

Pemodelan Retak pada Struktur Beton Bertulang

Nuroji

Jurusan Teknik Sipil, Universitas Diponegoro, Kampus UNDIP Tembalang, Jl. Prof. Sudharto, SH Tembalang - Semarang. E-mail: nrji@sipil.ft.undip.ac.id; ojiksam2000@yahoo.com

Mohamad Sahari Besari

Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha No.10 Bandung 40132
E-mail: sahari_besari@yahoo.com

Iswandi Imran

Kelompok Keahlian Rekayasa Struktur, Fakultas Teknik Sipil dan Lingkungan, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha No.10 Bandung 40132, E-mail: iswandi@si.itb.ac.id

Abstrak

Paper ini menyajikan pemodelan retak pada struktur beton bertulang dengan menggunakan nonlinear finite element. Pemodelan retak yang digunakan dalam studi ini adalah discrete crack untuk mensimulasikan diskontinuitas regangan. Discrete crack dimasukkan ke dalam struktur ketika tegangan utama tarik pada titik nodal telah mencapai kuat tarik beton. Penerapan discrete crack ini hanya dilakukan jika hasil kombinasi tegangan didominasi oleh tegangan normal tarik. Meskipun demikian, jika tegangan utama tarik pada Gauss point telah melampaui tegangan tarik beton, retak diperlakukan sebagai retak tersebar dengan merubah perilaku material dari isotropik menjadi orthotropik. Untuk menggambarkan arah dan pola retak yang benar, pemasukan discrete crack ke dalam struktur tidak hanya dilakukan dengan melakukan pemisahan titik nodal yang tegangannya telah mencapai kuat tarik beton, tapi juga merotasi retak ke arah tegak lurus terhadap arah tegangan utama tarik dan menggeser titik nodal di ujung retak sejauh perambatan retaknya. Beberapa benda uji dengan kasus yang berbeda yaitu Beam J4 (Burns and Siess 1962), Beam OA (Bresler dan Scordelis 1963) dan Beam A4 (Ahmad et al. 1986). dianalisis untuk memvalidasi model. Model ini bukan hanya mampu menunjukkan bahwa respon struktur dari model sangat mendekati hasil pengujian eksperimental, tapi juga dapat menggambarkan pola retak yang benar.

Kata-kata Kunci: Discrete crack, smeared crack, finite element, respon struktur, pola retak, pemisahan titik nodal, perubahan topologi.

Abstract

This paper presents a crack model for reinforced concrete structures by using nonlinear finite element method. The crack model used in this study is a discrete crack to simulate strain discontinuity, Discrete cracks are inserted into the structure when the principal tensile stress of nodes have reached the tensile strength of concrete. Insertion of discrete cracks into the structure is only performed when resulting stress combinations are dominated by normal tension stress. Nevertheless, if the principle tension stress on a Gauss point has exceeded the tensile strength of concrete, the cracks is treated as a smeared crack with a change in material behavior from one isotropic to another orthotropic character. To find the appropriate direction and pattern of cracks, insertion of discrete cracks into the structure is not only performed by node separation at nodes which have reached the tensile strength of concrete, but also by rotation of the crack perpendicular to the direction of the principle tension stress and dragging the crack-tip node as far as the crack has propagated. Some specimens with different cases e.i Beam J4 (Burns and Siess 1962), Beam OA (Bresler dan Scordelis 1963) and Beam A4 (Ahmad et al. 1986) were analyzed to validate the model. The model is not only able to shows that the structure response is very close to the experimental test, but also can describe the proper crack pattern.

Keywords: Discrete crack, smeared crack, finite element, structure response, crack pattern, node separation, topology changes.

1. Pendahuluan

Struktur beton bertulang mempunyai permasalahan yang sangat kompleks akibat adanya pengaruh retak pada beton. Rendahnya kuat tarik pada beton menjadi pemicu terjadinya retak-retak pada struktur beton bertulang. Retak-retak tersebut selain menimbulkan diskontinuitas regangan pada elemen beton juga menurunkan kekakuan struktur beton bertulang. Para peneliti sebelumnya memasukkan pengaruh retak pada struktur beton bertulang kedalam analisis *finite element* dengan pemodelan *smearred crack* dan *discrete crack*. Pengembangan finite element method dengan memperhitungkan retak beton telah banyak dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya. Ngo dan Scordelis (1967), Nilson (1968), Grootenboer (1979), Yao dan Murray (1995), Einsfield et al. (2000) memodelkan retak beton dengan menggunakan *discrete crack model*. Sedangkan Kotsovos (1984), Vecchio and Collins (1986), Vecchio (1989), Kwak dan Filippou (1990), Chung dan Ahmad (1994), Huang dan Platten (1997), Arafa et al. (1998) Rots (1990) memodelkan retak beton dengan *smearred crack model*.

Pada kasus *smearred crack*, retak digambarkan berdasarkan arah tegak lurus tegangan utama tarik di *Gauss point* di dalam elemen beton. Pengaruh retak pada elemen diperhitungkan melalui perubahan matriks kekakuan material, dimana sebelum retak, beton dianggap sebagai material isotropik dan setelah retak, beton dianggap sebagai material orthotropik. Penggunaan model ini memang cocok untuk menggambarkan elemen-elemen yang tegangannya relatif seragam. Namun karena metoda ini menganggap elemen yang telah mengalami retak sebagai kontinum, maka *smearred crack* tidak dapat merepresentasikan kondisi regangan diskontinyu sebagaimana kondisi retak yang sesungguhnya. Model ini sangat populer dan banyak digunakan oleh para peneliti karena mudah untuk diaplikasikan ke dalam program komputer

Sedangkan pada kasus *discrete crack*, retak benar-benar dimodelkan sebagai bentuk pemisahan titik nodal sepanjang tepi elemen-elemen yang bersebrangan jika tegangan utama tarik pada titik nodal tersebut telah melampaui kuat tarik beton. Pemodelan ini diakui lebih realistis dalam menggambarkan fenomena retak beton. Namun pemisahan titik nodal pada *discrete crack* membawa konsekuensi pada perubahan topologi struktur. Ketika *discrete crack* dimasukkan kedalam struktur, struktur dianggap sebagai struktur baru dan harus dilakukan pembebanan ulang sesuai riwayat pembebanan sebelumnya. Hal ini mengakibatkan proses analisis pada *discrete crack* memerlukan *running time* yang lebih lama. *Discrete crack model* yang telah dikembangkan oleh beberapa peneliti sebelumnya pada umumnya dilaku-

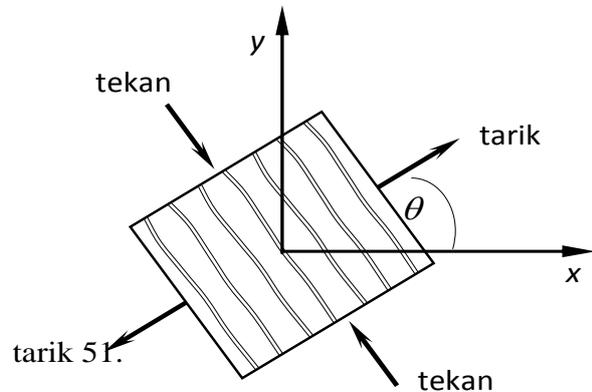
kan dengan memisahkan titik nodal pada elemen-elemen beton yang bersebrangan. Hal ini mengakibatkan adanya kesalahan dalam menggambarkan arah retak, karena arah retak belum tentu sama dengan arah jalur titik nodal. Pada paper ini, model retak diskrit bukan hanya dilakukan dengan memisahkan titik nodal yang saling bersebrangan tapi juga melakukan rotasi dan penggeseran titik nodal di ujung retak sedemikian rupa sehingga pola retak yang digambarkan mempunyai arah dan panjang yang benar.

