = 3 mm$, $e_P = 3 mm$, $\sigma_\alpha = 1''$, $\sigma_d = \pm 2 \pm 2 [ppm]$

Tahapan hitungan dilakukan, sebagai berikut:

1. Hitungan sudut dan jarak

Arah	Sudut Jurusan (α)	Jarak d (m)	Sudut β
AB	349° 21' 09,"62	20,882	36° 47' 30,"420
AP	312° 33' 39,"20	38,584	

2. Hitung $\sigma_{X_P} = \pm \sqrt{(\sigma_{d_A} + \sigma_{d_P})^2 + \sigma_{da}^2 + \sigma_{d_{AP}}^2}$

dari persamaan $|\mu_{X_P}| = |\sigma_{X_P}| \sqrt{VCV}$, σ_{d_A} , σ_{d_P} , σ_{da} , $\sigma_{d_{AP}}$,

$$\sigma_{d_A} = \pm \frac{\max e_A}{3} = \pm \frac{1}{3} = \pm 0,3333mm$$

$$\sigma_{d_P} = \pm \frac{\max e_P}{3} = \pm \frac{3}{3} = \pm 1mm$$

$$\sigma_{da}(mm) = \pm \sqrt{(a(mm))^2 + (d(mm)d_{ap}(km))^2} =$$

$$\pm \sqrt{(2)^2 + (2 \times 0,038584)^2} = \pm 2,001mm$$

$$\sigma_{d_{AP}} = \pm \sqrt{\frac{1}{(38,584)^3} \{(-28,417)^2 (0,000028) + (26,095)^2 (0,000027) + 2(-28,417)(26,095)(0)\}} =$$

$$\sigma_{d_{AP}} = \pm 0,845mm$$

$$\sigma_{X_P} = \pm \sqrt{(\sigma_{d_A} + \sigma_{d_P})^2 + \sigma_{da}^2 + \sigma_{d_{AP}}^2} =$$

$$\sigma_{X_P} = \pm \sqrt{(0,3333+1)^2 + (2,001488171)^2 + (0,844815192)^2} = \pm 2,549mm$$

3. Hitung $\mu_{Y_P} = \pm \sqrt{\mu_P^2 - \sigma_{X_P}^2}$

$$\mu_{Y_P} = \pm \sqrt{(5)^2 - (2,549)^2} = \pm 4,301mm$$

4. Dari persamaan $\mu_{Y_P}^2 > (\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_{AB}}^2$

dihitung

$$\sigma_{s_A} = \pm \frac{\max e_A}{3d_{ab}} \sqrt{d_{ab}^2 - 2d_{ab}d_{ap} \cos \beta + d_{ap}^2}$$

$$\sigma_{s_A} = \pm \frac{1}{3(20882)} \sqrt{(20882)^2 - 2(20882)(38584)(0,800817267) + (38584)^2} = \pm 0,402mm$$

$$\sigma_{s_B} = \pm \frac{\max e_B d_{ap}}{3d_{ab}} = \pm \frac{3 \times 38584}{3 \times 20882} = \pm 1,848mm$$

$$\sigma_{s_P} = \pm \frac{\max e_P}{3} = \pm \frac{3}{3} = 1mm$$

$$(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 = (0,402034839 + 1,847715736 + 1)^2 = (3,249750575)^2$$

$\sigma_{s_{AB}} = \pm \sigma_\beta d_{ap}$ dihitung dari

$$\sigma_\beta^2 = \frac{1}{d_{ab}^4} [A+B+C+2(D+E+F+G+H+I)]$$

dengan:

$$A = \frac{\{d_{ab}^2 (Y_P - Y_A) - d_{ap}^2 (Y_B - Y_A)\}^2}{d_{ap}^4} \sigma_{X_A}^2 =$$

$$A = \frac{\{(20,882)^2 (26,095) - (38,584)^2 (20,521)\}^2}{(38,584)^4} (0,000028) =$$

$$: 0,004643307235$$

$$B = \frac{\{d_{ab}^2 (X_P - X_A) + d_{ap}^2 (X_B - X_A)\}^2}{d_{ap}^4} \sigma_{Y_A}^2 =$$

$$B = \frac{\{-(20,882)^2(-28,417) + (38,584)^2(-3,858)\}^2}{(38,584)^4} (0,000027) =$$

$$0,0005384075491$$

$$C = (Y_B - Y_A)^2 \sigma_{X_B}^2 + (X_B - X_A)^2 \sigma_{Y_B}^2 =$$

$$(20,521)^2(0,000020) + (-3,858)^2(0,000020)$$

$$C = 0,0087199121$$

$$D = \frac{\{d_{ab}^2(Y_P - Y_A) - d_{ap}^2(Y_B - Y_A)\} \{d_{ab}^2(X_P - X_A) + d_{ap}^2(X_B - X_A)\}}{d_{ap}^4} \sigma_{X_A Y_A} =$$

$$D = \frac{\{(20,882)^2(26,095) - (38,584)^2(20,521)\} \{(20,882)^2(-28,417) + (38,584)^2(-3,858)\}}{(38,584)^4} (0) =$$

$$D = 0$$

$$E = \frac{\{d_{ab}^2(Y_P - Y_A) - d_{ap}^2(Y_B - Y_A)\} (Y_B - Y_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{X_A X_B} =$$

$$E = \frac{\{(20,882)^2(26,095) - (38,584)^2(20,521)\} (20,521)}{(38,584)^2} (0,000014) = -0,00369655201$$

$$F = \frac{\{d_{ab}^2(Y_P - Y_A) + d_{ap}^2(Y_B - Y_A)\} (X_B - X_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{X_A Y_B} =$$