2. Smearred Crack Model

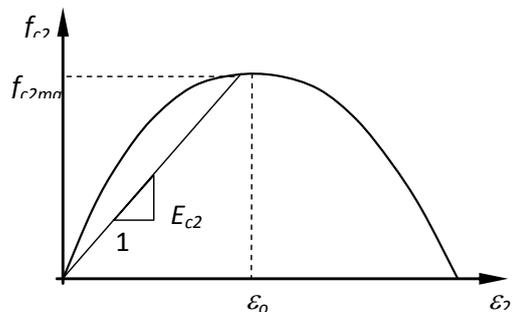
Smearred crack model menganggap bahwa beton yang telah mengalami retak tetap ditinjau sebagai suatu kontinum. Sebelum terjadi retak beton ditinjau sebagai material isotropik dan setelah beton mengalami retak beton dianggap sebagai material orthotropik dengan arah sesuai dengan arah tegangan-tegangan utamanya seperti terlihat pada **Gambar 1**.

Untuk kondisi tegangan bidang (*plane stress*) persamaan hubungan tegangan-regangan elemen beton pada arah sumbu global sebelum beton mengalami retak dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{1}$$



Gambar 1. Pemodelan *smearred crack*



Gambar 2. Hubungan tegangan regangan beton tekan, Vecchio dan Collins (1988)

dimana E_c adalah Modulus elastisitas beton dan n adalah *Poisson's ratio* material. Sekali tegangan normal melampaui tegangan retak maka beton ditinjau sebagai material orthotropik. Hubungan tegangan-regangan dalam arah tegangan utama pada setiap penambahan beban dapat ditentukan dengan menggunakan **Persamaan 2**.

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \frac{E_{c1}}{E_{c2}} & \lambda \nu & 0 \\ \lambda \nu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_{c1} \cdot E_{c2}}{E_{c1} + E_{c2} + 2\nu E_{c2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Dimana:

$$\lambda = \frac{E_{c1}}{E_{c1} - \nu^2 E_{c2}} \quad (3)$$

Ketika beton telah retak, maka Poisson ratio n pada material yang telah mengalami retak dapat diabaikan, dengan demikian **Persamaan 2** dapat ditulis kembali menjadi.

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & E_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Dimana:

$$G = \frac{E_{c1} \cdot E_{c2}}{E_{c1} + E_{c2}} \quad (5)$$

Beton yang telah mengalami retak dianggap masih mempunyai kekuatan geser akibat adanya *aggregate interlocking* sebesar βG , dimana β merupakan konstanta. E_{c1} dan E_{c2} adalah modulus beton untuk kondisi tarik dan tekan dalam arah sumbu orthotropik yang masing-masing mempunyai arah tegak lurus dan sejajar terhadap arah retak beton. Pada penelitian ini E_{c1} dan E_{c2} ditentukan dengan menggunakan modulus *secan* dari hubungan tegangan-regangan beton. Hubungan tegangan regangan pada kondisi tekan dapat dimodelkan seperti **Gambar 2**, Vecchio dan Collins (1988).

$$f_{c2} = f_{c2max} \cdot \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (6)$$

Dimana:

ε_0 : regangan tekan beton pada saat tegangan mencapai puncak

ε_1 : regangan tarik beton

f_{c2max} : kuat tekan beton pada awal retak, nilai f_{c2max} dapat ditentukan melalui **Persamaan 7**.

$$f_{c2max} = \frac{-f'_c}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}} \quad (7)$$

dimana, f'_c : kuat tekan beton

Sedangkan hubungan tegangan-regangan beton pada arah tegangan utama tarik dimodelkan oleh Vecchio (1988) seperti terlihat pada **Gambar 3**.

Dimana untuk $\varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ hubungan tegangan-regangan beton ditentukan sebagai fungsi linier terhadap regangan.

$$f_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_1 \quad (8)$$

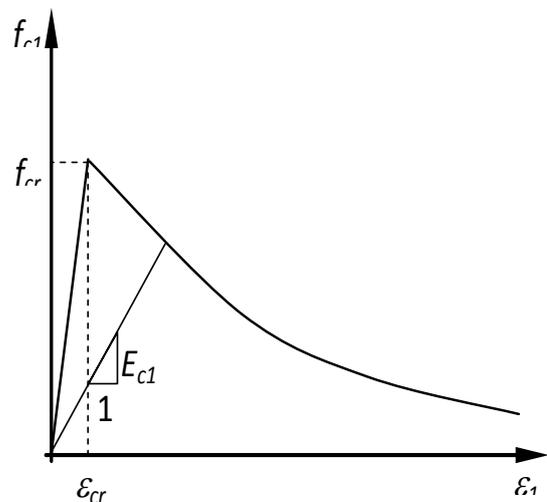
Untuk $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$ hubungan tegangan-regangan beton diformulasikan sebagai berikut:

$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} \quad (9)$$

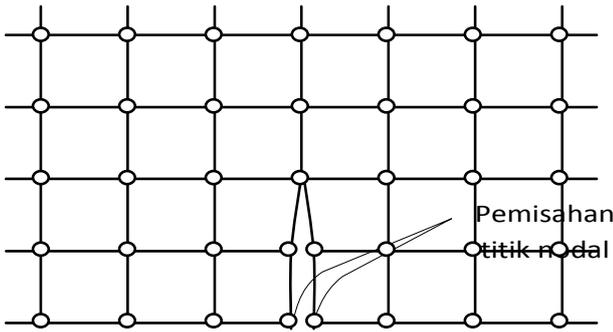
Dimana f_{cr} merupakan tegangan retak beton, Vecchio menentukan nilai f_{cr} sama dengan tegangan tarik f_t .

3. Discrete Crack Model

Di sisi lain pemodelan *discrete crack* menawarkan adanya diskontinuitas regangan pada elemen beton dengan melakukan pemisahan titik nodal ketika tegangan utama tarik di titik nodal mencapai tegangan retak beton seperti terlihat pada **Gambar 4**. Pemodelan *discrete crack* ini telah diperkenalkan oleh Ngo dan Scordelis tahun 1967, *discrete crack* diberikan dengan cara memberikan retak awal (*predefined crack*) pada struktur dengan membuat duplikasi titik-titik nodal pada lokasi yang sama. Namun model ini tidak berkembang secara baik, karena implementasinya sangat sulit.

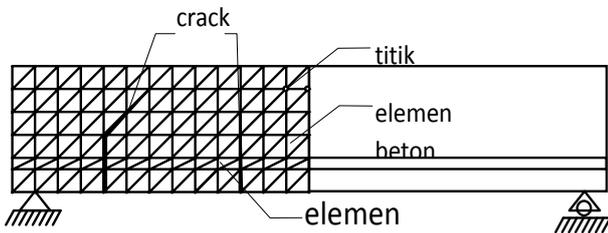


Gambar 3. Hubungan tegangan regangan beton pada arah utama tarik, Vecchio (1988)



Gambar 4. Pemodelan *discrete crack*

Implementasi *discrete crack* pada *finite element* sesungguhnya lebih merupakan prosedur perubahan topologi.



Gambar 5. Pemodelan *discrete crack* dengan predefined crack. Ngo dan Scordelis (1967)

Ketika suatu struktur diberikan beban inkremental $P_{(i)}$ dimana tegangan utama tarik pada suatu titik nodal telah mencapai tegangan retak beton, maka dilakukan pemisahan titik nodal dengan cara menduplikasikannya pada lokasi yang sama. Akibat pemisahan titik nodal inilah maka elemen-elemen yang berdekatan yang semula terhubung oleh satu titik nodal menjadi terpisah satu sama lain. Pemisahan titik nodal ini mengakibatkan topologi struktur berubah, sehingga penomoran titik nodal harus ditata ulang serta titik-titik nodal dimana terdapat gaya-gaya kerja dan titik-titik nodal yang terkekang (*restrained*) juga harus dipetakan dari topologi lama ke topologi baru. Dengan demikian, maka struktur dianggap sebagai struktur baru. Selanjutnya beban inkremental dikenakan kembali mulai dari awal beban inkrementasi sampai pada inkrementasi berikutnya $P_{(i+1)}$. Jika tegangan utama tarik telah melampaui tegangan retak beton maka dilakukan proses pemisahan titik nodal sebagaimana langkah sebelumnya dan seterusnya hingga inkrementasi beban selesai.

4. Kriteria *Discrete Crack*

Dalam studi ini penerapan *discrete crack* kedalam *finite element* dilakukan dengan cara memisahkan titik nodal ketika tegangan utama tarik pada titik nodal tersebut telah mencapai tegangan retak beton. Karena pada studi ini perambatan *discrete crack* hanya dibatasi pada titik-titik nodal di tepi elemen, maka ada dua kriteria yang harus dipenuhi untuk memasukkan *discrete crack* ke dalam struktur.

4.1 Kriteria tegangan

Tegangan-tegangan yang terjadi pada struktur beton bertulang umumnya merupakan kombinasi dari tegangan normal dan tegangan geser. Pola retak pada struktur yang dominan mengalami tegangan normal tarik cenderung membentuk pola retak diskrit. Retak demikian menggambarkan fenomena diskontinuitas regangan pada struktur. Pemodelan retak yang paling sesuai untuk memodelkan retak demikian adalah *discrete crack model*. Sementara itu pola retak yang terbentuk pada struktur beton bertulang yang menerima tegangan geser seperti pada pengujian struktur panel yang dilakukan oleh Vecchio dan Collins (1986), pola retak yang terjadi menunjukkan jumlah retak yang banyak dengan retak-retak kecil yang tersebar secara merata (*distributed crack*) pada elemen. Pola retak demikian tentu sangat sulit untuk dimodelkan dengan pemodelan *discrete crack* dan akan lebih mudah jika dimodelkan dengan menggunakan pemodelan *smearred crack*.

Untuk memasukan *discrete crack* ke dalam struktur, tegangan-tegangan pada titik nodal harus dievaluasi. Akan tetapi tegangan-tegangan yang diperoleh dari analisis *finite element* adalah tegangan-tegangan yang terjadi pada Gauss point. Oleh karena itu, agar dapat mengevaluasi tegangan yang terjadi pada titik nodal maka tegangan-tegangan pada titik nodal harus diketahui. Tegangan pada titik nodal dapat dihitung dengan cara mengekstrapolasi tegangan-tegangan pada *Gauss point*. Ekstrapolasi dapat dilakukan dengan mengalikan fungsi bentuk dengan tegangan σ_x , σ_y dan τ_{xy} pada *Gauss point*.

$$\sigma' = \sum_{i=1}^4 N'_i \cdot \sigma'_i \quad (10)$$

Dimana

- σ' : tegangan pada titik nodal
- σ'_i : tegangan pada *Gauss point*
- N'_i : fungsi bentuk dengan batas *Gauss point*

Dari **Persamaan 10** dapat dihitung tegangan-tegangan di titik nodal dalam arah sumbu global yaitu σ'_x , σ'_y dan τ'_{xy} . Akan tetapi tegangan-tegangan hasil ekstrapolasi ini hanya mewakili satu elemen saja. Padahal titik nodal pada struktur bisa merupakan kumpulan titik-titik nodal dari beberapa elemen yang saling berdekatan. Untuk mendapatkan tegangan-tegangan pada titik nodal yang dapat mewakili elemen-elemen disekitarnya harus dicari nilai rata-ratanya. Tegangan rata-rata di titik modal ini selanjutnya dievaluasi untuk menentukan apakah akan dilakukan pemisahan titik nodal atau tidak. Jika tegangan-tegangan arah sumbu global diketahui, maka tegangan utama tarik σ_1 , tegangan utama tekan σ_2 dan sudut antara arah tegangan utama tarik σ_1 dan arah tegangan tarik pada sumbu global θ dapat ditentukan dengan menggunakan **Persamaan 11, 12 dan 13**.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (11)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (12)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (13)$$

Discrete crack dapat dimasukkan ke dalam struktur jika tegangan utama tarik σ_1 pada titik nodal telah mencapai tegangan tarik beton f_t . Akan tetapi untuk menentukan apakah retak pada titik nodal tersebut akan dimodelkan dengan *discrete crack* atau tidak masih perlu dievaluasi lagi terhadap kombinasi tegangan normal dan tegangan tarik. Jika pada suatu titik bekerja tegangan uniaksial tarik, maka arah tegangan utama tarik akan berimpit dengan arah tegangan tarik global atau $\theta = 0^\circ$. Jika pada suatu titik bekerja tegangan geser murni, maka arah tegangan utama tarik akan membentuk sudut $\theta = 45^\circ$.

Dengan menganggap sudut $\theta = 22.5^\circ$ sebagai nilai tengah dari kedua kondisi tersebut di atas, maka dapat dianggap bahwa pada rentang nilai $0^\circ \leq \theta \leq 22.5^\circ$ kombinasi tegangan didominasi oleh tegangan normal tarik. Kondisi ini merupakan salah satu batasan untuk memasukkan *discrete crack* ke dalam *finite element*. Oleh karena itu pada penelitian ini pemisahan titik nodal hanya dilakukan jika tegangan utama tarik pada titik nodal telah mencapai tegangan tarik beton dan kombinasi tegangan-tegangan di titik nodal tersebut membentuk sudut $0^\circ \leq \theta \leq 22.5^\circ$. Sedangkan untuk nilai $22.5^\circ < \theta \leq 45^\circ$ tegangan-tegangan di titik nodal lebih didominasi oleh tegangan geser dimana perilaku retak yang terjadi merupakan retak yang tersebar. Oleh karena itu prosedur pemisahan titik nodal tidak perlu dilakukan, tapi akibat retak yang tersebar kekakuan elemen berubah. Beton yang semula dianggap sebagai material isotropik selanjutnya ditinjau sebagai material orthotropik.

4.2 Kriteria topologi

Untuk memasukkan *discrete crack*, selain kriteria tegangan seperti penjelasan di atas, juga dibatasi oleh kondisi topologi. Pada paper ini pemodelan *discrete crack* hanya dilakukan pada jalur titik nodal yang menghubungkan antara elemen-elemen yang bersebrangan ketika tegangan utama tarik di titik nodal telah mencapai tegangan retak beton. Akan tetapi pemisahan titik nodal seperti ini tidak dapat menggambarkan arah retak yang benar. Selain itu panjang perambatan retak pada setiap beban inkrementasi juga tidak tepat, karena perpanjangan retak akan merambat dari titik nodal yang satu ke titik nodal yang lain.

Oleh karena itu, untuk mendapatkan arah retak diskrit yang benar pada studi ini tidak hanya melakukan prosedur pemisahan titik nodal saja, tapi juga memutar jalur titik nodal sesuai dengan arah tegak lurus tegangan utama tarik. Sedangkan untuk menentukan panjang perambatan retak dilakukan penggeseran titik nodal di ujung retak ke suatu titik dimana tegangan tarik pada arah tegak lurus retak sama dengan kuat tarik beton. Dengan demikian retak diskrit yang terbentuk akan merepresentasikan kondisi retak yang sesuai terhadap arah maupun perambatan ujung retak yang sesungguhnya. Mekanisme perubahan topologi dapat dijelaskan sebagai berikut:

4.2.1 Kasus I

Kasus ini merupakan permulaan retak yang dimulai dari tepi struktur, retak ini terjadi jika tegangan utama tarik pada titik nodal terluar yang terletak diantara dua elemen (titik nodal I) seperti digambarkan dalam **Gambar 6**, melampaui tegangan retak beton. Arah perambatan retak tegak lurus dengan arah tegangan utama tarik pada titik nodal I menuju titik nodal J. Untuk menentukan panjang retak l_{cr} dilakukan dengan menggunakan interpolasi linier terhadap tegangan utama tarik yang terjadi di antara titik nodal I dan J. Ujung retak (*crack tip*) berhenti pada jalur nodal (I - J) dimana tegangan tarik utama sama dengan tegangan retak f_{cr} . Jika arah retak membentuk sudut dengan arah jalur nodal (I - J) maka retak diputar sebesar perbedaan sudut tersebut (θ). Pada pangkal retak (titik nodal I) terbentuk titik nodal baru yang berimpit dengan titik nodal lama sebagai hasil duplikasi.