$$F = \frac{\{(20,882)^2(26,095) + (38,584)^2(20,521)\} (-3,858)}{(38,584)^2} (0,000014) = -0,000955445527$$

$$G = \frac{\{d_{ab}^2(X_P - X_A) + d_{ap}^2(X_B - X_A)\} (Y_B - Y_A)}{d_{ap}^2} \sigma_{Y_A X_B} =$$

$$G = \frac{\{(20,882)^2(-28,417) + (38,584)^2(-3,858)\} (20,521)}{(38,584)^2} (-0,000014) = -0,001282921975$$

$$H = \frac{d_{ab}^2(X_B - X_A)(X_P - X_A) - d_{ap}^2(X_B - X_A)^2}{d_{ap}^2} \sigma_{Y_A Y_B} =$$

$$H = \frac{(20,882)^2(-3,858)(-28,417) - (38,584)^2(-3,858)^2}{(38,584)^2} (0,000014) = 0,0002411925823$$

$$I = \{-(Y_B - Y_A)(X_B - X_A)\} \sigma_{X_B Y_B} =$$

$$\{-(20,521)(-3,858)\} (-0,000014) = -0,001108380252$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{1}{d_{ab}^4} [A+B+C+2(D+E+F+G+H+I)] = \frac{1}{(20,882)^4} [0,0008110072032] =$$

$$\sigma_{\beta}^2 = 4,2651(10^{-9}) m^2$$

$$\sigma_{s_{AB}} = \pm \sigma_{\beta} d_{ap} = \pm (0,000065308269)(38,584) =$$

$$\pm 0,002519854251 m = \pm 2,520 mm$$

syarat $\mu_{Y_P}^2 > (\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_{AB}}^2$ harus dipenuhi.

$$(4,301469923)^2 > (3,249750575)^2 + (2,519854251)^2$$

$$18,5026435 > 16,91054425 \text{ (terpenuhi)}$$

5. Hitung n dari persamaan

$$n \geq \frac{2d_{ap}^2 \sigma_a^2}{\mu_{Y_P}^2 - [(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{s_{AB}}^2]}$$

$$n \geq \frac{2(38584)^2(1/206265)^2}{18,5026435 - 16,91054425} = \frac{6,998313787 \times 10^{-2}}{1,59209925}$$

Diperoleh $n \geq 0,044$, agar dapat diaplikasikan dan beralasan maka *setting* sudut diambil $n = 1$.

Untuk $n = 1$ maka

$$\sigma_{sa} = \pm \sqrt{\frac{2}{1}} (38584)(1'' / 206265'') = 0,612 mm$$

6. Hitung kembali

$$\sigma_{Y_P} = \pm \sqrt{(\sigma_{s_A} + \sigma_{s_B} + \sigma_{s_P})^2 + \sigma_{sa}^2 + \sigma_{s_{AB}}^2} =$$

$$\sigma_{Y_P} = \pm \sqrt{(3,250)^2 + (0,612)^2 + (2,520)^2} =$$

$$\pm \sqrt{17,285} = \pm 4,157 mm$$

7. Hitung $\sigma_P = \pm \sqrt{\sigma_{X_P}^2 + \sigma_{Y_P}^2}$

$$\sigma_P = \pm \sqrt{(2,549)^2 + (4,157)^2} = \pm 4,876 mm$$

syarat $s_P \leq \mu_P$ terpenuhi.

3. Kesimpulan

Dari uraian dan hasil hitungan dalam perencanaan proses hitungan data *stake-out*, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk memenuhi spesifikasi dalam proses *stake-out*, akurasi titik *stake-out* yang dicapai harus lebih kecil dari pada akurasi titik *stake-out* yang dibutuhkan yaitu dengan memperhitungkan kesalahan yang mempengaruhi akurasi titik *stake-out* yang dinyatakan sebagai standar deviasi dari posisi titik ikat dan kesalahan-kesalahan penting lainnya dalam pengukuran.

2. Dalam *setting* sudut yang hanya menggunakan bacaan sudut dengan teropong dalam kedudukan Biasa, memungkinkan untuk memenuhi akurasi yang diinginkan.
3. Matriks variansi-kovariansi titik-titik ikat yang mewakili jaring kerangka dasar pemetaan, metode pengukuran dan peralatan yang dipilih dalam proses *stake-out* ini dapat memberikan keputusan yang optimal.
4. Metode hitungan data *stake-out* ini bermanfaat untuk aplikasi *stake-out* titik yang membutuhkan akurasi tinggi. Prosedur ini umumnya banyak dipergunakan pada pekerjaan surveying rekayasa, seperti *stake-out* pada bagian-bagian mesin, akselerator elektron, soket (*socket*) tiang jembatan (*viaduct*) dan lain sebagainya.

Daftar Pustaka

- Anderson, J. M., and Mikhail, E. M., 1998, *Surveying: Theory and practice*, 7th Ed., WCB McGraw-Hill, New York.
- Baykal, O., Tari, E., Coskun, M. Z., and Erden, T., 2005, Accuracy of Point Layout with Polar Coordinates, *Journal of Surveying Engineering* © ASCE, August.
- Schofield, W., 2001, *Engineering surveying: Theory and examination problems for students*, Butterworth-Heinemann, Linacre House, Jordan Hill, Oxford, U.K.
- Umaryono, P., Hendriatiningsih, S., Agoes S. S., Sudarman, D., Muhally, H., Saptomo, H., 1998, *Penggunaan Proyeksi TM-3⁰ dalam Sistem Pengukuran dan Pemetaan Kadastral*, Badan Pertanahan Nasional, Lembaga Pengabdian kepada Masyarakat, Institut Teknologi Bandung.
- Wolf, P. R., and Ghilani, C. D., 1997, *Adjustment computations: Statistic and least squares in surveying and GIS*, Wiley, New York.