4.2.2 Kasus II

Kasus ini merupakan perambatan retak lanjutan dari kasus I dimana retak berkembang dari titik nodal I ke titik nodal J. Tentukan tegangan utama tarik di titik nodal I sebagai dasar untuk menentukan sudut retak. Tentukan titik potong antara garis pada arah sudut retak yang berpangkal di titik nodal I dan garis yang menghubungkan titik nodal J dan K di J' , tegangan-tegangan di titik J' di tentukan dari hasil interpolasi linier antara tegangan-tegangan di titik nodal J dan K. Tentukan tegangan di J' yang berarah tegak lurus retak atau sejajar dengan tegangan utama tarik di I. Panjang retak l_{cr} ditentukan dengan menggunakan interpolasi linier antara tegangan utama di titik nodal I dan tegangan arah tegak lurus retak di J' . Ujung retak (*crack tip*) berhenti pada jalur nodal (I - J') dimana tegangan tarik pada arah tegak lurus retak sama dengan tegangan retak f_{cr} . Jika panjang retak l_{cr} lebih dari setengah panjang jalur nodal (I - J') maka titik nodal I ini akan diduplikasi sehingga terbentuk titik nodal baru dengan posisi berimpit dengan titik nodal lama. Jika panjang retak l_{cr} kurang dari setengah panjang jalur nodal (I - J') maka berlaku kasus III. Untuk menghin-

dari *geometric distortion* semua titik nodal-tengah elemen di atur kembali sehingga berada di tengah antara titik-titik nodal-sudut di sebelahnya seperti terlihat pada **Gambar 7**.

4.2.3 Kasus III

Kasus ini merupakan kasus yang sama dengan kasus II. Akan tetapi panjang retak l_{cr} kurang dari setengah dan lebih besar 10 % dari jarak titik nodal I ke titik nodal J sehingga titik nodal I ini tidak perlu diduplikasi, akan tetapi posisi titik nodal I bergeser sepanjang l_{cr} dimana pada posisi tersebut tegangan utama tarik sama dengan tegangan retak f_{cr} , pergeseran titik nodal I searah dengan arah jalur retak. Untuk menghindari *geometric distortion* semua titik nodal-tengah elemen di atur kembali sehingga berada di tengah antara titik-titik nodal-sudut di sebelahnya kecuali titik nodal ujung retak yang baru terbentuk terlihat pada **Gambar 8**.

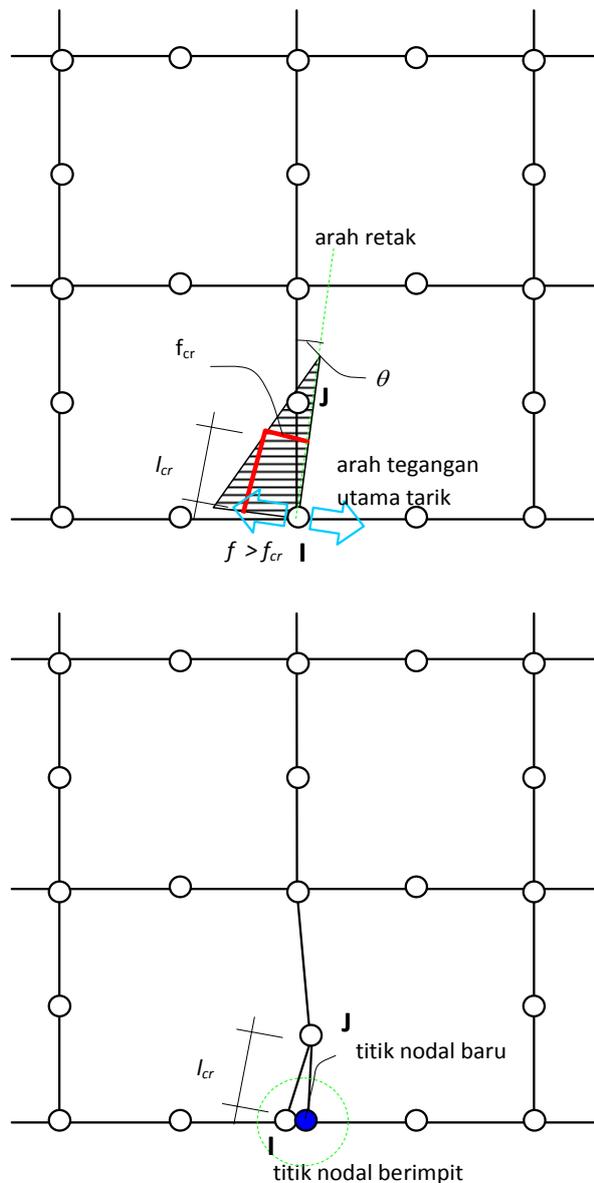
5. Aplikasi Model

Untuk menguji akurasi model yang diaplikasikan dalam *finite element*, pada studi ini dilakukan analisis terhadap beberapa struktur balok beton bertulang hasil pengujian eksperimental dari para peneliti terdahulu sebagai bahan validasi dalam studi ini. Benda uji-benda uji yang akan ditinjau antara lain hasil eksperimental yang dilakukan oleh Burns and Siess (1962), Bresler dan Scordelis (1963) dan Ahmad et al. (1986). Selain itu pola retak hasil analisis juga akan dievaluasi.

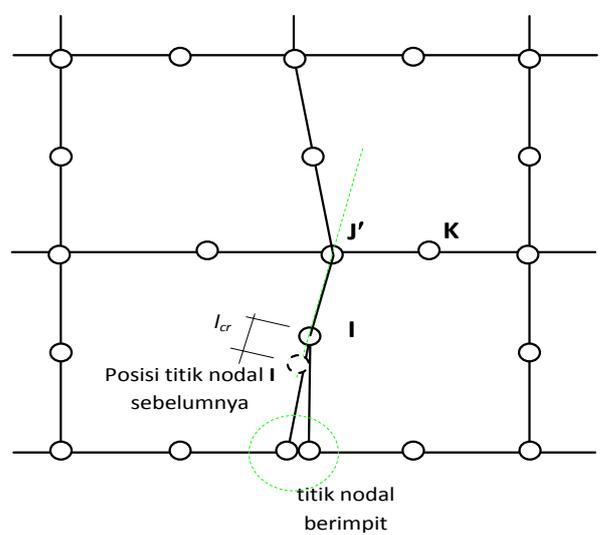
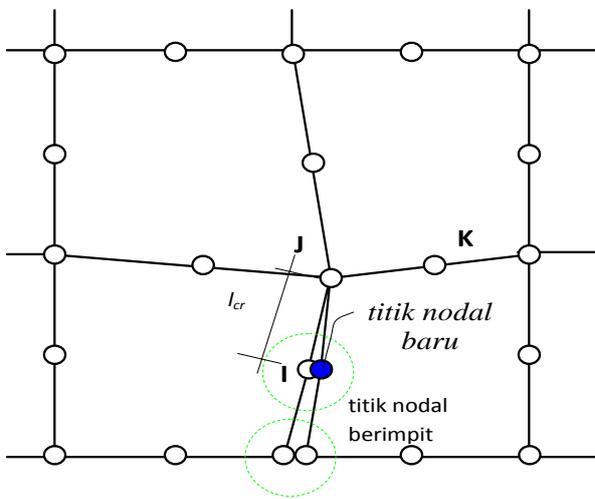
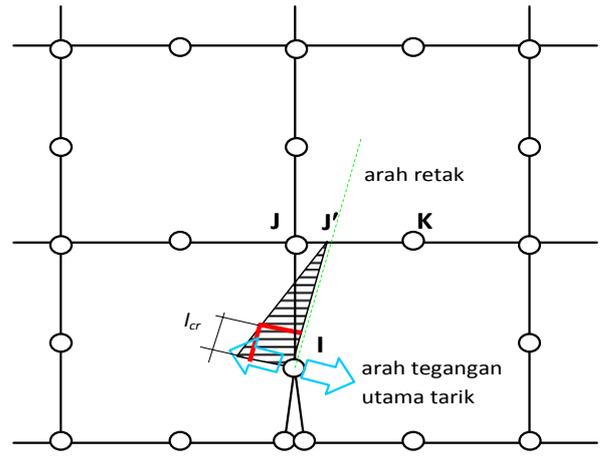
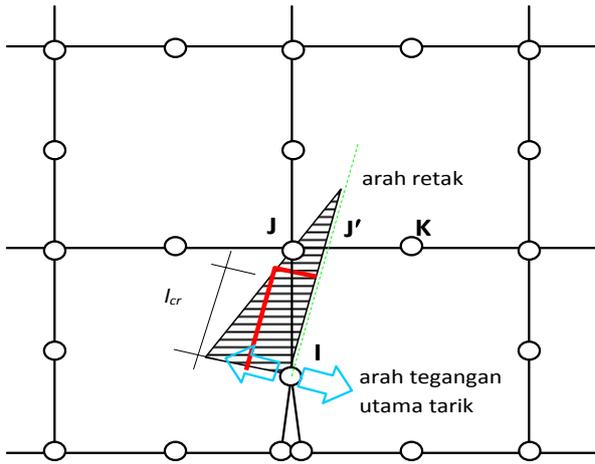
5.1 Pengujian Beam J4

Beam J4 hasil pengujian eksperimental yang dilakukan oleh Burns and Siess (1962) merupakan balok beton bertulang dengan tulangan tunggal dengan kondisi penulangan *underreinforced*. Beam J4 tersebut mempunyai dimensi penampang sebagai berikut, lebar 203.2 mm dan tinggi total 508 mm dengan tulangan tunggal A_s (1013 mm²). Material beton yang digunakan mempunyai modulus elastisitas $E_c = 26201$ MPa dengan kuat tekan $f'_c = 33.23$ MPa, Sedangkan baja tulangan yang digunakan mempunyai modulus elastisitas $E_s = 203402.5$ MPa dengan tegangan leleh $f_y = 309.5$ MPa. Beam J4 mempunyai panjang bentang 3657.6 mm yang ditumpu dengan tumpuan sederhana (sendi dan rol). Pembebanan yang dikenakan pada struktur adalah beban terpusat tunggal di tengah bentang seperti terlihat pada **Gambar 9**. Peneliti-peneliti terdahulu seperti Kwak dan Filippou (1990), Lowes (1999) dan Barzegar Schnorbis juga menggunakan Beam J4 sebagai bahan untuk melakukan pengujian pemodelan numerik mereka.

Dari Beam J4 tersebut diatas dilakukan analisis dengan menggunakan *finite element* yang telah dimasukkan pemodelan retak untuk mendapatkan respon struktur hubungan beban perpindahan. Selanjutnya respon struktur hasil simulasi numerik ini dibandingkan dengan respon struktur hasil pengujian eksperimental oleh Burns and Siess (1962) dan respon struktur hasil simulasi dari pemodelan-pemodelan para peneliti terdahulu yaitu: Kwak dan Filippou (1990), Lowes (1999) dan Barzegar Schnorbis sebagai bahan evaluasi. Respon struktur hubungan beban perpindahan dari hasil pengujian eksperimental maupun hasil simulasi numerik disajikan dalam bentuk grafik seperti terlihat pada **Gambar 10**.

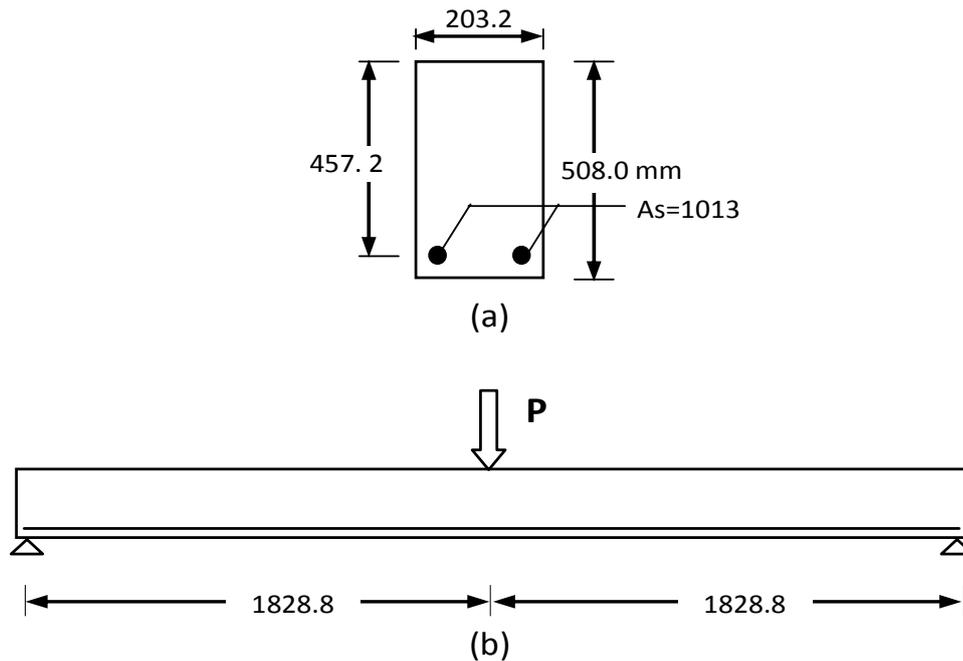


Gambar 6. Perambatan retak Kasus I

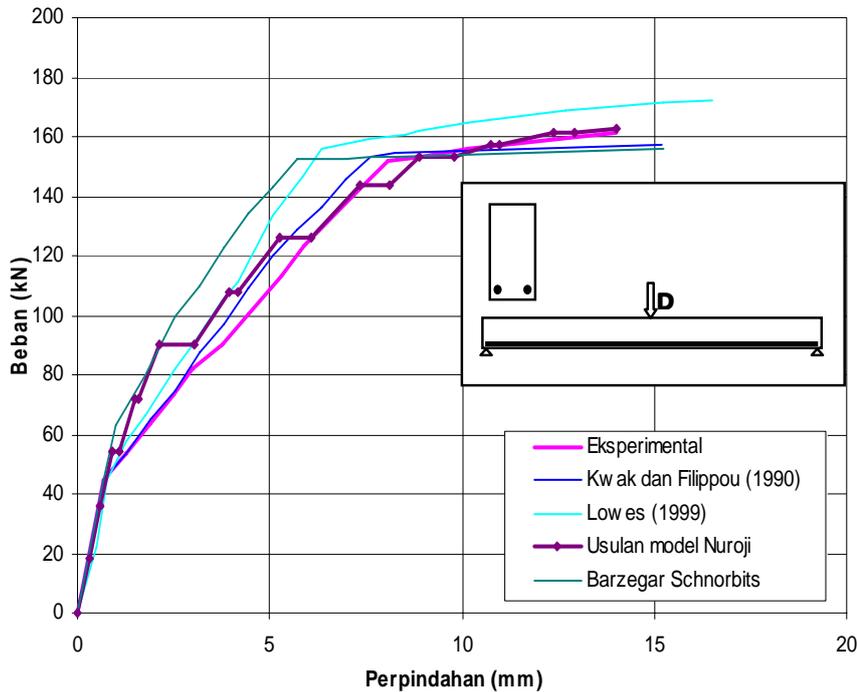


Gambar 7. Perambatan retak Kasus II

Gambar 8. Perambatan retak Kasus III



Gambar 9. Struktur balok Beam J4. (a) penampang. (b) pembebanan

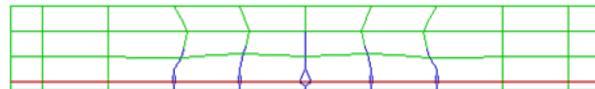


Gambar 10. Respon Pembebanan dan Perpindahan di tengah bentang struktur Beam J4

Dari Gambar 10 menunjukkan bahwa respon struktur yang ditunjukkan oleh hasil simulasi numerik dengan menggunakan pemodelan yang diusulkan dalam studi ini sangat dekat dengan respon struktur hasil pengujian eksperimental yang dilakukan oleh Burns and Siess (1962). Bahkan respon struktur yang ditunjukkan dari hasil pemodelan ini memperlihatkan hasil yang lebih akurat dibanding dengan hasil pemodelan-pemodelan dari para peneliti terdahulu baik oleh Kwak dan Filippou (1990), Lowes (1999) maupun Barzegar Schnorbits.

Selain respon struktur, hasil simulasi pemodelan ini juga bisa menggambarkan pola retak yang dapat mempresentasikan diskontinuitas regangan seperti terlihat pada Gambar 11. Meskipun tidak ada data pembandingan tentang pola retak dari hasil pengujian eksperimental Burns and Siess, prediksi pola retak dari hasil simulasi menunjukkan pola yang sangat rasional. Retak di tengah bentang menunjukkan retak vertikal yang menggambarkan pola retak akibat tegangan normal, sedangkan retak-retak di sebelah kanan dan kiri menunjukkan retak-retak miring yang menggambarkan adanya pengaruh geser.

Dari penjelasan di atas menunjukkan bahwa pemodelan yang digunakan dalam penelitian ini sangat representatif untuk mensimulasikan respon struktur hubungan antara beban dan perpindahan dan pola retak dari balok beton bertulang dengan tulangan tunggal.



Gambar 11. Pola retak Beam J4

5.2 Pengujian Beam OA

Berbeda dengan struktur Beam J4 yang ditulangi dengan tulangan tunggal *under-reinforced*, Beam OA merupakan struktur beton bertulang yang ditulangi dengan tulangan rangkap *over-reinforced*. Pengujian eksperimental terhadap Beam OA ini dilakukan oleh Bresler dan Scordelis (1963) dan pada tahun 1990 Kwak dan Filippou melakukan simulasi numerik terhadap Beam OA untuk mendapatkan respon struktur beban perpindahan.

Struktur balok ini berdimensi 305 mm × 560 mm dan mempunyai tulangan tarik memanjang 4#9, tulangan tekan 2#4 dan tulangan sengkang #2 @ 210 mm. Material beton yang digunakan mempunyai properties sebagai berikut : kuat tekan beton $f'_c = 24.1$ Mpa, modulus elastisitas $E_c = 23215.5$ Mpa, Poisson ratio $n = 0.2$. Dalam studi ini kuat tarik beton ditentukan $0.4 \sqrt{f'_c}$ seperti yang digunakan oleh peneliti-peneliti lain

yaitu, Vecchio (1988) dan Chung dan Ahmad (1994). Sedangkan properties untuk baja tulangan ditentukan masing-masing sebagai berikut:

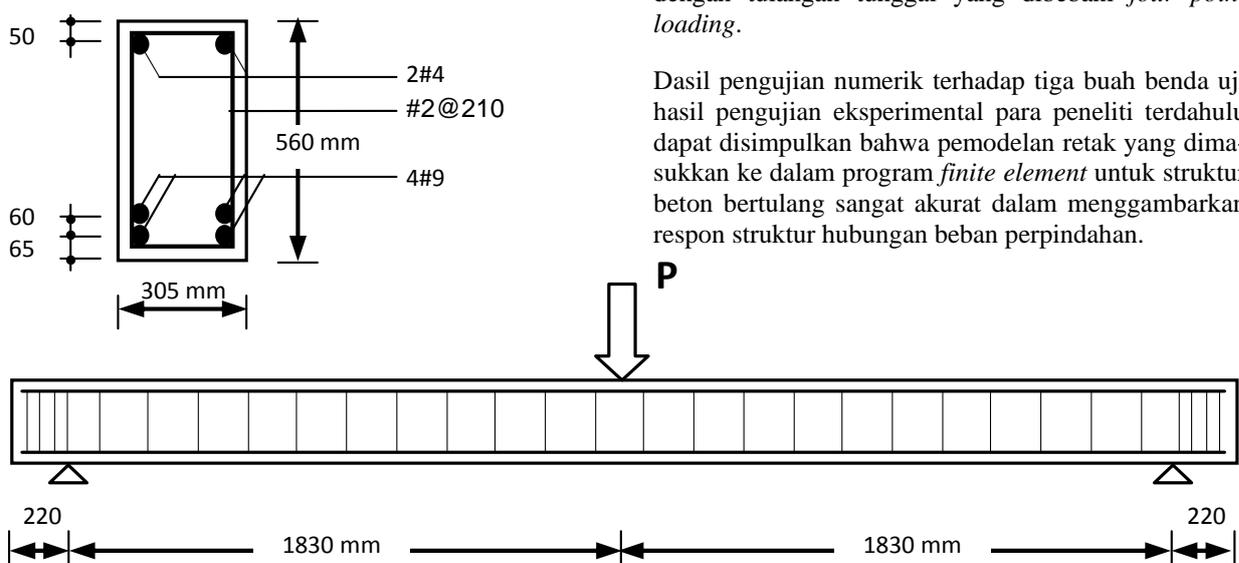
$f_y = 555$ Mpa	$E_s = 217882$	Mpa untuk tul. #9
$f_y = 345$ MPa	$E_s = 200000$	Mpa untuk tul. #4
$f_y = 325$ MPa	$E_s = 200000$	Mpa untuk tul. #2

Struktur Beam OA dan penampangnya seperti ditunjukkan pada **Gambar 12**.

Respon struktur hubungan beban dan perpindahan ditengah bentang dari hasil analisis pemodelan ini dibandingkan dengan hasil eksperimental yang dilakukan oleh Bresler dan Scordelis (1963) dan hasil pemodelan numerik yang dilakukan oleh Kwak dan Filippou (1990) seperti ditunjukkan pada **Gambar 13**.

Dari grafik 13 membuktikan bahwa pemodelan ini bukan hanya akurat untuk mensimulasikan struktur beton bertulang dengan tulangan tunggal *under-reinforced* saja seperti pada Beam J4, tapi juga cukup akurat untuk mensimulasikan struktur beton bertulang dengan tulangan rangkap *overreinforced* seperti pada Beam OA. Meskipun pengujian numerik pemodelan ini telah dilakukan terhadap dua struktur beton bertulang dengan kondisi yang berbeda menunjukkan hasil yang sangat baik. Namun untuk melengkapi pengujian terhadap model ini, akan dilakukan pengujian terhadap struktur beton bertulang untuk kasus yang lain yaitu Beam A4.

Sebagaimana pada Beam J4 hasil simulasi terhadap Beam OA juga memperlihatkan simulasi pola retak yang sangat baik seperti ditunjukkan pada **Gambar 14**. Meskipun tidak ada data pembanding tentang pola retak dari hasil pengujian eksperimental Bresler dan Scordelis, namun pola retak hasil simulasi menunjukkan pola yang sangat rasional. Retak di tengah bentang menunjukkan retak vertikal yang menggambarkan pola retak akibat tegangan normal, sedangkan retak-retak di sebelah kanan dan kiri menunjukkan retak-retak miring yang menggambarkan adanya pengaruh geser.



Gambar 12. Struktur balok Beam OA. (a) penampang. (b) pembebanan

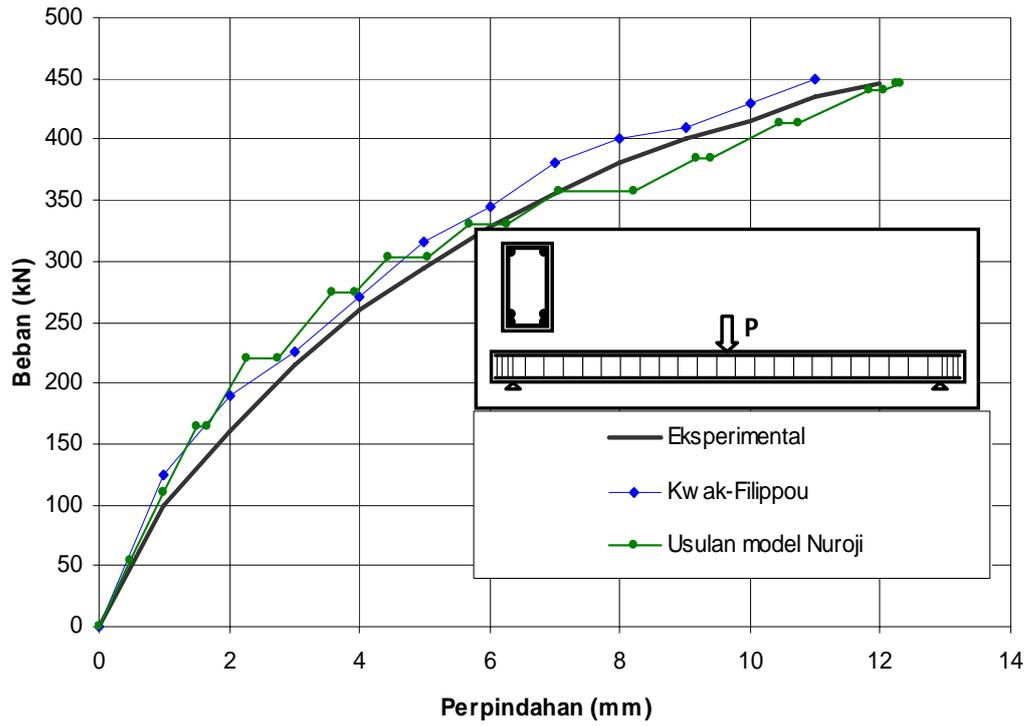
5.3 Pengujian Beam A4

Struktur Beam A4 ini merupakan salah satu sampel pengujian eksperimental yang dilakukan oleh Ahmad et al. (1986) kemudian dianalisis oleh Chung dan Ahmad (1994) untuk mengevaluasi pemodelan yang mereka usulkan. Struktur Beam A4 mempunyai dimensi penampang lebar (127 mm) dan tinggi total (254 mm) dengan tebal selimut (50.8 mm). Penampang Balok A4 tanpa tulangan geser diberi tulangan tunggal dengan ratio 3.93% yaitu 2#8 dengan luas tulangan (1013.4 mm²). Panjang bentang struktur balok Beam A4 dari tumpuan ke tumpuan (1341.12 mm), tumpuan yang digunakan adalah tumpuan sederhana (sendi dan rol). Berbeda dengan dua struktur sebelumnya yaitu Beam J4 dan Beam OA yang dikenakan dengan beban terpusat tunggal di tengah bentang, balok ini dikenakan dua beban terpusat simetris dengan jarak 406.4 mm dari beban ke beban seperti terlihat pada **Gambar 15**.

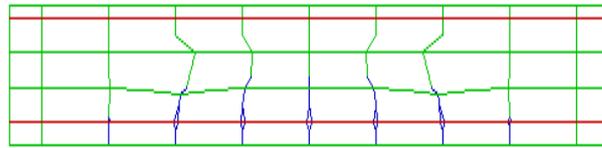
Properties material beton yang digunakan adalah kuat tekan beton $f_c' = 66.12$ MPa, kuat tarik yang diambil dalam penelitian ini adalah $f_t = 2.68$ MPa sama dengan yang digunakan oleh Chung dan Ahmad, modulus elastisitas beton $E_c = 35093$ Mpa dan Poisson ratio $n = 0.2$. Tegangan leleh untuk baja tulangan $f_y = 413$ MPa dan modulus elastisitasnya $E_s = 200000$ MPa.

Respon struktur hubungan beban dan perpindahan ditengah bentang dari hasil analisis pemodelan ini dibandingkan dengan hasil eksperimental yang dilakukan oleh Ahmad et al. (1986) dan hasil pemodelan numerik yang dilakukan oleh Chung dan Ahmad (1994) seperti ditunjukkan pada **Gambar 16**. Dari grafik 16 membuktikan bahwa pemodelan ini juga akurat untuk mensimulasikan struktur beton bertulang dengan tulangan tunggal yang dibebani *four point loading*.

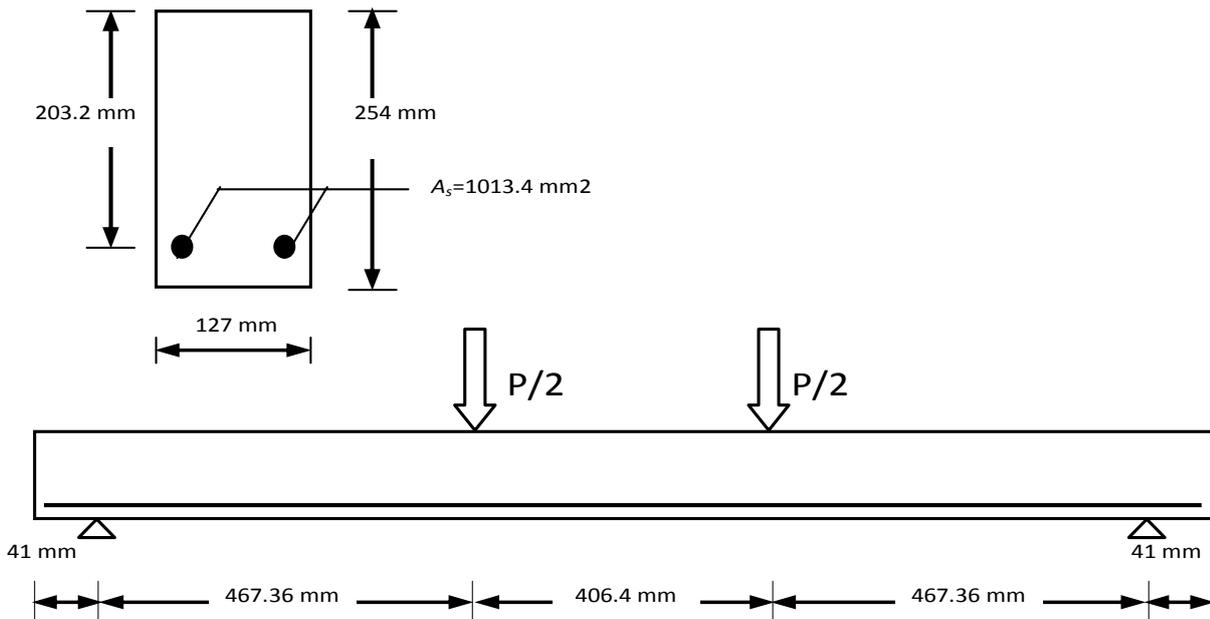
Dasil pengujian numerik terhadap tiga buah benda uji hasil pengujian eksperimental para peneliti terdahulu dapat disimpulkan bahwa pemodelan retak yang dimasukkan ke dalam program *finite element* untuk struktur beton bertulang sangat akurat dalam menggambarkan respon struktur hubungan beban perpindahan.



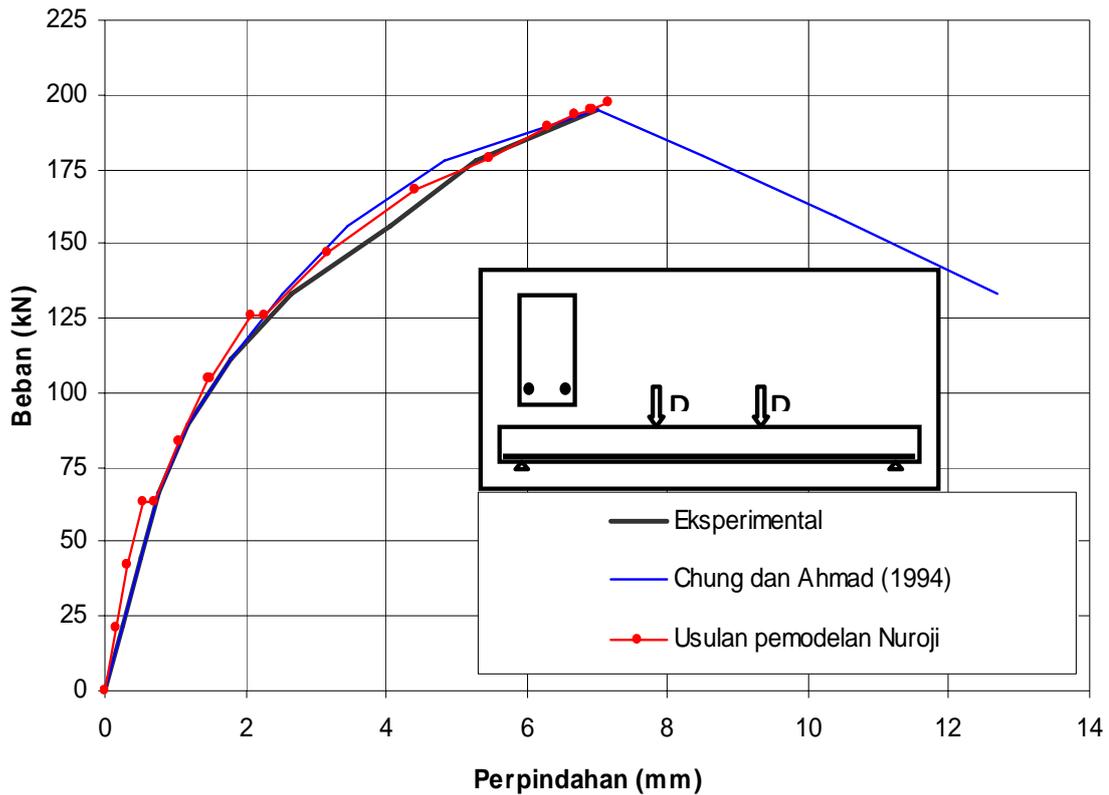
Gambar 13. Respon Pembebanan dan Perpindahan di tengah bentang struktur Beam OA



Gambar 14. Pola retak Beam OA



Gambar 15. Struktur balok Beam A4



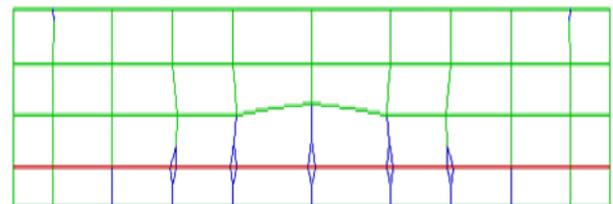
Gambar 16. Respon Pembebanan dan Perpindahan di tengah bentang struktur Beam A4

Pola retak hasil simulasi untuk Beam A4 ini memperlihatkan bahwa di daerah tengah bentang yang merupakan daerah lentur murni pola retak yang terjadi adalah pola retak vertikal. Namun pola retak yang terjadi tepat di bawah beban menunjukkan retak vertikal di bagian bawah, kemudian sedikit berbelok. Hal ini dikarenakan di lokasi tersebut merupakan lokasi peralihan dari lentur murni ke geser lentur. Pola retak di daerah geser lentur pola retak yang terjadi cenderung lebih miring seperti ditunjukkan pada Gambar 17 di bawah ini. Sayangnya penelitian Ahmad et.al (1986) tidak menyediakan gambar pola retak hasil pengujian sebagai pembandingan.

Secara umum respon struktur hubungan beban-perpindahan yang dihasilkan dari hasil pemodelan ini mempunyai karakteristik yang berbeda dengan respon struktur hubungan beban-perpindahan hasil pemodelan peneliti-peneliti yang lain. Grafik yang ditunjukkan oleh hasil pemodelan terdahulu menunjukkan respon yang halus, sedangkan grafik hasil pemodelan penelitian ini terlihat patah-patah. Hal ini dikarenakan adanya perubahan topologi pada struktur sebagai akibat dari penduplikasian titik nodal pada titik nodal yang tegangannya telah melampaui tegangan retak sebagai representasi dari retak diskrit. Pada saat topologi berubah, inkrementasi beban diulangi lagi

dari nol dan pada inkrementasi beban dimana pada siklus beban sebelumnya terjadi perubahan topologi deformasi yang terjadi meningkat yang ditunjukkan sebagai bagian kurva mendatar. Dengan demikian dapat dijelaskan bahwa bagian kurva yang mendatar adalah perubahan kekakuan akibat terjadinya retak diskrit yang direpresentasikan dalam *finite element* sebagai penduplikasian titik nodal.

Selain itu pemodelan ini juga mampu menggambarkan pola retak diskrit yang sangat representatif dimana retak-retak yang digambarkan merupakan bentuk diskontinuitas yang sulit untuk dihasilkan melalui pemodelan *smeared crack*. Meskipun tidak dibandingkan dengan pola retak hasil pengujian eksperimental karena tidak adanya data, namun semua pola retak yang ditunjukkan cukup rasional.



Gambar 17. Pola retak Beam A4

6. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Pemodelan retak dalam studi ini dapat menggambarkan respon struktur hubungan beban perpindahan secara baik, bahkan dibandingkan dengan model-model terdahulu.
2. Kurva hubungan beban perpindahan hasil pemodelan ini memperlihatkan adanya pelepasan energi regangan akibat adanya perubahan topologi yang digambarkan sebagai bagian kurva yang mendarat.
3. Model retak dalam studi ini bukan hanya dapat merepresentasikan diskontinuitas regangan, tapi juga mampu menggambarkan pola dan arah retak yang cukup rasional dimana alur retak membentuk sudut sesuai dengan arah tegak lurus tegangan utama tarik.

6.1 Saran

Meskipun respon struktur yang digambarkan dalam studi ini menunjukkan hasil yang sangat dekat dengan pengujian eksperimental, tapi pola retak yang dibentuk dari pemodelan ini belum dilakukan validasi terhadap pengujian eksperimental. Hal ini dikarenakan terbatas informasi tentang pola retak dari penelitian terdahulu. Oleh karena itu perlu dilakukan pengujian eksperimental untuk melakukan validasi terhadap pola retak.

Daftar Pustaka

- Ahmad, S.H., Khaloo, A.R. and Proveda, A., 1986, Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams, *ACI Journal*, March-April, 297-305.
- Arafa, M. and Mehlhorn, G., 1998, A Modified Discrete Model in the Nonlinear Finite Element Analysis of Prestressed and Reinforced Concrete Structures, 2nd International PhD Symposium in Civil Engineering, Budapest.
- Bresler, B. and Scordelis, A.C., 1963, Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. *Journal of ACI*, Vol. 60, No. 1, pp. 51-72.
- Chung, W., and Ahmad, S.H., 1994, Model for Shear Critical High-Strength Concrete Beams, *ACI Journal*, Vol. 91, January-February, 31-40.
- Einsfeld, R.A., Martha, L.F. and Bittencourt, T.N. 2000, Combination of Smeared and Discrete Crack Approaches with The Use of Interface Elements, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Ecomas 2000, Barcelona 11-14 September.
- Grootenboer, Johannes, H., 1979, Finite Element Analysis of Two Dimensional Reinforced Concrete Structures, Taking Account of Nonlinear Physical Behaviour and The Development of Discrete Crack, PhD. Dissertation, civiel ingenieur geboren te Amsterdam, Delftse Universitaire Pers.
- Huang, Z. and Platten, A., 1997, Nonlinear Finite Element Analysis of Planar Reinforced Concrete Members Subjected to Fires, *ACI Structural Journal*, May-June, 272-282.
- Kotsovos, M.D., 1984, Behavior of Reinforced Concrete Beams with a Shear Span to Depth Ratio Between 1.0 and 2.5, *ACI Journal*, May-June, 279-286.
- Kwak, H.G. and Filippou, F.C., 1990, *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads*, California: Report No. UBC/SEMM-90/14, Departement of Civil Engineering, University of California, Berkeley.
- Lowes, L.N., 1999, *Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beam-Column Bridge Connections*, Berkeley: PhD. Dissertation, University of California, 40.
- Ngo, D. and Scordelis, C. 1967, Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, *ACI Journal*, March, 152-163.
- Nilson, A.H., 1968, Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete By The Finite Element Method, *ACI Journal*, September, 757-766.
- Rots, J.G., 1988, Computational Modeling of Concrete Fracture, PhD. Dissertation, Technische Universiteit Delf.
- Vecchio, F.J., 1989, Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes, *ACI Structural Journal*, January-February, 26-34.
- Vecchio, F.J. and Collins, M.P., 1986, The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Journal*, Vol. 83, March-April, 219-231.
- Vecchio, F.J. and Collins, M.P., 1988, Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory, *ACI Structural Journal*, Vol. 85, May-June, 258-268.
- Vecchio, Frank, J., 1989, Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes, *ACI Structural Journal*, January-February.
- Burns, N.H. and Siess, C.P. (1962). "Load-Deformation Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete". Urbana: Civil Engineering Studies, SRS No. 234, University of Illinois.
- Yao, B. and Murray, D.W., 1995, Study of Concrete Cracking and Bond Using a Distributed Discrete Crack Finite Element (FE) Model, *ACI Material Journal*, January-February, 93-104.